UNIVERSITATEA NAŢIONALĂ DE APĂRARE „CAROL I“
Centrul de Studii Strategice de Apărare şi Securitate
ACADEMIA TEHNICĂ MILITARĂ
ACADEMIA DE STUDII ECONOMICE
UNIVERSITATEA „ŞTEFAN CEL MARE“ DIN SUCEAVA

CRIZA, CONFLICTUL, RĂZBOIUL

Volumul II
I. INSTABILITATEA SISTEMELOR NELINEARE, PUNCTE CRITICE, EVOLUŢII IMPREVIZIBILE ŞI HAOTICE;
II. ABORDĂRI MANAGERIALE ALE CRIZELOR PORNIND DE LA ELEMENTE ECONOMICE ŞI POLITICE DE RISC;
III. STUDII TEORETICE ŞI ANALIZE EMPIRICE ÎN DOMENIUL MANAGEMENTULUI CRIZELOR LA NIVEL ECONOMICO-FINANCIAR

Coordonatori:
Prof. univ. dr. ALEXANDRU ŞERBĂNESCU
Prof. univ. dr. STELIAN STANCU
Prof. univ. dr. GABRIELA PRELIPCEAN

EDITURA UNIVERSITĂŢII NAŢIONALE DE APĂRARE „CAROL I”
Bucureşti, 2007

CIP

ISBN

Lucrare realizată în cadrul proiectului: CEEX-M1-4044
„SECURITATEA SISTEMELOR ŞI ACŢIUNILOR MILITARE ŞI CIVIL-MILITARE ÎN GESTIONAREA CRIZELOR ŞI CONFLICTELOR ARMATE“
de către echipele de cercetători de la Academia Tehnică Militară (responsabil de proiect: locotenent-colonel dr. Eugen BOAMBĂ), Academia de Studii Economice (responsabil de proiect: prof. univ. dr. Stelian STANCU) şi Universitatea „Ştefan cel Mare” din Suceava (responsabil de proiect: prof. univ. dr. Gabriela PRLIPCEAN)

CUPRINS

INSTABILITATEA SISTEMELOR NELINEARE, PUNCTE CRITICE, EVOLUŢII IMPREVIZIBILE ŞI HAOTICE 7

Capitolul 1 Surse ale tensiunilor şi conflictelor în sisteme..... 8

Capitolul 2 ModelArea matematică a proceselor departe de echilibru..... 12

Capitolul 3 Introducere în sisteme dinamice nelinEare 15

3.1. Noţiunea de sistem dinamic (nelinear)..... 15

3.2. Spaţiul stărilor (fazelor) asociat unui sistem dinamic..... 22

3.3. Clasificarea comportărilor sistemelor dinamice..... 25

3.3.1. Punctul de echilibru..... 27

3.3.2 Regimul permanent periodic..... 28

3.3.3. Un regim permanent periodic de tip subarmonic..... 30

3.3.4. Regimul permanent cvasiperiodic..... 31

3.3.5. Regimul (permanent) haotic..... 33

3.4. Metode în studiul comportărilor sistemelor dinamice (electice)..34

3.4.1. Liniarizarea modelelor matematice ale sistemelor dinamice (neliniare)..... 35

3.4.2. Stabilitatea mulţimilor limită..... 37

3.4.3. Secţiunea Poincaré..... 42

3.4.4. Exponenţii Liapunov..... 44

3.4.5 Entropia 50

3.5. Stabilitatea structurală şi bifurcaţii 52

3.5.1. Diagrame de bifurcaţie..... 59

3.5.2. Tipuri de bifurcaţii..... 64

3.5.3. Drumurile către haos..... 66

3.6. Asupra teoriei catastrofelor 76

3.6.1. Introducere 76

3.6.2. Noţiuni de bază..... 77

3.6.3. Teorema lui Morse..... 82

3.6.4. Teorema de bifurcaţie..... 84

3.6.5. Teorema de clasificare a lui Thom..... 85

3.7. Fractalii în caracterizarea (atractorilor) sistemelor dinamice..87

3.7.1. Noţiunea de dimensiune..... 87

3.7.2. Mulţimea Cantor..... 93

3.7.3. Curba lui Koch 94

3.7.4. Triunghiul lui Sierpinschi 96

3.8. Asupra aplicaţiilor teoriei sistemelor dinamice 100

3.8.1. Haos în atmosfera terestră..... 101

3.8.2. Haos în oceanul terestru..... 101

3.8.3. Haos în dinamica plăcilor tectonice 102

3.8.4. Modelarea ecosistemelor cu haos..... 102

3.8.5. Teoria haosului şi dinamica economică..... 104

Rezumat şi Recomandări (preliminare) 105

Bibliografie..... 107

ABORDĂRI MANAGERIALE ALE CRIZELOR PORNIND DE LA ELEMENTE ECONOMICE ŞI POLITICI DE RISC..... 110

Capitolul 1 Abordări manageriale ale crizelor, pornind de la elemente economice şi politice de risc..... 111

1.1. Semnificaţia economică a termenului de management al riscului 111

1.2. Acţiuni de management al crizei sub protecţia Naţiunilor Unite 112

1.2.1. Metode de gestionarea crizelor..... 113

1.2.2. Diferendul ca moment distinct al crizei 114

1.2.3. Cerinţe şi etape ale gestionării stărilor de criză..... 115

1.3. Principiile de gestionare a situaţiilor de criză..... 120

1.4. Exerciţiul de management al crizelor „CMX – 05” 125

Capitolul 2 Descriere algoritmi şi metodologie de analiză statistică a datelor privind crizele şi conflictele armate..... 129

2.1. Introducere..... 129

2.2. Metode şi tehnici de analiză multidimensională a datelor..... 132

2.2.1. Prezentare generală..... 132

2.2.2. Analiza componentelor principale..... 133

2.2.3. Analiza factorială 147

2.2.4. Analiza canonică..... 155

Capitolul 3 Aplicare algoritmi şi metodologii pe setul de date stocat, privind crizele şi conflictele armate..... 160

Capitolul 4 Formulare de ipoteze statistice pe baza indicatorilor de stare şi de dinamică privind crizele şi conflictele armate 181

4.1. Principiul general de construire a unui test statistic..... 181

4.2. Metoda Bayes..... 182

4.3. Metoda Neyman-Pearson..... 183

4.3.1. Principiul regulii Neyman-Pearson..... 183

4.3.2. Ipoteze simple 183

4.3.3. Ipoteze multiple..... 184

Capitolul 5 Testarea ipotezelor statistice prin metode specifice 186

5.1. Introducere în testarea ipotezelor statistice..... 186

5.2. Teste referitoare la parametri repartiţiei normale..... 187

5.3. Testele χ^2 200

5.3.1. Testul de independenţă (de omogenitate)..... 200

5.3.2. Testul de ajustare..... 200

5.4. Concluzii 201

Capitolul 6 Elaborare documentaţie aferentă modelării matematice a situaţiilor de criză (I) ***203***
6.1. Introducere în teoria jocurilor *203*
6.2. Elementele componente ale unui joc *205*
6.3. Jocuri în formă normală (jocuri strategice) şi jocuri în formă extinsă *215*
6.4. Clasificarea jocurilor *219*
Capitolul 7 Elaborare documentaţie aferentă modelării matematice a situaţiilor de criză (II) ***221***
7.1. Strategii pure dominate şi posibilităţi de eliminare a acestora *221*
7.2. Echilibrul Nash în cazul strategiilor pure *227*
7.3. Strategii mixte dominate şi echilibrul Nash *236*
7.4. Puncte focale *240*
Bibliografie ***243***
STUDII TEORETICE ŞI ANALIZE EMPIRICE ÎN DOMENIUL MANAGEMENTULUI CRIZELOR LA NIVEL ECONOMICO-FINANCIAR ***245***
Capitolul 1 Stadiul actual al cercetării teoretice în domeniul managementului crizelor economico-financiare ***246***
1.1. Introducere *246*
1.2. Clasificarea crizelor *247*
1.3. Creşterea mobilităţii capitalului şi pieţele emergente *258*
1.4. Speculaţia şi efectele asupra ipotezelor pieţelor eficiente *261*
1.4.1.Aşteptările raţionale ale pieţei în medii turbulente *261*
1.4.2. Piaţa - câmp de bătălie a investitorilor. Logica crizei-un model simplu *263*
1.5. Modele de generaţia întâi *265*
1.6. Modele de criză de generaţia a doua *269*
1.7. Analiza proceselor turbulente din pieţele financiar valutare. Amorsarea şi declanşarea crizelor. Efectul de „turmă". Efectul prezenţei marilor investitori în pieţele financiar valutare. Efectul de egalizare şi efectul de contagiune *274*
1.8. O analiză a sectorului bancar; implicaţiile insuficientei dezvoltări a sistemului bancar din ţările emergente *282*
1.9. Segmentarea pieţelor emergente *284*
1.10. Manipularea pieţei de către marii speculatori *287*
1.11. Studii de caz *288*
1.11.1. Criza europeană 1992-93 sau criza SME (Sistemul Monetar European) *288*
1.11.2. Criza latină 1994-1995 şi efectul „tequila" *290*
1.11.3. Criza asiatică („gripa asiatică") *292*

1.11.4. Criza rusă („frigul siberian") *294*
1.11.5. Criza argentiniană (2002) *299*
1.11. 6. Consecinţe ale crizelor de a treia generaţie pentru tranziţia din România: *300*
1.12. Probleme de ordin macroeconomic *301*
1.13. Aspecte privind previzionarea crizelor actuale *302*
1.14. Consideraţii privind managementul crizelor financiare şi valutare în pieţele emergente *303*
1.14.1.Managementul crizelor în contextul istoric al evoluţiei filozofiei FMI *303*
1.14.2. Aspecte privind noile crize apărute la sfârşitul anilor 1990. Diferenţe în răspunsul FMI *304*
1.14.3. Revenirea din criză şi analiza accesului la pieţele internaţionale de capital *306*
1.14.4.Eficienţa implementării reformelor structurale impuse *309*
1.14.5. Efectul crizelor asupra aversiunii faţă de risc *310*
1.14.6. Consecinţele politice ale crizei şi politicile care au urmat *311*
Capitolul 2 Cadru integrat de analiză a efectelor crizelor economico-financiare ***313***
2.1. Regimuri ale ratelor de schimb *313*
2.2. Modelul de bază pentru determinarea ratei de schimb *314*
2.2.1. Cazul pieţelor complete *316*
2.2.2. Extinderea specificaţiei prin generalizarea funcţiei de utilitate *318*
2.3. Pieţe incomplete şi distribuţia locală *319*
2.4. Modelul static *323*
2.5. Modelul dinamic *326*
2.6. Concluzii *338*
Capitolul 3 Managementul crizelor financiare-valutare ***339***
3.1. Prezentarea modelului *339*
3.1.1. Structura generală a modelului. Ipoteze simplificatoare *339*
3.1.2. Procesul de împrumut extern *341*
3.1.3. Analiza comportamentului guvernului *341*
3.1.4. Nivelul prag al rezervelor *343*
3.1.5. Strategii de acţiune în cazul includerii efectului Obstfeld-Rogoff, al resurselor speculative limitate *347*
3.2. Extinderea modelului de bază. Evidenţierea echilibrelor multiple *349*
3.2.1. Frontiera guvernamentală de indiferenţă *349*
3.2.2. Frontiera deciziei agenţilor privaţi [fdap] *352*
3.2.3. Determinarea echilibrului *353*
3.2.4. Analiza efectelor rezultate în urma controlului capitalului *356*
3.3. Concluzii *358*
Bibliografie ***359***

ACADEMIA TEHNICĂ MILITARĂ

INSTABILITATEA SISTEMELOR NELINEARE, PUNCTE CRITICE, EVOLUŢII IMPREVIZIBILE ŞI HAOTICE

Studiu realizat de un colectiv coordonat de profesor univ. dr. Alaxandru Şerbănescu din Academia Tehnică Militară în cadrul etapei a I-a, 2006, a proiectului CEEX, Modulul I, intitulat ***SECURITATEA SISTEMELOR ŞI ACŢIUNILOR MILITARE ŞI CIVIL-MILITARE ÎN GESTIONAREA CRIZELOR ŞI CONFLICTELOR ARMATE***

Prof. univ. dr. ALEXANDRU ŞERBĂNESCU

CAPITOLUL 1
SURSE ALE TENSIUNILOR ŞI CONFLICTELOR ÎN SISTEME*

Iată câteva domenii care pot genera surse ale tensiunilor şi conflictelor în sisteme:

Domeniul securităţii

- Forţele de securitate au capacităţi limitate şi/sau sunt conduse necorespunzător
- Abuzuri împotriva drepturilor omului din partea forţelor de securitate/grupărilor armate
- Niveluri mari privind cheltuielile militare
- Prezenţa actorilor militari neguvernamentali
- Graniţe slab controlate sau contestate
- Contextul regional/internaţional instabil (de ex., schimbări politice majore în statele vecine)
- Moştenirea vechilor conflicte
- Proliferarea armelor de foc uşoare

Domeniul politic

- Sistem politic slab instituţionalizat/nereprezentativ
- Lipsa independenţei judiciare
- Lipsa independenţei presei şi societăţii civile
- Corupţia
- Partide politice slabe
- Lipsa implicării populaţiei, inegalitate între sexe în cadrul procesului politic şi de guvernare
- Proces electoral defectuos
- Exploatare politică a diferenţelor etnice/religioase
- Sistem de management al conflictelor slab dezvoltat
- Implicare internaţională slabă sau necoordonată
- Rol destabilizator al populaţiei din diaspora

* *Peace Processes in Community Conflicts: From Understanding the Roots of Conflicts to Conflict Resolution*

Domeniul economic

- Declin economic: tendinţă spre sărăcie, şomaj, inflaţie, protecţia consumatorului, accesul la bunăstare socială
- Amplificarea disproporţiilor economice – creşterea coeficientului Gini – bazat pe separarea etnică sau regională
- Instabilitate macroeconomică
- Mutarea spre modelele investiţionale externe precare sau politici economice internaţionale destabilizatoare
- Creşterea competiţiei asupra resurselor comune
- Creştere înregistrată în economia neagră sau paralelă
- Dezvoltarea economiei de război

Domeniul social

- Excludere socială
- Moştenirea conflictelor etnice nerezolvate
- Absenţa organizaţiilor societăţii civile
- Tensiuni legate de limbă, religie, etnie
- Eşecul mecanismelor decizionale,scăderea legitimităţii autorităţilor.

Se poate observa că unele din aceste dimensiuni pot fi mult mai uşor transpuse în indicatori standard decât altele. Acest set de indicatori este compus dintr-o colecţie largă de proporţii care arată originalitatea şi intenţia de a acoperi toatele aspectele unei situaţii demonstrate de către autorii SCA (Strategic Conflict Assessment - Evaluarea Conflictelor Strategice). Totuşi, dezavantajul acestei strategii este acela că este dificil a alege între indicatorii-cheie şi cei mai puţin importanţi. Un aspect important al studiului indicatorilor este acela că şi în cadrul unor analize calitative ar trebui să fie mai benefică reducerea numărului acestor indicatori la câteva variabile independente. Când indicatorii sunt numeroşi trebuie oferită şi o modalitate de a-i evalua pentru a-i face mai uşor de înţeles – de exemplu, folosirea unui sistem de clasificare în funcţie de tipicul acestora.

Actorii

Odată stabilită o listă completă de actori implicaţi în conflict, trebuie cercetate pentru fiecare dintre ei următoarele puncte:

- Interese: ce interese au ei legate de acest conflict şi cum influenţează conflictul aceste interese?

- Relaţii: care sunt relaţiile între diferiţii actori?
- Capacităţi: ce capacităţi au aceştia, în măsură să influenţeze conflictul pozitiv sau negativ?
- Agenda de pace: au ei vreun interes în a obţine pacea? Ce fel de pace îşi doresc ei?
- Stimulente: ce fel de stimulente le pot fi oferite pentru a alege pacea? Sau, din contra, pentru a trece la violenţă?

Lista actorilor principali include grupări de elită ai fostei armate sovietice, traficanţi de droguri, fundamentalişti religioşi, armata, poliţia şi „publicul larg”. Această listă ilustrează cum identificarea personajelor-cheie este strâns legată de abordarea globală centrată pe interesul individual şi stimulente, în care personajele sunt cel mai des descrise drept persoane care au pierdut sau câştigat avantaje materiale. Este greu de văzut cum o definire a „publicului larg” drept personaj poate fi operaţionalizată.

Dinamica

Un alt pas în analiza conflictului este centrat pe „aprecierea probabilităţii conflictului de a creşte, scădea sau de a rămâne stabil”. De aceea, chiar dacă conceptul „cauze de bază” a fost dat la o parte în SCA, câteva diferenţe între „tendinţele pe termen lung” şi „obiectivele pe termen scurt” sunt aici reintroduse, astfel încât să se poată „prognostica scenariile unui viitor conflict”.

Pentru a determina direcţiile posibile pe care conflictul le poate avea, trebuie analizate următoarele puncte:

- „Analizarea tendinţelor pe termen lung: tensiunile sunt în creştere sau în descreştere?”
- Evaluarea obiectivelor pe termen scurt care ar putea conduce la o izbucnire sau o creştere a conflictului
- Evaluarea acelor factori care pot duce la accelerarea sau încetinirea dinamicii conflictului: aceasta include şi identificarea acelor instituţii sau procese care pot atenua sau conduce tensiunile şi conflictele identificate până acum.

Trei dimensiuni cheie vor fi în continuare analizate:

1. Vulnerabilitatea structurală a unei societăţi faţă de un conflict violent: aşa cum se exemplifică în analiza structurală.

2. Oportunitatea unor grupuri elitiste de a beneficia de pe urma instabilităţii şi a violenţei: aceasta include atât beneficii politice, cât şi umărirea unor agende economice.
3. Capacitatea unei societăţi de a conduce sau controla un conflict. Statele mai slabe nu au resursele necesare pentru a putea controla un conflict şi este mai puţin probabil să gestioneze sau să adreseze vreo revendicare grupurilor inamice. Instituţiile care ar putea juca un rol de mediator fie nu au capacitatea, fie marginalizează deliberat anumite grupuri.

Încă o dată, nu este clar cum aceste dimensiuni ar trebui operaţionalizate, în special în cazul statelor slabe. Sintagma „gestionarea conflictului" este oricum în centrul perspectivei epistemologice a SCA: „Noi nu ne asumăm modelul unei funcţionări armonioase", unde conflictul reprezintă într-un fel o îndepărtare de la normă. Este recunoscut că un conflict are o dimensiune pozitivă şi reprezintă o parte esenţială a procesului de schimbare politică şi socială. Gestionarea conflictului nu reprezintă prevenirea conflictului, ci sprijinirea instituţiilor abilitate să-l gestioneze într-un mod paşnic.

Această abordare este coerentă cu studiul dimensiunilor exterioare ale conflictului la fel ca şi cu descoperirea intervenţiei actorilor principali internaţionali.

CAPITOLUL 2
MODELAREA MATEMATICĂ A PROCESELOR DEPARTE DE ECHILIBRU*

Modelarea matematică este procesul cognitiv prin care unui obiect (în sens filozofic) real (fapt, fenomen, realitate fizică) i se asociază un obiect matematic, numit ***model matematic*** al obiectului real. Prin modelare matematică, o realitate fizică este tradusă în termeni matematici, rezultatul modelării fiind modelul matematic. Modelarea matematică formează obiectul ***fundamentelor*** sau ***bazelor*** diferitelor ştiinţe fizice şi aparţine matematicii aplicate (înţeleasă ca domeniu de interacţiune dintre matematica pură şi un alt domeniu de cunoaştere). Atributul fizic este folosit aici în sens generic şi poate desemna proprietăţile chimice, fizice, biologice, sociale etc. Modelele matematice servesc la stăpânirea şi controlul mediului ambiant şi fac obiectul diferitelor domenii ale matematicii aplicate ca: matematica aplicată în economie, în mecanică, în fizică etc.

Majoritatea modelelor matematice existente la un moment dat reprezintă cazuri concrete de obiecte matematice ale căror caracteristici generale au fost deja studiate de matematica pură. În acest caz studiul detaliat al modelului este standard, tipic, algoritmizat, chiar daca rezolvarea problemelor matematice implicate este anevoioasa si necesita multa ingeniozitate. Acestea sunt ***puzzle problems*** ale lui Th. Kuhn şi ele se rezolvă în cadrul paradigmei existente. Pentru deducerea, ca şi pentru studiul modelelor matematice, este necesară în primul rând cunoaşterea fondului de obiecte şi rezultate matematice de care se dispune la acel moment. Sunt însă şi cazuri când anumite obiecte reale (de ex., fenomene reale, experimentale, reprezentări) nu pot fi bine modelate în cadrul vechii paradigme, necesitând definirea unor noi axiome fizice sau reformularea altora (de ex., principiul entropiei pentru sisteme deschise, departe de echilibru) şi/sau a unor noi obiecte matematice (de ex, distribuţia delta a lui Dirac, mulţimile fractale ale lui Mandelbrot). Crearea, în procesul modelării, de noi noţiuni matematice, precum şi avansarea de noi ipoteze fizice caracterizează perioadele de revoluţie ştiinţifică de trecere spre o nouă paradigmă. O astfel de noua paradigmă a început să-şi croiască drum după descoperirea în 1963 a haosului determinist. Cu această ocazie s-a revizuit noţiunea de model matematic în fizicile continuumurilor şi s-au stabilit noi componente ale studiului său.

* Adelina GEORGESCU, **Strat Limită - Turbulenţă**, Ed. Gh. Asachi, Iaşi, 1997.

Studiul unui model matematic comportă o componentă cantitativă (metode analitice sau numerice de determinare a soluţiei sau a unei aproximaţii a sa) şi o componentă calitativă (referitoare la dependenţa soluţiei de date şi comportamentul asimptotic al soluţiei în jurul punctelor limită ale domeniului de existenţă a tuturor mărimilor ce intră în definirea modelului). Neliniaritatea modelelor matematice de perturbaţie care descriu fenomene, de interes în ultimele două decenii, implică o complexitate deosebită a structurii mulţimii soluţiilor problemelor matematice ataşate acelor modele: pentru anumite valori ale datelor pot exista mai multe soluţii în timp ce pentru altele nu exista nicio soluţie. O problemă formulată într-un anumit cadru poate să nu aibă soluţie, în schimb pot exista soluţii ale unei probleme obţinută din cea dată printr-o generalizare. În plus, făcând abstracţie de câteva situaţii particulare, forma explicită a soluţiilor nu se cunoaşte. De aceea, de prin anul 1970, paralel cu domeniile teoretice s-au dezvoltat aşa-numitele ştiinţe computaţionale (mecanica fluidelor computaţională, geometria computaţională, mecanica cuantică computa-ţională), iar analiza calitativă care studiază structura mulţimii soluţiilor a început să prevaleze asupra celei cantitative. În particular, modelele de aproximaţie asimptotică au proliferat, ele fiind în multe cazuri (de ex., în meteorologie, lubrificaţie, mecanica fluidelor vâscoase şi termic conductoare) singurele în măsură să furnizeze vreo informaţie asupra modelului dat. Dacă anumite informaţii asupra soluţiei si derivatelor sale s-ar cunoaşte dinainte, atunci cel puţin o formă aproximativă grosieră ar putea fi obţinută relativ uşor din modelele date. Cum deseori aceste informaţii nu se cunosc, trebuie făcută ipoteza că modelul considerat descrie bine fenomenul real şi, ca atare, pentru deducerea modelelor aproximative vor trebui folosite informaţii date de observaţii directe şi experimente fizice sau numerice. Aceasta este situaţia în aproape toată matematica aplicată. De aceea, în analiza diferitelor modele ale unui fenomen, va trebui să ne referim mereu la legătura dintre modelul matematic şi corespondentul său real (obiectul, fenomenul) prin intermediul modelului fizic corespunzător.

O primă ***descriere*** a unui obiect real este cea ***euristică, intuitivă,*** o a doua este ***descrierea fizică,*** cea de a treia fiind ***descrierea matematică.*** În aceste descrieri vor apare, corespunzător, ***concepte euristice, fizice şi matematice.*** De exemplu, rapiditatea, viteza şi derivata unei funcţii netede sunt astfel de concepte asociate. De multe ori ele sunt desemnate printr-un nume comun (de ex., viteza) deşi ele nu sunt echivalente si nu sunt legate biunivoc (de ex., conceptul fizic de viteza poate fi modelat şi printr-o funcţională sau printr-o funcţie aleatoare). Specialiştii (experimentatorul, fizicianul teoretician şi matematicianul) vor folosi acest nume comun, dar

vor subînţelege sensul din domeniul propriu. Analog, ştiinţa fizică şi matematica aplicată, care descriu un acelaşi fenomen, vor purta un acelaşi nume, deşi vor avea obiecte de studiu diferite: modelul fizic şi, respectiv, matematic al acelui fenomen. De exemplu, prin mecanică un fizician va înţelege disciplina care studiază modelele fizice ale mişcării mecanice, legile fizice după care aceasta are loc şi experimentele care le pun în evidenţă, pe când specialistul în matematica aplicată în mecanică (mecanicianul) se va gândi la problemele iniţiale şi la limită pentru ecuaţiile ce modelează acele legi. Pentru ca studiul matematic să poată fi efectuat sunt necesare informaţii asupra modelului fizic şi experimentului sau observaţiei (care conduce la conceptele euristice corespunzătoare). Pe de altă parte, pentru a-şi putea cantitativa afirmaţiile euristice sau fizice, fizicianul are nevoie de modelul matematic. Mai general, fiecare element al mulţimii {experiment, model fizic, model matematic} interacţionează cu celelalte două; de aici dinamica modelelor fizice, matematice şi ideilor experimentale şi deci euristice. Drept urmare se formulează modelele din ce în ce mai adecvate. Din punct de vedere al cunoaşterii, niciun model nu se va putea identifica cu realitatea; niciodată nu va exista un cel mai bun model, ci modele din ce în ce mai bune. De-a lungul timpului, mulţimea modelelor care descriu un acelaşi fenomen s-a îmbogăţit. Se pune, deci, problema legăturii dintre diferitele modele matematice ale unui aceluiaşi obiect real şi a domeniului lor de valabilitate matematică şi fizică.

Orice model matematic are limitări matematice şi fizice. Teoreticienii trebuie să stabilească şi să le indice pe cele matematice, iar practicienii să aleagă din mai multe posibile, modelul cel mai potrivit şi să-l utilizeze în limitele lui de valabilitate fizică.

Clasa soluţiei modelului este specificată de către experimentator împreună cu matematicianul (sau de către o singură persoană, dacă aceasta are cele două calităţi).

Procesele (dinamice), departe de echilibru, îşi găsesc o bună modelare matematică în teoria sistemelor dinamice, care este un cadru matematic natural, în care se pune sub forma cea mai generală problema studiului calitativ al ecuaţiilor de evoluţie.

În paragraful următor sunt prezentate, pe scurt, principalele aspecte teoretice ale teoriei sistemelor dinamice.

CAPITOLUL 3
INTRODUCERE ÎN SISTEME DINAMICE NELINEARE

3.1. Noţiunea de sistem dinamic (nelinear)

Sistemele fizice, biologice, sociale, economice şi chiar cele politice evoluează în timp, adică sunt procese caracterizate de stări care se schimbă în timp. Această observaţie a dus la conceptul de sistem dinamic, care se modifică în timp sau, cu alte cuvinte, îşi modifică starea cu timpul [3], [4].

Teoria sistemelor dinamice se ocupă cu evoluţia unui sistem, adică cu schimbarea stării sale în timp. Dezvoltarea teoriei sistemelor dinamice a evidenţiat existenţa unor sisteme la care nu se putea prevedea comportarea lor în timp, deşi erau cunoscute legile ce guvernau fenomenele respective, precum şi condiţiile iniţiale ale evoluţiei lor. De exemplu, este cunoscută imposibilitatea precizării evoluţiei parametrilor meteorologici pentru intervale mari de timp, cu toate că aerul, norii, temperatura etc. evoluează după legi cunoscute ale mecanicii fluidelor şi termodinamicii şi se dispune de ecuaţiile ce descriu fenomenele respective, precum şi de mijloace de calcul puternice [5], [6].

Din punct de vedere matematic, un sistem dinamic constă dintr-un spaţiu al stărilor, numit şi spaţiu al fazelor, şi o regulă (sau o lege), numită uneori dinamică, ce va preciza starea care va corespunde, în viitor, unei stări prezente a sistemului.

Este adevărat că elaborarea unui model teoretic duce, în general, la o îndepărtare de sistemul real, ceea ce poate explica, în anumite situaţii, insuccesul descrierii unor fenomene. Un model poate descrie un fenomen natural, complex, caracterizat de un număr foarte mare de parametri, numai dacă modelul este bine ales, şi anume dacă cuprinde parametrii esenţiali în evoluţia sistemului dinamic.

Un sistem dinamic determinist este complet caracterizat de starea sa iniţială şi de dinamica sa. Un astfel de sistem poate avea spaţiul stărilor continuu sau discret şi o dinamică definită în timp continuu sau discret.

Un sistem dinamic în timp continuu este modelat de un sistem de ecuaţii diferenţiale, iar evoluţia unui sistem dinamic în timp discret este descrisă de un sistem de ecuaţii iterative [4], [15], [18].

Unui sistem dinamic în timp continuu i se poate asocia sistemul de ecuaţii diferenţiale ordinare de forma:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n; t) \\ \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n; t) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n; t) \end{cases},$$

care are soluţie unică şi care poate fi rescris sub forma:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, t), \tag{1.2}$$

unde

$$\boldsymbol{x}(t) = \left[x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t) \right] \in \mathbb{R}^n \tag{1.3}$$

reprezintă vectorul de stare al sistemului în timp continuu la momentul $t \in \mathbb{R}$, astfel încât $\boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0$ caracterizează starea iniţială a sistemului şi:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \frac{\mathrm{d}\,\boldsymbol{x}(t)}{\mathrm{d}\,t} = \left[\frac{\mathrm{d}\,\boldsymbol{x}_1(t)}{\mathrm{d}\,t}, \frac{\mathrm{d}\,\boldsymbol{x}_2(t)}{\mathrm{d}\,t}, \ldots, \frac{\mathrm{d}\,\boldsymbol{x}_n(t)}{\mathrm{d}\,t} \right] \tag{1.4}$$

reprezintă vectorul derivate parţiale, iar

$$\boldsymbol{f} = \left[f_1, f_2, \ldots, f_n \right] \tag{1.5}$$

reprezintă un câmp vectorial ce defineşte dinamica sistemului: (**1.6**) şi care este continuu în $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$.

În condiţiile de valabilitate a teoremei de existenţă şi unicitate a soluţiei problemei (**1.2**), pentru fiecare pereche $(\boldsymbol{x}_0, t_0) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$ există o unică funcţie continuă:

$$\Phi(\cdot\,; \boldsymbol{x}_0, t_0) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n, \tag{1.7}$$

astfel încât:

$$\Phi(t_0; \boldsymbol{x}_0, t_0) = \boldsymbol{x}_0 \tag{1.8}$$

iar

$$\dot{\Phi}(t; \boldsymbol{x}_0, t_0) = \boldsymbol{f}\left(\Phi(t; \boldsymbol{x}_0, t_0), t\right) \tag{1.9}$$

este numită, în aplicaţiile inginereşti, flux sau sistem dinamic.

Câmpul vectorial $\boldsymbol{f}$ al unui sistem dinamic, caracterizat de un sistem de ecuaţii diferenţiale ordinare, generează un flux Φ, astfel încât unei stări iniţiale $\boldsymbol{x}_0$ îi va corespunde în spaţiul stărilor, după timpul t imaginea sa $\Phi_t\left(\boldsymbol{x}_0\right)$, aşa cum se ilustrează în ***fig. 1.1***.

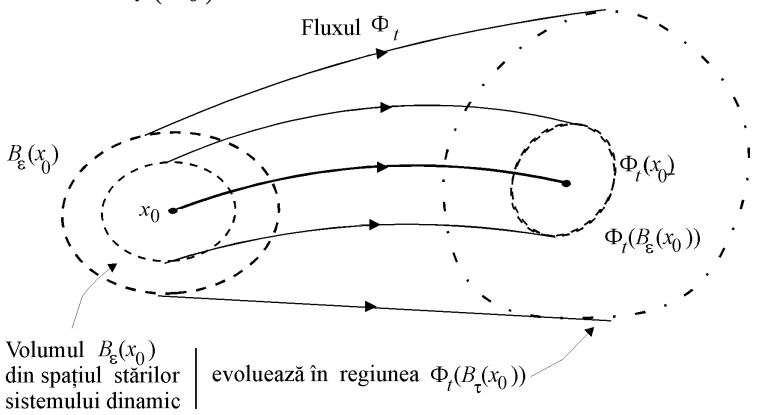


Fig. 1.1. Câmpul generat de un sistem dinamic

Când câmpul vectorial ***f***, asociat sistemului dinamic în timp continuu, depinde doar de vectorul variabilei de stare $\boldsymbol{x}\left(t\right)$ şi nu depinde explicit de t (ca în relaţia (**1.2**)), se spune că sistemul dinamic în timp continuu este (de tip) „autonom", caz în care este caracterizat de sistemul de ecuaţii diferenţiale de forma:

$$\dot{\boldsymbol{x}}\left(t\right)=\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}\left(t\right)\right). \qquad \textbf{(1.10)}$$

Un sistem dinamic în timp discret poate fi caracterizat de sistemul de ecuaţii cu diferenţe (finite) sau de tip iterativ de forma:

$$\boldsymbol{x}\left[k+1\right]=\boldsymbol{g}\left(\boldsymbol{x}\left[k\right],k\right), \qquad \textbf{1.12)}$$

unde

$$\boldsymbol{x}\left[k\right]=\left[x_1\left[k\right],x_2\left[k\right],...,x_n\left[k\right]\right]\in\mathbb{R}^n \qquad \textbf{(1.13)}$$

reprezintă vectorul de stare pentru sistemul dinamic la momentul de timp discret $k\in\mathbb{Z}$, astfel încât $\boldsymbol{x}\left[k_0\right]=\boldsymbol{x}_0$ caracterizează starea iniţială a sistemului, iar:

$$\boldsymbol{g}=\left[g_1,g_2,...,g_n\right] \qquad \textbf{(1.14)}$$

reprezintă o aplicaţie care defineşte dinamica sistemului (în timp) discret:

$$\boldsymbol{g}:\mathbb{R}^n\times\mathbb{Z}\to\mathbb{R}^n. \qquad \textbf{(1.15)}$$

Pentru fiecare pereche $\left(\boldsymbol{x}_0,k_0\right)\in\mathbb{R}^n\times\mathbb{Z}$ există o unică funcţie continuă în timp discret din $\mathbb{R}^n$:

$$\Phi\left(\cdot\,;\boldsymbol{x}_0,k_0\right):\mathbb{Z}\to\mathbb{R}^n, \qquad \textbf{(1.16)}$$

care defineşte traiectoria sistemului dinamic prin $\left(\boldsymbol{x}_0,k_0\right)$, astfel încât:

$$\Phi\left(k_0;\boldsymbol{x}_0,k_0\right)=\boldsymbol{x}_0, \qquad \textbf{17)}$$

iar

$$\Phi\left(k+1;\boldsymbol{x}_0,k_0\right)=\boldsymbol{g}\left(\Phi\left(k;\boldsymbol{x}_0,k_0\right),k\right). \qquad \textbf{(1.18)}$$

În acest caz, aplicaţia Φ se numeşte sistem dinamic în timp discret generat de ***g.*** Dacă însă aplicaţia ***g*** depinde doar de variabila $\boldsymbol{x}\left[k\right]$ şi nu depinde explicit de k, se spune că sistemul dinamic în timp discret este *autonom*, caz în care acesta este caracterizat de sistemul de ecuaţii iterative de forma:

$$\boldsymbol{x}\left[k+1\right]=\boldsymbol{g}\left(\boldsymbol{x}\left[k\right]\right) \qquad \textbf{(1.19)}$$

sau

$$\boldsymbol{x}_{k+1}=\boldsymbol{g}\left(\boldsymbol{x}_k\right). \qquad \textbf{(1.20)}$$

Un exemplu tipic de sistem dinamic în timp discret este cel generat de ecuaţia *logistică*:

$$x_{k+1}=ax_k\left(1-x_k\right). \qquad \textbf{(1.21)}$$

Pentru a descrie procesul iterativ caracterizat de relaţia (**1.21**), vom reprezenta grafic parabola $y = ax(1-x)$ şi prima bisectoare $(y = x)$, ca în ***fig. 1.3***.

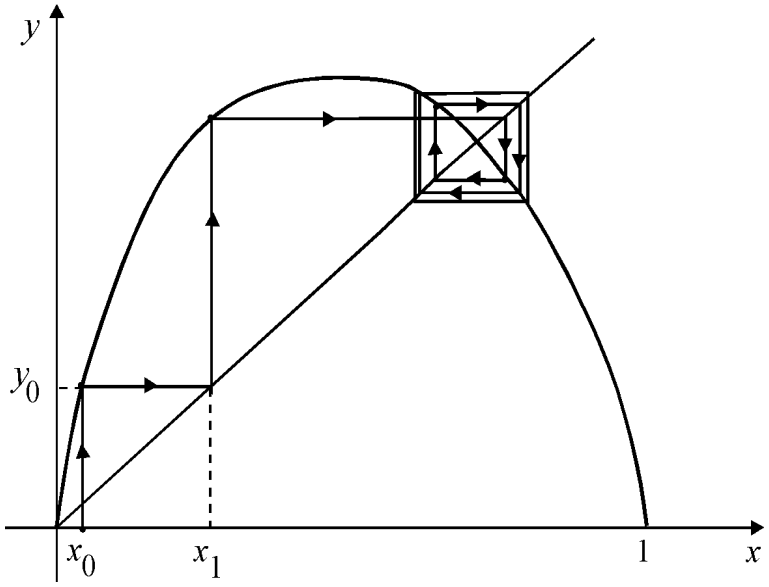


Fig. 1.3. Procesul iterativ caracteristic ecuaţiei logistice

Începând cu o soluţie iniţială x_0, vom determina grafic valoarea lui $y_0 = ax_0(1-x_0)$, care, prin reflectare faţă de prima bisectoare, va determina valoarea $x_1 = y_0$, cu care se continuă procesul, aşa cum este prezentat în ***fig. 1.3***.

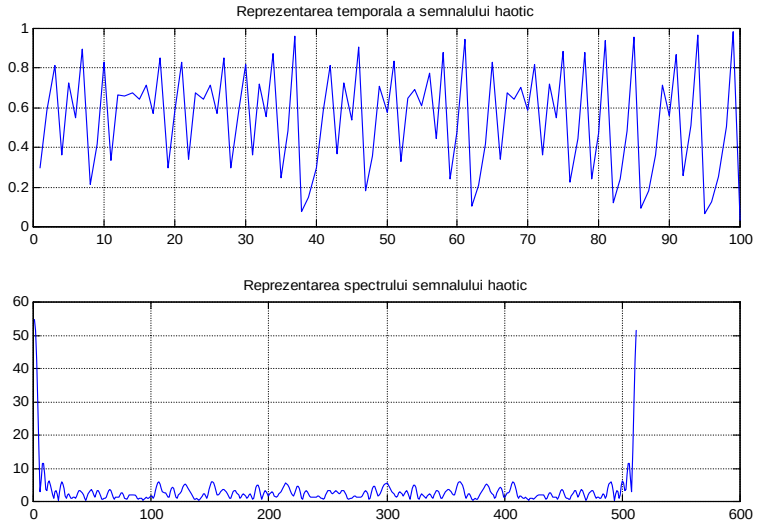


Fig. 1.4. Variaţia în timp (a) şi spectrul (b) unui semnal haotic

În ***fig. 1.4 a)*** se dă reprezentarea grafică (continuă) a evoluţiei semnalului x_k, corespunzător relaţiei (**1.21**), pentru $a = 4$ şi $k = \overline{1,256}$, iar în ***fig. 1.4 b)*** este reprezentat modulul spectrului acestui semnal, evaluat cu ajutorul transformatei Fourier discrete. Şi forma semnalului (***fig. 1.4 a)***) şi spectrul acestuia (***fig. 1.4 b)***) indică o evoluţie de tip aleator a sistemului caracterizat de relaţia (**1.21**), pentru $a = 4$. Menţionăm că această constantă este notată foarte divers în literatura de specialitate, uneori cu *r*, alteori cu *k*, λ etc.

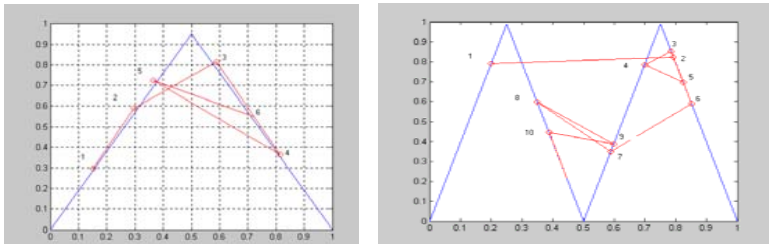
Un alt exemplu tipic de sistem dinamic este descris de ecuaţia „liniară pe porţiuni” de tip *cort*:

$$x_{k+1} = 1 - 2\left|x_k - \frac{1}{2}\right|. \qquad (1.22)$$

Pentru $x_k < 1/2$, ecuaţia de mai sus se reduce la $x_{k+1} = 2x_k$. În acest caz, soluţiile (iniţiale) care sunt negative rămân negative, tind spre $-\infty$ şi îşi dublează distanţa faţă de origine la fiecare iteraţie.

Pentru $x_k > 1/2$, ecuaţia de tip *cort* se reduce la: $x_{k+1} = 2(1 - x_k)$. În acest caz, dacă $x_0 > 1$, rezultă că $x_1 < 0$ şi, în consecinţă, punctele orbitei tind din nou către $-\infty$.

Pentru x_k în intervalul $[0,1]$, va rezulta că: $0 \le 1 - 2|x_n - 1/2| \le 1$, astfel încât valorile succesive ale iteraţiilor ulterioare vor rămâne în intervalul $[0,1]$. În ***fig. 1.5*** sunt reprezentate câteva iteraţii pentru un sistem dinamic de tip *cort*. În aplicaţii, funcţia de tip *cort* descrisă mai sus este folosită şi într-o manieră compusă, aşa cum este sugerat în ***fig. 1.5 b)***.



a) ***b)***

Fig. 1.5. Sistem dinamic descris de ecuaţia iterativă de tip cort a) câteva iteraţii pentru funcţia cort simplă; b) câteva iteraţii pentru funcţia cort dublă

O altă funcţie neliniară simplă, liniară pe porţiuni şi înrudită cu cea de tip *cort* este descrisă de relaţia:

$$x_{k+1} = 2x_k \ \mathrm{modulo}\ 1 \cdot \qquad \textbf{(1.23)}$$

În ***fig. 1.6*** este prezentat graficul ei şi iteraţia de ordinul *m*, aşa cum este deseori utilizată în aplicaţii.

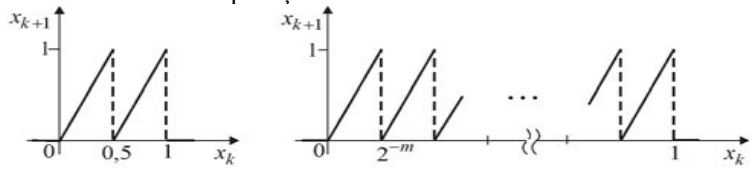


Fig. 1.6 Un (alt) exemplu de funcţie liniară pe porţiuni

Un alt exemplu de sistem dinamic (în timp) discret este sistemul (de ecuaţii iterative) Hénon, caracterizat de relaţiile:

$$\begin{cases} x_{k+1}^{(1)} = a - \left(x_k^{(1)}\right)^2 + bx_k^{(2)} \\ x_{k+1}^{(2)} = x_k^{(1)} \end{cases} . \qquad \textbf{(1.24)}$$

În ***fig. 1.7*** este reprezentat atractorul Hénon pentru $a = 1,4$ şi $b = 0,3$ şi 10^4 iteraţii. Pe figură sunt marcate cu asterisc iteraţiile 13, 14 şi 15, plecând de la soluţia iniţială $(0;0)$ şi aceleaşi iteraţii, 13, 14 şi 15, plecând de la soluţia iniţială $(0,001;0,001)$, sugerându-se puternica dependenţă de soluţia iniţială a acestui sistem dinamic.

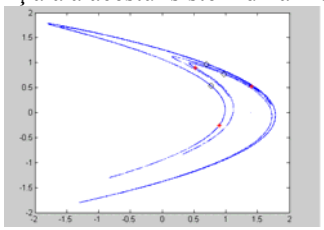


Fig. 1.7. Atractorul sistemului dinamic Hénon

3.2. Spaţiul stărilor (fazelor) asociat unui sistem dinamic

Sistemele dinamice în timp continuu şi în timp discret, caracterizate de relaţiile (**1.2**), respectiv (**1.12**), pot fi descrise de soluţiile (**1.7**), respectiv (**1.16**), care pot fi reprezentate unitar de familia infinită de funcţii:

$$\{\Phi_t\}, \ \text{cu} \ \ \Phi_t : M \to M \ , \qquad \textbf{(1.25)}$$

parametrizată după timpul notat cu *t* sau *n*, cu valori $t \in \mathbb{R}$ sau $n \in \mathbb{Z}$.

Mulţimea *M* din relaţia (**1.23**) se numeşte spaţiul stărilor şi este alcătuită din mulţimea tuturor stărilor (sau fazelor) posibile ale sistemului dinamic.

O fază sau o stare la un moment dat *t* este un punct $\boldsymbol{x} \in M$ şi reprezintă totalitatea caracteristicilor procesului la acel moment.

Spaţiul stărilor (sau fazelor) unui sistem dinamic este un spaţiu matematic, cu axe de coordonate ortogonale pentru fiecare variabilă necesară pentru a caracteriza starea instantanee a sistemului. De exemplu, starea unei particule materiale în mişcare unidimensională este caracterizată prin poziţia sa (*x*) şi viteza $\left(v = \dot{x}\right)$. În consecinţă, spaţiul fazelor este un plan: $M = \mathbb{R}^2$. Pe de altă parte, o particulă în mişcare, într-un spaţiu tridimensional, va fi caracterizată de un spaţiu al fazelor cu şase dimensiuni $\left(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}\right)$, adică, în acest caz, $M = \mathbb{R}^6$.

Spaţiul $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$, în care se consideră şi o axă a timpului (care este ortogonală în raport cu toate axele variabilelor de stare), se numeşte spaţiul stărilor (sau fazelor) extins [3], [4].

Imaginea timpului ($t \in \mathbb{R}$ sau $n \in \mathbb{Z}$) prin Φ_t se numeşte traiectorie de fază sau, simplu, traiectoria sistemului dinamic. Traiectoria se obţine prin eliminarea timpului *t* între variabilele de stare ***x***, ceea ce revine la proiecţia curbei integrale, notată cu *ABCD* în ***fig. 1.5***, pe spaţiul fazelor *M* (planul x_1, x_2 în acest caz), care este ortogonal pe axa timpului.

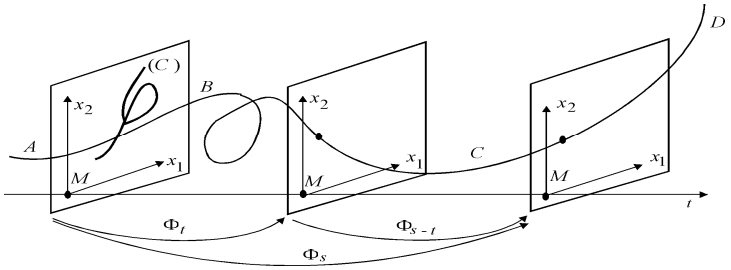


Fig. 1.8. Traiectorii de fază ale unui sistem dinamic

Prin fiecare punct $\boldsymbol{x}_0 \in M$ din spaţiul fazelor trece o singură traiectorie de fază, iar prin fiecare punct $\left(t, \boldsymbol{x}_0\right) \in \mathbb{R} \times M$ trece o singură curbă integrală (***fig. 1.8***).

Totalitatea traiectoriilor de fază ale unui sistem dinamic (care evoluează în timp) se numeşte portret de fază. Obiectul teoriei sistemelor

dinamice îl constituie studiul portretelor de fază ataşate acestora [3], [4], [11], [12], [14].

Din punct de vedere matematic, un sistem dinamic este o funcţie $\Phi : \mathbb{R}\ (\text{sau } \mathbb{Z}) \to M^M$, $\Phi\left(t\right) = \Phi_t$, unde, pentru orice *t* fixat, $\Phi_t : M \to M$ este un homeomorfism şi: (1) $\Phi_0 = id_M$ (aplicaţia identică a lui *M*);

(2) $\Phi_{t+s} = \Phi_t \circ \Phi_s,\ \forall t,\ s \in \mathbb{R}\ \left(\text{sau } \mathbb{Z}\right)$.

Sistemul dinamic este o familie uniparametrică $\left\{\Phi\right\}_{t \in \mathbb{R}\ (\text{sau } \mathbb{Z})}$ de aplicaţii, structurată ca grup uniparametric de transformări ale lui *M*, parametrul *t* fiind numit timp (continuu sau discret).

Mulţimea *M* se numeşte spaţiul fazelor sistemului dinamic, iar punctele $x \in M$ se numesc stări sau faze [3], [4].

Aşa cum am precizat, dacă domeniul de variaţie al parametrului *t* este $\mathbb{R}$, sistemul dinamic este (denumit în timp) continuu, iar dacă parametrul timp este discret (şi notat adesea cu n, k, j, i etc.), iar de exemplu $n \in \mathbb{Z}$, atunci sistemul dinamic este (denumit în timp) discret.

Dimensiunea spaţiului fazelor *M* determină şi dimensiunea sistemului dinamic. Astfel, dacă $\dim\left(M\right) < \infty$, sistemul dinamic corespunzător este *finit* dimensional, iar dacă $\dim\left(M\right) = \infty$, sistemul dinamic este *infinit* dimensional.

Un sistem dinamic, finit dimensional, asociat sistemului de ecuaţii diferenţiale $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}\right),\ \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ şi $\boldsymbol{f} = \left(f_1, f_2, ..., f_n\right)$ este conservativ dacă divergenţa câmpului $\boldsymbol{f}$ este nulă, adică $\mathrm{div}\boldsymbol{f} = \sum_{i=1}^{n} \partial f_i / \partial x_i = 0$. De exemplu, sistemul dinamic asociat sistemului de ecuaţii diferenţiale (**1.26**) este conservativ

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -x_1^2 + 1 \end{aligned} \qquad (\mathbf{1.26})$$

Dacă funcţiile f_i sunt continuu diferenţiabile pe $D \subset \mathbb{R}^2$, adică $f_i \in \mathbb{R}^1$, iar divergenţa câmpului de vectori $\boldsymbol{f}$ nu este nulă şi păstrează un semn constant pe *D*, atunci nu există nicio traiectorie de fază închisă, complet conţinută în *D*. Această formulare este criteriul lui Bendixson, care reprezintă o condiţie suficientă ca, într-o anumită regiune din planul fazelor, să nu existe soluţii periodice ale sistemului dinamic, adică să nu existe *cicluri limită*. De exemplu, sistemul dinamic neliniar: $\dot{x}_1 = x_2 - x_1^3;\ \dot{x}_2 = x_1(1 - x_1)$ nu are soluţii periodice în $\mathbb{R}^2$, deoarece divergenţa $\partial\left(x_2 - x_1^3\right)/\partial x_1 + \partial\left(x_1(1-x_1)\right)/\partial x_2 = -3x_1^2$ nu este identic egală cu zero în $\mathbb{R}^2$ şi păstrează un semn constant.

O mulţime conexă din spaţiul fazelor (finit sau infinit dimensional) este un domeniu absorbant dacă pe frontiera sa câmpul de vectori este orientat spre interiorul domeniului. Sistemele dinamice care posedă domenii absorbante se numesc sisteme disipative.

Sistemul dinamic (finit dimensional) pentru care câmpul vectorial $\boldsymbol{f}$ provine dintr-un gradient se numeşte sistem dinamic-gradient. În acest caz, există $\boldsymbol{F}: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, astfel încât $\boldsymbol{f} = \mathrm{grad}(\boldsymbol{F}) = \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}, \frac{\partial F}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial F}{\partial x_n}\right)$. De exemplu, sistemul dinamic asociat sistemului de ecuaţii diferenţiale:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 2x_1x_2 - x_2 \sin(x_1x_2) \\ \dot{x}_2 &= 2x_1^2 - x_1 \sin(x_1x_2) \end{aligned} \qquad (1.27)$$

este un sistem-gradient, unde $\boldsymbol{F}(x_1, x_2) = x_1^2x_2 - \cos(x_1x_2)$.

3.3. Clasificarea comportărilor sistemelor dinamice

În spaţiul stărilor, în cele din urmă, după un regim tranzitoriu, traiectoria unui sistem dinamic ce pleacă din starea iniţială $\boldsymbol{x}_0$ se instalează pe o mulţime limită de puncte. Această mulţime limită de puncte – notată în continuare cu ω – corespunde comportării asimptotice a sistemului

dinamic pentru $t \to \infty$ şi defineşte regimul permanent al sistemului dinamic.

Un punct $\boldsymbol{x}_\omega$ este un punct limită a lui $\boldsymbol{x}_0$ dacă şi numai dacă există şirul $\{t_k \mid k \in \mathbb{N}\}$, astfel încât pentru $t_k \to \infty$ rezultă: $\lim_{k\to\infty} \Phi_{t_k}(\boldsymbol{x}_0) \to \boldsymbol{x}_\omega$. Mulţimea $L(\boldsymbol{x}_0)$ a punctelor limită formează o mulţime limită ω corespunzătoare lui $\boldsymbol{x}_0$.

O mulţime limită *A* este *atractivă* pentru o mulţime *B* din spaţiul fazelor dacă $L(\boldsymbol{x}_0) = A$, pentru toate punctele $\boldsymbol{x}_0 \in B$. În consecinţă mulţimea traiectoriilor vecine converge, pentru $t \to \infty$, către o mulţime atractoare *A*.

O mulţime atractivă *A* este atractor dacă este atractivă pentru o întreagă vecinătate a sa. De exemplu, o mulţime limită *A* care conţine cel puţin o orbită şi care se apropie oricât de mult de fiecare punct din *A* se numeşte atractor.

În general, un atractor este format dintr-o infinitate de orbite, parţial atractive, parţial repulsive. Din această cauză, evoluţia sistemului dinamic din spaţiul fazelor, de lângă atractor, este atât de complicată şi de neregulată încât este greu de urmărit, deşi ea este complet deterministă!

Un punct din spaţiul fazelor rătăceşte aparent haotic din apropierea unei orbite a atractorului spre alta, mişcându-se pe traiectorii atât de contorsionate încât reprezentarea la o scară oricât de mare nu le poate evidenţia cu claritate.

Un atractor se numeşte global dacă „captează” toate traiectoriile de fază. Un astfel de atractor poate fi format dintr-o singură orbită, mai multe sau dintr-un număr infinit de orbite din spaţiul fazelor.

Deoarece un atractor determină comportarea finală pentru $t \to \infty$ a traiectoriilor de fază, spunem că atractorii „guvernează” portretul de fază al unui sistem dinamic.

Pentru un sistem liniar care este asimptotic stabil, mulţimea limită este independentă de condiţia iniţială, $\boldsymbol{x}_0$, şi este unică, astfel încât are sens să se vorbească despre o singură comportare de regim permanent. Dimpotrivă, în cazul sistemelor dinamice neliniare, pot exista o varietate de regimuri permanente, în funcţie de diferite condiţii iniţiale.

Mulţimea tuturor punctelor din spaţiul stărilor care converge către o mulţime limită particulară *L* se numeşte „bazinul de atracţie” *B*(*L*) al

mulţimii *L*. Orice traiectorie care porneşte din *B*(*L*) tinde către *L,* pentru $t \to \infty$.

Studiul sau simularea sistemelor fizice (inclusiv cele electrice) arată că, în regim permanent, sistemele sunt caracterizate doar de mulţimi limită atractoare.

Noţiunea de mulţime limită atractoare serveşte pentru clasificarea comportărilor clasice, de regim permanent, ale sistemelor dinamice, cum ar fi: punctele de echilibru şi ciclurile limită.

Se pot face următoarele observaţii:

a) cu toate că aceste definiţii au fost date pentru sisteme dinamice în timp continuu, autonome, ele se aplică atât sistemelor dinamice în timp continuu neautonome, cât şi celor în timp discret;

b) se pot defini şi comportări asimptotice limită ale sistemului dinamic, pentru $t \to -\infty$, care au fost denumite în literatura de specialitate „mulţimi limită de tip α" sau „α – mulţimi limită", în opoziţie faţă de comportările asimptotice către $t \to +\infty$, care au fost denumite „mulţimi limită de tip ω" sau „ω – mulţimi limită".

Pentru un sistem dinamic liniar şi asimptotic stabil există o singură mulţime limită, iar bazinul ei de atracţie este întregul spaţiu al stărilor. În acest caz, regimul permanent este independent de condiţia iniţial aleasă.

Însă, un sistem dinamic neliniar poate avea mai multe mulţimi limită, fiecare cu diferite bazine de atracţie. În acest caz, alegerea condiţiei iniţiale va determina, într-un mod foarte senzitiv, care mulţime limită va fi atinsă de sistemul dinamic.

3.3.1. Punctul de echilibru

Cea mai simplă comportare a unui sistem dinamic, în regim permanent, este cea corespunzătoare unei stări numite punct de echilibru sau un punct staţionar, notat cu $\boldsymbol{x}_Q$ şi care, în spaţiul stărilor, satisface condiţiile:

$$f\left(\boldsymbol{x}_Q\right) = \mathbf{0} \qquad \textbf{(1.28a)}$$

şi

$$\Phi_t\left(\boldsymbol{x}_Q\right) = \boldsymbol{x}_Q \,. \qquad \textbf{(1.28b)}$$

Relaţia (**1.28b**) arată că traiectoria care pleacă dintr-un punct de echilibru rămâne mereu în acel punct.

Cum un punct are dimensiunea topologică zero, înseamnă că un punct de echilibru are dimensiunea topologică zero.

În domeniul timp, un punct de echilibru al unui circuit electronic este soluţia de curent continuu sau punctul de funcţionare al acelui circuit.

Un exemplu simplu al unui sistem dinamic neliniar, care are mai multe puncte de echilibru este descris de sistemul de ecuaţii:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -0,4\,x_2 - \sin\left(x_1\right) \end{aligned} \qquad \textbf{(1.29)}$$

Acest sistem dinamic de ordinul doi are ca puncte de echilibru valorile $\left(x_1, x_2\right) = \left(k\pi, 0\right)$, pentru $k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ Punctele de echilibru de ordin *k* par sunt atractoare.

Pentru un sistem dinamic (în timp) discret, un punct de echilibru sau un punct fix este un punct $\boldsymbol{x}_Q$ din spaţiul stărilor, care satisface relaţia:

$$g\left(\boldsymbol{x}_Q\right) = \boldsymbol{x}_Q \,, \qquad \textbf{(1.30)}$$

deci este un punct fix al aplicaţiei *g* care generează acel sistem.

3.3.2 Regimul permanent periodic

O stare $\boldsymbol{x}$ a unui sistem dinamic se numeşte periodică dacă există o valoare $T > 0$, astfel încât:

$$\Phi_T\left(\boldsymbol{x}\right) = \boldsymbol{x} \,. \qquad \textbf{(1.31)}$$

O orbită periodică ce nu este un punct staţionar se numeşte ciclu limită. Restricţia $T > 0$ previne clasificarea unui punct de echilibru ca o soluţie periodică. Mai exact, un *ciclu limită* Γ este o orbită periodică izolată a unui sistem dinamic. Traiectoria *ciclului limită* „vizitează" fiecare punct al unei curbe închise Γ, cu o perioadă *T*, astfel că:

$$\forall \boldsymbol{x} \in \Gamma \Rightarrow \Phi_t\left(\boldsymbol{x}\right) = \Phi_{t+T}\left(\boldsymbol{x}\right). \qquad \textbf{(1.32)}$$

În consecinţă, fiecare punct al unui ciclu limită Γ este un punct „nonhaotic". Se spune că un ciclu limită Γ are dimensiunea topologică

unu, deoarece fiecare porţiune din el arată ca un obiect de dimensiunea topologică unu, deci ca o curbă.

Cele *n* componente $x_i(t)$ ale ciclului limită:

$$x(t) = (x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t))^T , \qquad (1.33)$$

din $\mathbb{R}^n$, sunt funcţii periodice, cu perioada *T*.

Dacă $\boldsymbol{x}(t)$ este periodic, cu perioada *T*, rezultă că spectrul său de putere este concentrat într-o componentă de curent continuu, una de frecvenţă fundamentală $1/T$, şi armonice ale acesteia.

Un exemplu clasic de ciclu limită poate fi remarcat în comportarea sistemului dinamic Van der Pol, descris de ecuaţiile:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \left(1 - x_1^2\right) x_2 - x_1 \end{aligned} \qquad (1.34)$$

În figurile de mai jos sunt reprezentate: ciclul limită din planul fazelor (x_1, x_2) pentru sistemul dinamic de mai sus (***fig. 1.9 a)***) şi forma de undă a variabilei $x_1(t)$ (***fig. 1.9 b)***).

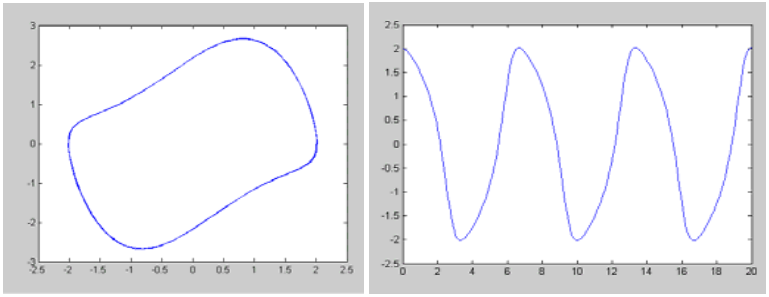


Fig. 1.9. Comportări ale sistemului dinamic Van der Pol
a) ciclul limită în planul fazelor; b) forma de undă a variabilei $x_1(t)$

În ***fig. 1.10*** şi ***1.11*** sunt reprezentate ciclurile limită (fundamental şi de ordinul trei) şi formele de undă corespunzătoare pentru diferite valori ale parametrilor unui sistem de tip Duffing, care este descris de ecuaţiile:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1 - x_1^3 - \delta x_2 + \gamma \cos \omega t \end{aligned} \qquad (1.35)$$

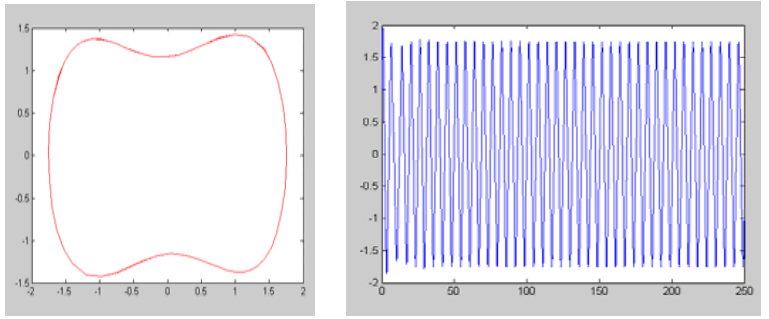


Fig. 1.10. Soluţia sistemului Duffing pentru
$\delta = 0{,}15; \gamma = 0{,}3$ şi $\omega = 1$

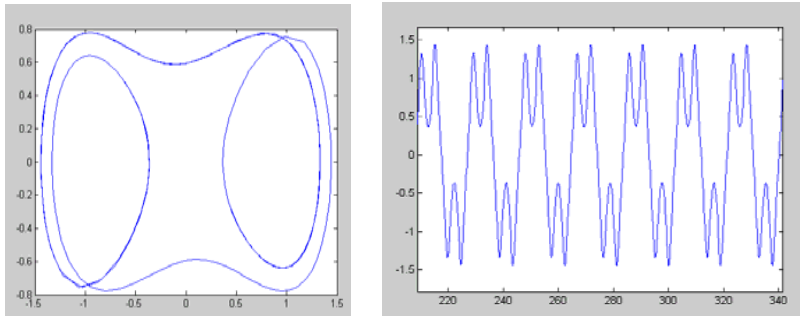


Fig. 1.11. Soluţia sistemului Duffing pentru
$\delta = 0{,}22; \gamma = 0{,}3$ şi $\omega = 1$

a) o traiectorie de perioadă T=3; b) forma de undă a variabilei $x_1(t)$

3.3.3. Un regim permanent periodic de tip subarmonic

O „orbită *k*-periodică” a unui sistem dinamic în timp discret este caracterizată de mulţimea de *k* puncte $\{\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, \ldots \boldsymbol{x}_k, \}$, care satisfac relaţiile recurente:

$$x_2 = g(x_1),\ \ x_3 = g(x_2),\ldots,\ \ x_k = g(x_{k-1}), \quad \textbf{(1.44)}$$

iar

$$x_1 = g(x_k) \quad \textbf{(1.45)}$$

sau, mai compact:

$$x_i = g^k(x_{i-k}); \quad \textbf{(1.46)}$$

$$g^k = g\Big(g\big(\ldots\big(g(\cdot)\big)\ldots\big)\Big), \quad \textbf{(1.47)}$$

unde funcţia $g(\cdot)$ a fost aplicată iterativ de *k* ori argumentului său.

Soluţiile periodice de tip subarmonic apar în cazul sistemelor dinamice care conţin mai multe frecvenţe competitive, cum ar fi oscilatoarele forţate. Soluţii de tip subarmonic pot apărea ca urmare a bifurcaţiilor [3], [4].

3.3.4. Regimul permanent cvasiperiodic

Această comportare a unui sistem dinamic este ilustrată în spaţiul stărilor de un tor. Deoarece o porţiune mică dintr-un tor, în $\mathbb{R}^3$, este homeomorfă cu o suprafaţă plană, se spune că acest tor are dimensiunea topologică doi.

O stare cvasiperiodică poate fi exprimată printr-o sumă finită de funcţii periodice, cu frecvenţe ale căror rapoarte nu sunt numere raţionale, cum ar fi starea $x(t) = \sin(t) + \sin(2\pi t)$.

În domeniul timp, forma de undă a unui semnal cvasiperiodic arată ca un semnal modulat în amplitudine sau în fază.

În domeniul frecvenţă, spectrul unui semnal cvasiperiodic este format tot dintr-o infinitate de componente spectrale, care însă nu sunt localizate la multiplii (întregi) doar ai unei frecvenţe fundamentale

Aşa cum s-a prezentat anterior, în spaţiul stărilor $\mathbb{R}^3$, regimul cvasiperiodic de ordin 2 al unui sistem dinamic are aspectul unui tor de ordin 2. Regimul cvasiperiodic de ordin *k* este caracterizat în spaţiul stărilor de un tor de ordin *k*, ce este greu de vizualizat în acest spaţiu, însă componentele sale spectrale sunt caracteristice acestui regim şi sunt

localizate discret în domeniul frecvenţă, fiind dispuse la frecvenţe ale căror rapoarte nu sunt numere raţionale.

Pentru a ilustra modul în care poate apărea un regim permanent cvasiperiodic în comportarea unui sistem dinamic, considerăm sistemul (dinamic) de tip Van der Pol, descris de ecuaţiile:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \left(1 - x_1^2\right)x_2 - x_1 + A\cos\left(2\pi t / T_2\right) \end{aligned} \quad \textbf{(1.48)}$$

Se observă că în ecuaţia a doua a fost introdus un termen cosinusoidal de comandă (sau de control) al sistemului dinamic. În absenţa acestui termen, sistemul dinamic are un ciclu limită cu perioada (naturală) T_1. Soluţia (limită) a sistemului dinamic cu termenul cosinusoidal de comandă va tinde să sincronizeze cele două oscilaţii caracterizate de perioadele T_1 şi T_2. Este posibil ca din acest „conflict” dintre perioadele T_1 şi T_2 să nu „câştige” niciuna şi, în consecinţă, din această competiţie să se instaleze un regim de tip „cvasiperiodic”. O astfel de situaţie este ilustrată în ***fig. 1.13***, în care s-au ales valorile: $A = 0{,}5;\ T_2 = 2\pi/1{,}1$, ilustrându-se atât traiectoria sistemului în spaţiul fazelor, cât şi variaţia în timp a variabilei $x_1(t)$.

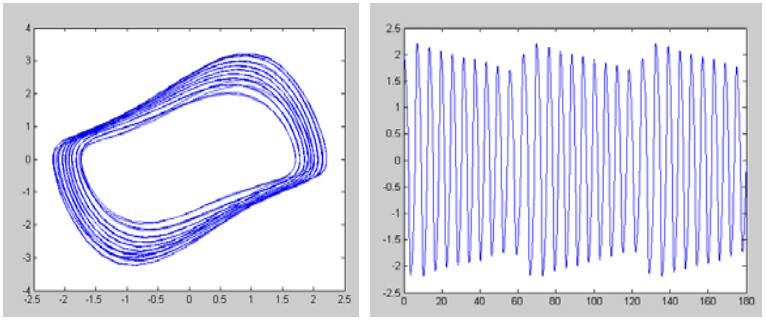


Fig. 1.13. Comportări ale sistemului Van der Pol
a) Traiectoria sistemului în spaţiul fazelor; b) Variaţia variabilei $x_1(t)$

3.3.5. Regimul (permanent) haotic

Din punct de vedere experimental, comportarea haotică a unui sistem dinamic poate fi definită ca o comportare limită, care nu este staţionară, i.e. corespunzătoare unui punct de echilibru, nu este periodică şi nici cvasiperiodică.

În spaţiul stărilor, două traiectorii ale unui regim haotic care încep aproape din acelaşi punct diverg şi devin necorelate, ilustrând sensibilitatea mare faţă de condiţiile iniţiale şi imposibilitatea de a face o predicţie pe termen lung a stării sistemului.

În domeniul timp, o traiectorie haotică nu este nici periodică, nici cvasiperiodică, rezultând că variaţia sa are un aspect aleator.

În domeniul frecvenţă, comportarea haotică este caracterizată de un spectru de putere de tip „zgomot de bandă largă”.

Trecerea de la un portret de fază simplu la unul complicat are loc, în majoritatea cazurilor, odată cu modificarea parametrilor de control ai unui sistem dinamic. Drept consecinţă, de la mişcări regulate în spaţiul fazelor se ajunge la cele neregulate de tip haotic, care tind către un atractor straniu, format dintr-o infinitate de orbite, dar care formează un obiect matematic distinct.

Comportamentul de fază guvernat de atractorii complicaţi posedă anumite proprietăţi statistice care, pe măsură ce parametrul de control creşte, devin tot mai importante, apoi preponderente, ca în final, la o anumită valoare a parametrului de control, atractorii stranii să fie formaţi din mulţimi de orbite care pot fi caracterizate relevant doar probabilistic.

Un punct limită, un ciclu limită sau chiar un *k*-tor din spaţiul stărilor au o dimensiune topologică (întreagă), pe când regimul haotic este descris de o mulţime care are o dimensiune Hausdorff fracţionară, ce este specifică unui fractal. Acest lucru este rezumat în tabelul 1.1.

Tabelul 1.1

Regim	Mulţime limită	Spectrul (de putere)	Dimensiunea
curent continuu	punct fix	o singură componentă spectrală la $\omega = 0$	0
periodic	curbă închisă	o frecvenţă fundamentală f_0 plus armonice la nf_0	1
cvasiperiodic	un tor (*k*-tor)	un număr incomensurabil de frecvenţe, ale căror rapoarte sunt numere iraţionale	*k*
haotic	fractal	spectru larg (de tip zgomot)	fracţionară

Pentru un sistem dinamic Duffing, în ***fig. 1.15*** se reprezintă: ***a)*** comportarea haotică în spaţiul fazelor, ***b)*** variaţia în timp a variabilei $x_1(t)$. Rezultatele sunt evaluate pentru $\delta = 0{,}25;\ \gamma = 0{,}3$ şi $\omega = 1$.

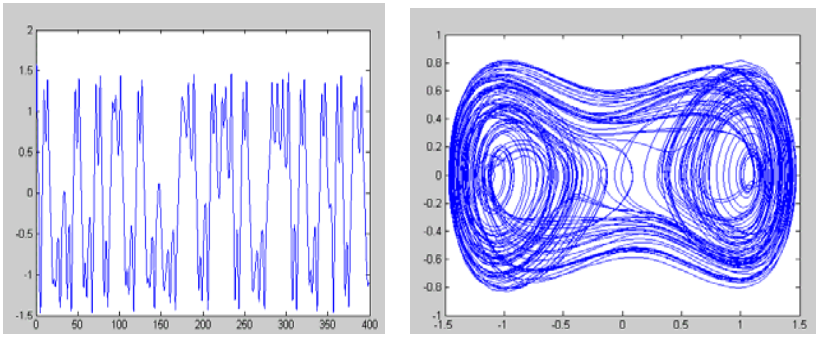


Fig. 1.15. Comportarea sistemului dinamic Duffing pentru $\delta = 0{,}25;\ \gamma = 0{,}3$ ***şi*** $\omega = 1$
a) comportarea haotică în spaţiul fazelor; b) variaţia în timp a variabilei $x_1(t)$

3.4. Metode în studiul comportărilor sistemelor dinamice (electice)

3.4.1. Liniarizarea modelelor matematice ale sistemelor dinamice (neliniare)

Sistemele dinamice electrice reale sunt caracterizate de sisteme de ecuaţii diferenţiale neliniare. Multe dintre comportările lor caracteristice, cum ar fi: stabilitatea, atractivitatea sau bifurcaţia, pot fi studiate, mai simplu, ca proprietăţi locale, în vecinătatea unui punct din spaţiul fazelor, prin liniarizarea sistemului de ecuaţii diferenţiale. Trebuie menţionat însă că nu întotdeauna prin liniarizare se obţine o comportare echivalentă cu cea a sistemului iniţial neliniar [3] – [6].

Să considerăm un sistem dinamic în timp continuu, caracterizat de sistemul de ecuaţii diferenţiale, scris sub formă vectorială:

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}(t)\right), \tag{1.50}$$

ceea ce este echivalent cu:

$$\begin{bmatrix} \mathrm{d}\,x_1/\mathrm{d}\,t \\ \mathrm{d}\,x_2/\mathrm{d}\,t \\ \vdots \\ \mathrm{d}\,x_n/\mathrm{d}\,t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) \end{bmatrix}. \tag{1.51}$$

Liniarizarea sistemului de ecuaţii (**1.50**) sau (**1.51**) poate fi făcută prin dezvoltarea (parţială) în serie Taylor, în jurul unui punct $\boldsymbol{x}_0$ din spaţiul fazelor şi reţinerea primilor doi termeni.

Fie un punct $\boldsymbol{x}_0$ din spaţiul fazelor, în jurul căruia se va face liniarizarea sistemului de ecuaţii $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, care, pentru $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_0$, devine $\dot{\boldsymbol{x}}_0 = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_0)$.

Să considerăm $\Delta\boldsymbol{x}$ variaţiile incrementale ale variabilelor de stare, astfel încât în jurul punctului $\boldsymbol{x}_0$ putem scrie

$$\boldsymbol{x} \to \boldsymbol{x}_0 + \Delta\boldsymbol{x}. \tag{1.52}$$

Cum $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, iar $\boldsymbol{x} \to \boldsymbol{x}_0 + \Delta\boldsymbol{x}$, rezultă că:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_0 + \Delta\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_0 + \Delta\boldsymbol{x}). \tag{1.53}$$

Dezvoltând în serie Taylor funcţia $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, în jurul punctului $\boldsymbol{x}_0$, şi reţinând doar primii doi termeni rezultă că:

$$\dot{\boldsymbol{x}}_0 + \Delta\dot{\boldsymbol{x}} \approx \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_0) + D_x\left[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_0)\right]\Delta\boldsymbol{x}, \tag{1.54}$$

unde cu $D_x[\cdot]$ s-a notat matricea Jacobi (sau Jacobianul) funcţiei $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, adică:

$$D_x\left[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})\right] = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & & & \vdots \\ \dfrac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \dfrac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}. \tag{1.55}$$

Cum $\dot{\boldsymbol{x}}_0 = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_0)$, din relaţia (**1.54**) rezultă că:

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_0) + \Delta\dot{\boldsymbol{x}} \approx \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_0) + D_x\left[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_0)\right]\Delta\boldsymbol{x} \tag{1.56}$$

sau

$$\Delta\dot{\boldsymbol{x}} \approx D_x\left[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_0)\right]\Delta\boldsymbol{x}. \tag{1.57}$$

Ecuaţia (**1.57**) este liniară în raport cu coordonatele locale $\Delta\boldsymbol{x} = (\Delta x_1, \Delta x_2, \ldots, \Delta x_n)$, în jurul punctului $\boldsymbol{x}_0 = (x_{01}, x_{02}, \ldots, x_{0n},)$, adică în raport cu un nou sistem local de coordonate, cu originea în punctul $\boldsymbol{x}_0$ din spaţiul fazelor. Considerând $\Delta\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_0$, conform relaţiei (**1.52**), atunci $\Delta\dot{\boldsymbol{x}} = \dot{\boldsymbol{x}}$ (deoarece $\boldsymbol{x}_0$ este constant în raport cu timpul), astfel încât relaţia (**1.57**) devine:

$$\dot{\boldsymbol{x}} \approx D_x\left[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_0)\right](\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_0). \tag{1.58}$$

Există numeroase alte metode, descrise în literatura de specialitate [5], [6], care permit liniarizarea unui sistem de ecuaţii diferenţiale ce poate fi scris sub forma:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b} . \qquad (\mathbf{1.59})$$

3.4.2. Stabilitatea mulţimilor limită

Stabilitatea unui sistem dinamic caracterizează portretul de fază în vecinătatea unei mulţimi invariante *M*, la perturbaţii mici ale unora sau ale tuturor parametrilor sistemului de care depinde funcţia de sistem (în afara variabilei independente timp) [3], [4], [10].

Dacă $\boldsymbol{x}_Q$ este un punct (limită) de echilibru, stabilitatea sistemului dinamic este dată de valorile proprii ale liniarizării sistemului de ecuaţii în jurul punctului $\boldsymbol{x}_Q$, adică de rădăcinile λ_i ale ecuaţiei caracteristice:

$$\det\left(\lambda \boldsymbol{I} - D_x\left[\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}_Q\right)\right]\right) = \mathbf{0} . \qquad (\mathbf{1.60})$$

Dacă părţile reale ale tuturor valorilor proprii sunt strict negative, atunci punctul de echilibru $\boldsymbol{x}_Q$ este asimptotic stabil, astfel încât toate traiectoriile (din vecinătatea sa) vor converge către el.

Dacă una dintre valorile proprii are partea reală pozitivă, punctul de echilibru $\boldsymbol{x}_Q$ este instabil, iar dacă toate valorile proprii au partea reală pozitivă, atunci punctul $\boldsymbol{x}_Q$ este un punct de tip sursă. Să reformulăm aceste afirmaţii.

Fie $\boldsymbol{x}_0$ un punct de echilibru pentru sistemul dinamic asociat sistemului de ecuaţii diferenţiale $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}\right),\ \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n,\ \boldsymbol{f} = \left(f_1, f_2, ..., f_n\right)$.

Spunem că punctul de echilibru $\boldsymbol{x}_0$ este Liapunov-stabil dacă $\forall \varepsilon > 0,\quad \exists \delta\left(\varepsilon\right) > 0$, astfel încât orice $\boldsymbol{x}$ care verifică condiţia $\left|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_0\right| < \delta$ implică $\left|\Phi_t\left(\boldsymbol{x}\right) - \xi_0\right| < \varepsilon, \forall t \geq 0.$

Spunem că punctul de echilibru este atractiv dacă există o vecinătate *U* a lui $\boldsymbol{x}_0$ şi un $T > 0$ cu proprietatea că $\forall \boldsymbol{x} \in U$ şi $\forall t \geq T$ rezultă: $\Phi_t\left(\boldsymbol{x}\right) \in U$ şi $\lim_{t\to\infty}\left|\Phi_t\left(\boldsymbol{x}\right) - \boldsymbol{x}_0\right| = 0$. Dacă $\lim_{t\to\infty}\left|\Phi_t\left(\boldsymbol{x}\right) - \boldsymbol{x}_0\right| = 0$, spunem că punctul de echilibru este repulsiv.

Un punct de echilibru, $\boldsymbol{x}_0$, care este stabil şi atractiv se numeşte asimptotic stabil [40].

Definiţia unui punct de echilibru stabil poate fi reformulată, în termeni de dinamică de fază, astfel: $\boldsymbol{x}_0$ este Liapunov stabil dacă $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta\left(\varepsilon\right) > 0$, astfel încât orice orbită din spaţiul fazelor care porneşte din regiunea $B\left(x_0; \delta\right)$ va rămâne în regiunea $B\left(x_0; \delta\right)$, la orice moment ulterior $t > 0$ (***fig. 1.16***).

În mod asemănător cu stabilitatea punctului de echilibru se poate defini stabilitatea ciclului limită şi a altor mulţimi invariante.

Stabilitatea punctelor de echilibru ale unui sistem dinamic liniar este complet caracterizată pe baza teoremei de mai jos [40].

Fie sistemul dinamic liniar asociat ecuaţiei vectoriale *n*-dimensionale: $\dot{\boldsymbol{x}} = \mathbf{A}\boldsymbol{x}$.

a) Dacă toate valorile proprii λ_k ale matricei **A** au partea reală negativă, $\mathrm{Re}\left(\lambda_k\right) < 0,\ k = \overline{1,n}$, atunci există constantele C, $\mu > 0$, astfel încât pentru orice $\boldsymbol{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ au loc relaţiile: $\left\|x\left(t; \xi_0\right)\right\| \leq \mathrm{C}\left\|\boldsymbol{x}_0\right\| \mathrm{e}^{-\mu t},\ \forall t \geq 0$ şi $\lim_{t\to\infty} x\left(t; x_0\right) = 0$, ceea ce înseamnă că originea este un punct asimptotic stabil pentru sistemul dinamic liniar.

b) Dacă există o valoare proprie λ_j a matricei **A** cu partea reală pozitivă, adică $\mathrm{Re}\left\{\lambda_j\right\} > 0$, atunci $\forall \varepsilon > 0,\ \exists x_0$, cu $\left\|x_0\right\| < \varepsilon$, astfel

încât $\lim_{t\to\infty}\left\|x\left(t;\boldsymbol{x}_0\right)\right\|=\infty$, adică originea este un punct de echilibru instabil.

Teoremele din cazul sistemelor dinamice liniare au stat la baza formulării şi demonstrării principiului de liniarizare Liapunov-Peron [40].

Fie sistemul dinamic neliniar asociat ecuaţiei diferenţiale: $\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$, cu $\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^n$ şi $\boldsymbol{f}=\left(f_1,f_2,...,f_n\right)$, cu f cel puţin de clasă $\mathbb{C}^1$ şi fie $\boldsymbol{x}_0$ un punct de echilibru al sistemului, pentru care $\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}_0\right)=0$ şi $J=f'\left(x_0\right)$ matricea Jacobi a lui $\boldsymbol{f}$ în $\boldsymbol{x}_0$, care defineşte sistemul liniarizat $\dot{\psi}=\mathbf{J}\boldsymbol{y}$.

- Dacă toate valorile proprii λ_k ale lui **J** au $\mathrm{Re}\{\lambda_k\}<0$, atunci $\boldsymbol{x}_0$ este un punct de echilibru neliniar asimptotic stabil;
- Dacă cel puţin o valoare proprie λ_j a matricei **J** are $\mathrm{Re}\{\lambda_j\}>0$, atunci $\boldsymbol{x}_0$ este un punct de echilibru neliniar instabil.

Să considerăm, de exemplu, sistemul dinamic descris de ecuaţiile:

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2=f_1\left(x_1,x_2\right)\\ \dot{x}_2=x_1-x_1^3-x_2=f_2\left(x_1,x_2\right)\end{cases}. \qquad \textbf{(1.61)}$$

Punctele de echilibru rezultă din sistemul algebric:

$$f_1\left(x_1,x_2\right)=x_2=0; \qquad \textbf{(1.62a)}$$

$$f_2\left(x_1,x_2\right)=x_1-x_1^3-x_2=0. \qquad \textbf{(1.62b)}$$

Din rezolvarea sistemului (**1.62**) rezultă punctele singulare (0,0), (1,0), (–1,0).

Matricea Jacobi ataşată sistemului (**1.62**) este:

$$\mathbf{J}=\begin{bmatrix}\frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2}\\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1-3x_1^2 & -1\end{bmatrix}. \qquad \textbf{(1.63)}$$

Pentru punctele singulare $(\pm1,0)$ rezultă că:

$$\mathbf{J}\Big|_{(x_1,x_2)=(\pm1,0)}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -1\end{bmatrix}, \qquad \textbf{(1.64)}$$

astfel încât se deduce ecuaţia caracteristică:

$$\begin{vmatrix}\lambda & 1\\ -2 & -(1+\lambda)\end{vmatrix}=\lambda^2+\lambda+2=0, \qquad \textbf{(1.65)}$$

cu rădăcinile:

$$\lambda_{1,2}=-\frac{1}{2}+\mathrm{j}\sqrt{7}/2,\quad \text{iar}\ \ \Delta=-7<0. \qquad \textbf{(1.66)}$$

Aşadar, punctele singulare $(\pm1,0)$ sunt (asimptotic) stabile, deoarece $\mathrm{Re}\{\lambda_{1,2}\}<0$. Punctele singulare $(\pm1,0)$ sunt atractori.

Pentru punctul de echilibru $(0,0)$, matricea Jacobi devine:

$$\mathbf{J}\Big|_{(x_1,x_2)=(0,0)}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & -1\end{bmatrix}, \qquad \textbf{(1.67)}$$

iar ecuaţia caracteristică:

$$\begin{vmatrix}\lambda & 1\\ -2 & -(1+\lambda)\end{vmatrix}=\lambda^2+\lambda-1=0, \qquad \textbf{(1.68)}$$

cu rădăcinile:

$$\lambda_{3,4}=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{5}}{2},\quad \text{cu}\ \ \Delta=5>0. \qquad \textbf{(1.69)}$$

Punctul de echilibru $(0,0)$ are $\mathrm{Re}\{\lambda_{3,4}\} < 0$, dar $\Delta > 0$, astfel că este un punct de tip „şa”. Portretul de fază pentru sistemul (**1.61**) este reprezentat în ***fig. 1.16***.

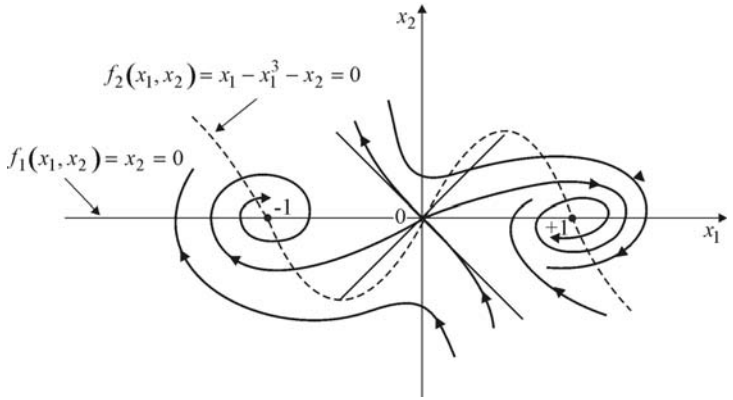


Fig. 1.16. Portretul de fază pentru sistemul caracterizat de relaţia (1.61)

În timp ce stabilitatea unui punct de echilibru poate fi determinată considerând valorile proprii ale liniarizării câmpului vectorial al sistemului dinamic, cum putem studia stabilitatea unei mulţimi limită de tip ciclu limită, tor sau traiectorie haotică? Ideea de bază pentru acest studiu a fost introdusă de Poincaré şi constă în conversia sistemului dinamic în timp continuu într-un sistem echivalent, în timp discret, considerând o secţiune transversală faţă de liniile de câmp ale sistemului dinamic continuu. Intersecţiile traiectoriilor cu această secţiune – numită secţiune Poincaré – definesc o „hartă” de tip Poincaré. Şi cum un ciclu limită va determina un punct fix $\boldsymbol{x}_Q$ pe secţiunea Poincaré, rezultă că stabilitatea ciclului limită poate fi judecată ca stabilitatea punctului limită $\boldsymbol{x}_Q$.

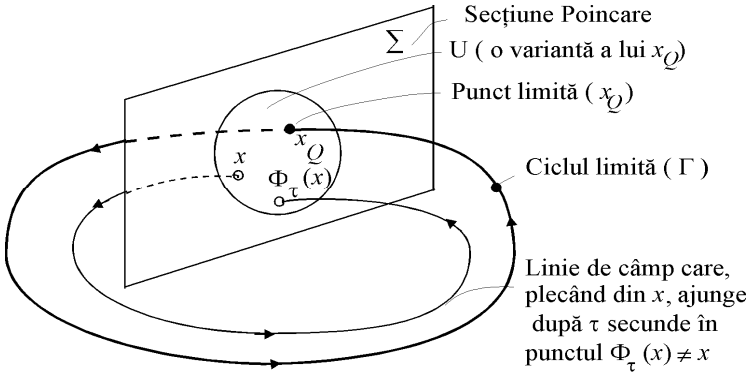


Fig. 1.17. Definiţia secţiunii Poincaré

3.4.3. Secţiunea Poincaré

O secţiune Poincaré a unui sistem dinamic autonom *n*-dimensional este un hiperplan Σ, de dimensiune $(n-1)$ în spaţiul stărilor, care este intersectat transversal de fluxul câmpului vectorial ***f*** determinat de evoluţia sistemului dinamic, aşa cum este ilustrat în ***fig. 1.17***.

Fie Γ o orbită închisă în spaţiul stărilor unui câmp vectorial ***f***, iar $\boldsymbol{x}_Q$ punctul de intersecţie al orbitei Γ cu planul Σ (***fig. 1.17***). Dacă *T* este perioada de repetiţie a lui Γ şi ***x*** este suficient de apropiat de $\boldsymbol{x}_Q$, atunci traiectoria $\Phi_t(\boldsymbol{x})$ prin ***x*** va intersecta planul Σ, după un timp $\tau(\boldsymbol{x}) \approx T$, în punctul $\Phi_{\tau(\boldsymbol{x})}(\boldsymbol{x})$, aşa cum se arată în ***fig. 1.17***. În consecinţă, funcţia sau corespondenţa de tip Poincaré este descrisă de aplicaţia:

$$\boldsymbol{g} : \boldsymbol{U} \rightarrow \Sigma, \qquad (\mathbf{1.70})$$

astfel că

$$\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}) = \Phi_{\tau(\boldsymbol{x})}(\boldsymbol{x}), \qquad (\mathbf{1.71})$$

unde $\boldsymbol{U} \in \Sigma$ este o vecinătate a lui $\boldsymbol{x}_Q$, iar $\boldsymbol{g}(\cdot)$ caracterizează sistemul în timp discret:

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_k). \qquad (\mathbf{1.72})$$

În acest sens se spune că aplicaţia Poincaré asociază sistemelor dinamice continue şi finit dimensionale sisteme dinamice discrete, care au aceleaşi mulţimi limită ca şi cele continue.

Stabilitatea ciclului limită Γ este determinată de valorile proprii ale liniarizării funcţiei $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$ în jurul punctului $\boldsymbol{x}_Q$. Dacă toate valorile proprii λ_i ale lui $D_x\left[\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_Q)\right]$ au modulul mai mic decât unitatea, atunci ciclul limită este asimptotic stabil, iar dacă un modul este mai mare decât unitatea, atunci ciclul limită Γ va fi instabil. Dacă însă există λ_i, cu $|\lambda_i| = 1$, iar toţi ceilalţi multiplicatori verifică relaţia $|\lambda_k| \le 1, k \ne i$, atunci nu se poate preciza doar din această analiză tipul ciclului limită, fiind necesare diferenţialele de ordin superior ale aplicaţiei Poincaré. De notat că stabilitatea ciclului limită este independentă de poziţia şi orientarea secţiunii Poincaré, cu condiţia ca fluxul sistemului dinamic să intersecteze secţiunea Poincaré.

Se poate formula şi următoarea teoremă: Valorile proprii λ_i ale matricei Jacobi a aplicaţiei Poincaré asociată ciclului limită Γ sunt independente de punctul $\boldsymbol{x}_Q$ de pe Γ_i, de secţiunea transversală Σ şi de coordonatele locale alese pe aceasta.

Într-o secţiune Poincaré, un ciclu limită arată ca un punct fix. Secţiunea Poincaré a unui atractor cvasiperiodic va arăta, în final, ca o curbă închisă (***fig. 1.18***). Secţiunea Poincaré a unui atractor haotic va avea o structură fractală (de puncte).

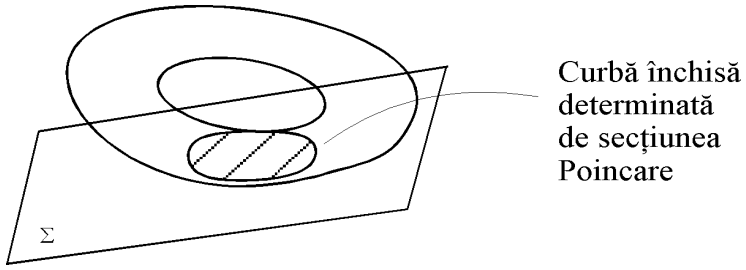


Fig. 1.18. Secţiunea Poincaré a unui atractor cvasiperiodic

3.4.4. Exponenţii Liapunov

Exponenţii Liapunov pot fi consideraţi ca o generalizare a valorilor proprii pentru un punct de echilibru. Ei sunt utilizaţi pentru a determina stabilitatea oricărui tip de comportare de regim permanent, inclusiv pentru comportările cvasiperiodice şi de tip haotic [11].

Să considerăm un sistem dinamic în timp discret, descris de setul de ecuaţii (neliniare):

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_k), \qquad \textbf{(1.73)}$$

unde $\boldsymbol{x}_k$ reprezintă vectorul de stare *n*-dimensional.

Fie $\delta\boldsymbol{x}_k$ perturbaţia incrementală a unui vector de stare $\boldsymbol{x}_k$, astfel încât $\boldsymbol{x}_k \to \boldsymbol{x}_k + \delta\boldsymbol{x}_k$. Rezultă că:

$$\delta\boldsymbol{x}_{k+1} = D_x\left[\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_k)\right]\delta\boldsymbol{x}_k, \qquad \textbf{(1.74)}$$

unde $D_x\left[\boldsymbol{g}(x)\right]$ este o matrice Jacobi, de dimensiune $n \times n$, având drept componente derivatele parţiale ale funcţiilor $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$ în raport cu cele

n componente ale vectorului $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Fie $\boldsymbol{y}_k = \delta\boldsymbol{x}_k / |\delta\boldsymbol{x}_0|$ vectorul tangent, care determină un „spaţiu tangent”. Ecuaţia de evoluţie a sistemului dinamic în acest spaţiu va fi:

$$\boldsymbol{y}_{k+1} = D_x\left[\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x}_k)\right]\boldsymbol{y}_k. \qquad \textbf{(1.75)}$$

Evident, evoluţia vectorului tangent $\boldsymbol{y}_k$ depinde de orbita $\{\boldsymbol{x}_k\}$ care, la rândul ei, este determinată de soluţia iniţială $\boldsymbol{x}_0$ şi de orientarea iniţială a vectorului tangent $\boldsymbol{y}_0$. Suntem interesaţi de rata exponenţială, în care amplitudinea lui ***y*** creşte sau scade o dată cu fiecare iteraţie. În acest scop vom defini mărimile:

$$\lambda(\boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{y}_0) = \lim_{k\to\infty} \lambda(\boldsymbol{x}_0, \boldsymbol{y}_0, k), \qquad \textbf{(1.76)}$$

unde

$$\lambda\left(\boldsymbol{x}_0,\boldsymbol{y}_0,k\right)\overset{\text{not}}{=}\lambda_k=\frac{1}{k}\ln\left|\boldsymbol{y}_k\right|. \qquad (1.77)$$

Mărimea $\lambda\left(\boldsymbol{x}_0,\boldsymbol{y}_0\right)$ se numeşte exponent (de tip) Liapunov, iar $\lambda\left(\boldsymbol{x}_0,\boldsymbol{y}_0,k\right)\overset{\text{not}}{=}\lambda_k$ se numeşte exponent Liapunov în timp discret.

În mod echivalent, putem vorbi despre „numărul Liapunov" *L*, care poate fi definit în funcţie de exponentul Liapunov λ prin relaţia $L=\mathrm{e}^{\lambda}$. Numărul Liapunov *L* reprezintă factorul mediu în care amplitudinea vectorului perturbaţie incrementală $\delta\boldsymbol{x}_k$ este multiplicat la fiecare iteraţie.

Din ecuaţiile (**1.75**) şi (**1.76**) rezultă că:

$$\lambda\left(\boldsymbol{x}_0,\boldsymbol{y}_0,k\right)=\frac{1}{k}\ln\left|D_x\left[\boldsymbol{g}^k\left(\boldsymbol{x}_0\right)\right]\boldsymbol{y}_0\right|=$$

$$=\frac{1}{k}\ln\left|D_x\left[\boldsymbol{g}\left(\boldsymbol{x}_{k-1}\right)\right]\ldots D_x\left[\boldsymbol{g}\left(\boldsymbol{x}_0\right)\right]\boldsymbol{y}_0\right|, \qquad (1.78)$$

unde am notat prin $\boldsymbol{g}^k\left(\boldsymbol{x}_0\right)$ iterarea de *k* ori a funcţiei $\boldsymbol{g}\left(\cdot\right)$, adică:

$$g^k\left(x\right)=\underbrace{g\left(g\left(g\left(\ldots\left(g\left(x\right)\right)\right)\right)\right)}_{\text{de } k \text{ ori}}, \qquad (1.79)$$

iar $D_x\left[\boldsymbol{g}^k\left(\boldsymbol{x}\right)\right]$ este matricea Jacobi de ordinul $n\times n$, relativă la transformarea $\boldsymbol{g}^k\left(\cdot\right)$. Produsul dintre matricea $D_x\left[\boldsymbol{g}^k\left(\boldsymbol{x}_0\right)\right]$ şi vectorul tangent unitar $\boldsymbol{y}_0$ poate fi interpretat, în spaţiul stărilor, ca un elipsoid ale cărui *n* raze principale sunt chiar numerele Liapunov $L_i\left(\boldsymbol{x}_0,k\right)$, definite în timp discret pentru $i=1,2,\ldots,n$. Direcţiile principale ale elipsoidului sunt cei *n* vectori proprii perpendiculari ai matricei simetrice reale: $\left[D_x\left[\boldsymbol{g}^k\left(\boldsymbol{x}_0\right)\right]\right]\cdot\left[D_x\left[\boldsymbol{g}^k\left(\boldsymbol{x}_0\right)\right]\right]^T$.

Razele principale ale elipsoidului sunt rădăcinile pătratice ale celor *n* valori proprii, care, uneori, sunt denumite valori singulare ale lui $D_x\left[\boldsymbol{g}^k\left(\boldsymbol{x}_0\right)\right]$.

Pentru $k\to\infty$, ecuaţia (**1.76**) poate avea *n* valori posibile ale exponenţilor $\lambda_i\left(\boldsymbol{x}_0\right)$, care depind de orientarea vectorului $\boldsymbol{y}_0$. Fie ordonarea lor astfel încât:

$$\lambda_1\left(\boldsymbol{x}_0\right)\geq\lambda_2\left(\boldsymbol{x}_0\right)\geq\ldots\geq\lambda_n\left(\boldsymbol{x}_0\right). \qquad (1.80)$$

Mulţimea valorilor $\left\{\lambda_i\left(\boldsymbol{x}_0\right),i=1,2,\ldots,n\right\}$ formează „spectrul Liapunov".

Pentru a rezuma introducerea teoretică a exponenţilor Liapunov, să ne imaginăm în spaţiul *n*-dimensional o sferă cu centrul în $\boldsymbol{x}_0$ care evoluează o dată cu sistemul dinamic. După *k* iteraţii, sfera poate evolua într-un elipsoid, caracterizat de *n* raze principale, aşa cum este ilustrat în ***fig. 1.19,*** pentru cazul particular $n=2$.

Raportul razelor principale (***fig. 1.19***) este de ordinul $\mathrm{e}^{k\lambda i}$, adică exponenţii Liapunov λ_i califică rata de tip exponenţial a traiectoriilor sistemului dinamic în evoluţia sa. În vecinătatea unei traiectorii asimptotic stabile, fluxul „se contractă", astfel că exponentul Liapunov va fi zero sau negativ.

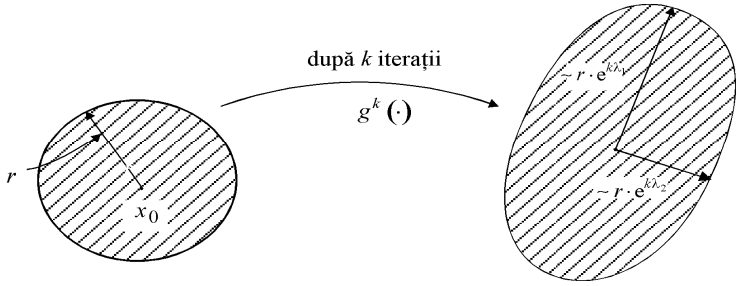


Fig. 1.19. Interpretarea geometrică a exponenţilor Liapunov

Calculul exponentului Liapunov pentru ecuaţia (neliniară)

$x_{n+1} = f\left(x_n\right)$

După cum s-a arătat, exponenţii Liapunov caracterizează senzitivitatea evoluţiei unui sistem dinamic în timp, la variaţia incrementală ε a condiţiilor iniţiale. Dacă analizăm evoluţia sistemului dinamic din punctul $x_0 + \varepsilon$ în locul evoluţiei acestuia din punctul x_0, după *n* iteraţii abaterea dintre cele două evoluţii poate fi caracterizată de ecuaţia:

$$\varepsilon\left(n\right) \approx \varepsilon \cdot e^{\lambda n}, \qquad \textbf{(1.81)}$$

unde exponentul Liapunov λ caracterizează rata medie a convergenţei sau divergenţei procesului. Dacă λ este negativ, procesul converge, iar dacă λ este pozitiv, procesul diverge. Dacă sistemul dinamic este caracterizat de ecuaţia:

$$x_{n+1} = f\left(x_n\right), \qquad \textbf{(1.82)}$$

rezultă că diferenţa dintre evoluţiile faţă de o soluţie iniţială x_0 şi o alta (perturbată) $x_0 + \varepsilon$, după *n* iteraţii, va fi:

$$f^n\left(x_0 + \varepsilon\right) - f^n\left(x_0\right) \approx \varepsilon \cdot e^{\lambda n} \qquad \textbf{(1.83)}$$

sau

$$\ln \frac{f^n\left(x_0 + \varepsilon\right) - f^n\left(x_0\right)}{\varepsilon} \approx n\lambda. \qquad \textbf{(1.84)}$$

Pentru ε mic, această expresie devine:

$$\lambda \approx \frac{1}{n} \ln\left[\frac{\mathrm{d}\, f^n}{\mathrm{d}\, x}\right] \qquad \textbf{(1.85)}$$

sau

$$\lambda = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \ln\left[f'\left(x_i\right)\right]. \qquad \textbf{(1.86)}$$

De exemplu, în [12] se arată că pentru ecuaţia logistică:

$$x_{n+1} = \mu x_n \left(1 - x_n\right) \qquad \textbf{(1.87)}$$

valoarea exponentului Liapunov λ, în funcţie de parametrul μ, este reprezentată grafic ca în ***fig. 1.20***.

Semnul (negativ sau pozitiv) al coeficientului Liapunov λ coincide cu momentele de bifurcaţie ale ecuaţiei logistice. De exemplu, peste valoarea de $\mu_\infty = 3{,}56$, regiunile de comportare periodică coincid cu intervalele în care $\lambda < 0$.

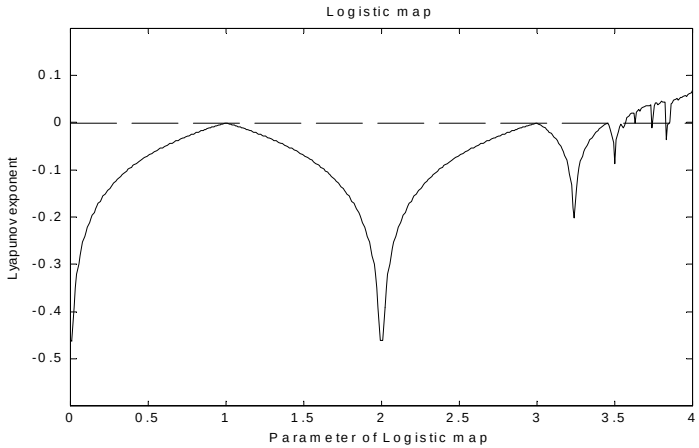


Fig. 1.20. Variaţia coeficientului Liapunov pentru ecuaţia logistică

În tabelul 1.2 se prezintă o clasificare a comportărilor de regim permanent ale unui sistem dinamic, în funcţie de mulţimile lor limită şi de valorile exponenţilor Liapunov [14]. Aşa cum este prezentat şi în tabelul 1.2, toate valorile proprii $\left(\lambda_i, i = \overline{1,n}\right)$, specifice unui punct de echilibru stabil, au partea reală negativă, iar cel mai mare exponent al unui punct atractor este negativ.

Traiectoriile vecine unui ciclu limită converg către ciclul limită dacă cel mai mare exponent Liapunov corespunzător ciclului limită este zero, iar ceilalţi exponenţi sunt negativi.

Tabelul 1.2

Regim de funcţionare	Valori specifice pentru coeficienţii Liapunov
„curent continuu”	$0 > \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \ldots \geq \lambda_n$
periodic	$\lambda_1 = 0,$ $0 > \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \ldots \geq \lambda_n$
cvasiperiodic (*k*-tor)	$\lambda_1 = \lambda_2 = \ldots = \lambda_k = 0$ $0 > \lambda_{k+1} \geq \lambda_{k+2} \geq \ldots \geq \lambda_n$
haotic	$\lambda_1 > 0$, dar $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i < 0$

Un *k*-tor este caracterizat de *k* exponenţi Liapunov nuli, deoarece fluxul local nu este nici contractiv, nici expansiv. Restul de $(n-k)$ exponenţi Liapunov sunt negativi. În medie, o traiectorie haotică este instabilă şi, în consecinţă, are un exponent Liapunov pozitiv. Aceasta conduce la o dependenţă senzitivă de condiţiile iniţiale. Cu toate acestea, un atractor haotic este caracterizat de o mulţime limită atractoare spre care converg toate traiectoriile, astfel că suma exponenţilor Liapunov este negativă. În acest paragraf, până acum, ne-am referit în mod particular la definirea exponenţilor Liapunov doar pentru sistemele dinamice în timp discret. Pentru sistemele dinamice în timp continuu, aceste noţiuni se definesc în mod similar. De exemplu, pentru un sistem dinamic *n* dimensional, în timp continuu, caracterizat de sistemul de ecuaţii:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \qquad \textbf{(1.88)}$$

vom considera o orbită $\boldsymbol{x}(t)$ deplasată infinitezimal în spaţiul fazelor cu $\delta\boldsymbol{x}(t)$, astfel încât:

$$\boldsymbol{x}(t) \to \boldsymbol{x}(t) + \delta\boldsymbol{x}(t), \qquad \textbf{(1.89)}$$

şi că vectorul tangent la această orbită este definit de:

$$\boldsymbol{y}(t) \to \delta\boldsymbol{x}(t) \big/ \left|\delta\boldsymbol{x}(t)\right|. \qquad \textbf{(1.90)}$$

În spaţiul vectorial tangent, sistemul dinamic este caracterizat de:

$$\dot{\boldsymbol{y}} = D_x \left[\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}(t)) \right] \boldsymbol{y}. \qquad \textbf{(1.91)}$$

În acest caz, exponenţii Liapunov sunt definiţi de:

$$\lambda\left(\boldsymbol{x}(0), \boldsymbol{y}(0)\right) = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{t} \ln\left|\boldsymbol{y}(t)\right| \qquad \textbf{(1.92)}$$

şi conduc, similar ca în relaţia (**1.80**), la obţinerea a „*n*” exponenţi Liapunov pentru valoarea iniţială $\boldsymbol{x}(0)$ din bazinul atractorului sistemului dinamic descris de relaţia (**1.88**).

3.4.5 Entropia

Să considerăm că un experiment poate avea *n* valori posibile, cu probabilităţile $p_1, p_2, \ldots, p_n$. Shannon a introdus noţiunea de „*entropie*”, care descrie incertidunea experimentului prin relaţia:

$$H_s = \sum_{i=1}^{n} p_i \ln \frac{1}{p_i}. \qquad \textbf{(1.93)}$$

De exemplu, în cazul în care p_i este egal cu unu, iar restul sunt nule, rezultă că $H_s = 0$, confirmând faptul că nu există nici o incertitudine în realizarea experimentului. Pe de altă parte, incertitudinea are o valoare maximă când toate valorile experimentului au probabilităţile egale. În acest caz, $p_1 = p_2 = \ldots = p_n = \frac{1}{n}$ şi entropia va avea valoarea maximă posibilă egală cu $\ln(n)$.

Kolmogorov a aplicat noţiunea introdusă de Shannon în cadrul teoriei ergodice. Fie μ o măsură invariantă de probabilitate ergotică, ataşată unui sistem dinamic, caracterizat de funcţia „*f*”. În cazul cel mai interesant pentru studiul nostru „μ” poate fi interpretat ca măsura naturală a unui atractor haotic corespunzător sistemului. Fie *R* o regiune închisă din spaţiul fazelor sistemului dinamic, care conţine măsura μ. Să împărţim regiunea *R* într-un număr finit de subregiuni R_i, astfel încât $R = R_1 \cup R_2 \cup \ldots \cup R_n$.

În acest caz, putem defini funcţia de entropie corespunzătoare unei partiţii $\{R_i\}$ prin relaţia:

$$H\left(\{R_i\}\right) = \sum_{i=1}^{n} \mu\left(R_i\right) \ln\left[\mu\left(R_i\right)\right]^{-1}, \qquad \textbf{(1.94)}$$

care ne dă informaţia medie dobândită când ştim că o orbită se află într-una dintre partiţiile R_i. În continuare, Kolmogorov consideră valorile $f^{-1}\left(R_i\right)$ corespunzătoare partiţiilor R_i şi examinează cele n^2 intersecţii:

$$R_i \cap f^{-1}\left(R_j\right) \qquad \textbf{(1.95)}$$

pentru fiecare pereche (i, j), cu $1 \le i, j \le n$.

Alegând toate intersecţiile „nenule", se realizează un nou set de partiţii $\left\{R_i^{(2)}\right\}$, cu $1 < i < n_2$, unde n_2 reprezintă numărul de intersecţii nenule. În continuare, procedeul se repetă pentru cel de-al treilea set de partiţii $\left\{R_i^{(3)}\right\}$ format din cele n_3 intersecţii nenule de tipul:

$$R_i \cap f^{-1}\left(R_i\right) \cap f^{-2}\left(R_k\right), \quad \text{pentru} \quad i, j, k = 1, 2, ..., n \qquad \textbf{(1.96)}$$

În mod similar se formează partiţiile de ordin superior. Mărimea:

$$h\left(\mu, \{R_i\}\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left(\left\{R_i^{(n)}\right\}\right) = \lim_{n\to\infty}\left[H\left(\left\{R_i^{(n+1)}\right\}\right) - H\left(\left\{R_i^{(n)}\right\}\right)\right] \qquad \textbf{(1.97)}$$

poate fi interpretată ca fiind informaţia medie câştigată trecând de la partiţia de ordin „*n*" la partiţia „mai fină" de ordin „$n+1$", când $n \to \infty$.

Entropia metrică a măsurii μ, denumită şi entropia Kolmogorov-Sinai, este, prin definiţie:

$$h\left(\mu\right) \equiv \sup_{(R_i)} h\left(\mu, \{R_i\}\right). \qquad \textbf{(1.98)}$$

Există şi alte definiţii ale entropiei ataşate unui sistem dinamic. De exemplu, entropia topologică a unui sistem dinamic, definit de câmpul vectorial ***f,*** conduce la o caracterizare a complexităţii dinamicii sistemului independent de măsura invariantă sau de măsurile pe care acest câmp le poate admite [41]. Entropiile metrice şi topologice permit moduri diferite de a caracteriza haosul. De exemplu, se afirmă că dinamica pe o mulţime invariantă, care admite o măsură invariantă μ este haotică pentru orice condiţie iniţială în raport cu măsura μ dacă $h\left(\mu\right) > 0$. Pe de altă parte, se spune că dinamica unui sistem neliniar, caracterizat de funcţia $f\left(\cdot\right)$, admite orbite haotice dacă $h_T > 0$.

3.5. Stabilitatea structurală şi bifurcaţii

Stabilitatea structurală se referă la senzitivitatea unui sistem dinamic la modificări mici ale parametrilor săi. În consecinţă, un câmp vectorial ***f*** structural stabil este acela pentru care un câmp vectorial ***f'***, foarte aproape de ***f***, va avea o dinamică echivalentă în spaţiul fazelor [3], [4], [10].

Noţiunea matematică de stabilitate structurală este foarte importantă şi pentru sistemele dinamice electrice. De exemplu, un circuit fizic depinde, în general, de un set de parametri, dintre care unul sau mai mulţi trebuie modificaţi pentru a optimiza un criteriu de performanţă. În acest sens, este necesar să ştim dacă comportările în spaţiul fazelor vor fi echivalente sau (mult) diferite odată cu modificarea acestor parametri.

Să considerăm un sistem dinamic cu un singur parametru μ, descris de setul de ecuaţii:

$$\dot{\boldsymbol{x}}\left(t\right) = \boldsymbol{f}_{\mu}\left(\boldsymbol{x}\left(t\right)\right), \qquad \textbf{(1.99)}$$

pentru care câmpul vectorial este parametrizat de valoarea lui μ. O valoare particulară μ_0, pentru care fluxul câmpului vectorial corespunzător ecuaţiei (**1.99**) nu este structural stabil, adică este puternic senzitiv la mici variaţii ale parametrului μ_0, constituie un punct de bifurcaţie.

Să considerăm exemplul comportării în spaţiul fazelor a unei diode Chua, pentru diferite valori ale neliniarităţii rezistenţei negative G_a, aşa cum este ilustrat în ***fig. 1.21***. Aşa cum rezultă din ***fig. 1.21***, sistemul Chua

evoluează de la regimul periodic stabil, caracterizat printr-o singură curbă în spaţiul fazelor (v_1, i_3, v_2), prin bifurcaţii succesive, la un regim periodic cu două, patru dublări de perioadă, până la o mulţime caracterizată de o spirală atractoare [14]. Un alt exemplu îl poate constitui comportarea sistemului dinamic în timp discret, caracterizat de ecuaţia logistică:

$$x_{k+1} = \lambda x_k (1 - x_k). \qquad \textbf{(1.100)}$$

Această relaţie poate fi considerată ca fiind discretizarea ecuaţiei logistice în timp continuu:

$$f(x) = \lambda x(1 - x), \quad x \in \square \ . \qquad \textbf{(1.101)}$$

Pentru sistemul dinamic descris de ecuaţia iterativă pătratică (**1.100**), valoarea „de echilibru" sau valoarea punctului atractor x_q satisface condiţia:

$$f(x_q) = x_q, \qquad \textbf{(1.102a)}$$

adică

$$\lambda x_q (1 - x_q) = x_q. \qquad \textbf{(1.102b)}$$

Rezultă:

$$x_{q_1} = 0 \quad \text{şi} \quad x_{q_2} = 1 - \frac{1}{\lambda}. \qquad \textbf{(1.103)}$$

Valorile de echilibru x_{q_1} şi x_{q_2} vor satisface şi condiţia:

$$f'(x) = \lambda (1 - 2x), \qquad \textbf{(1.104)}$$

adică

$$f'(x_{q_1}) = f'(0) = \lambda \qquad \textbf{(1.105)}$$

şi

$$f'(x_{q_2}) = f'\left(1 - \frac{1}{\lambda}\right) = 2 - \lambda. \qquad \textbf{(1.106)}$$

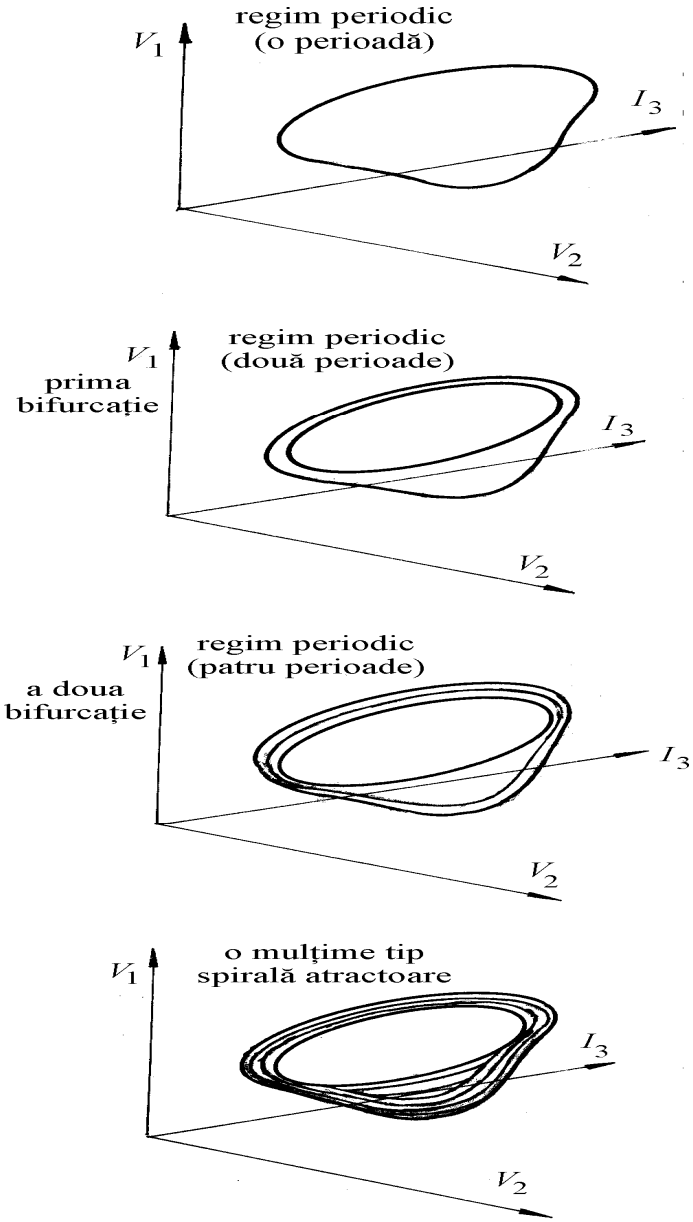


Fig. 1.21. Regimuri specifice unui sistem dinamic

În consecinţă, condiţia de stabilitate pentru $x_{q_1} = 0$ devine $|\lambda| < 1$, iar condiţia de stabilitate pentru $x_{q_2} = 1 - \frac{1}{\lambda}$ este $|2 - \lambda| < 1$, adică $1 < \lambda < 3$. Aceste rezultate sunt ilustrate în ***fig. 1.22***.

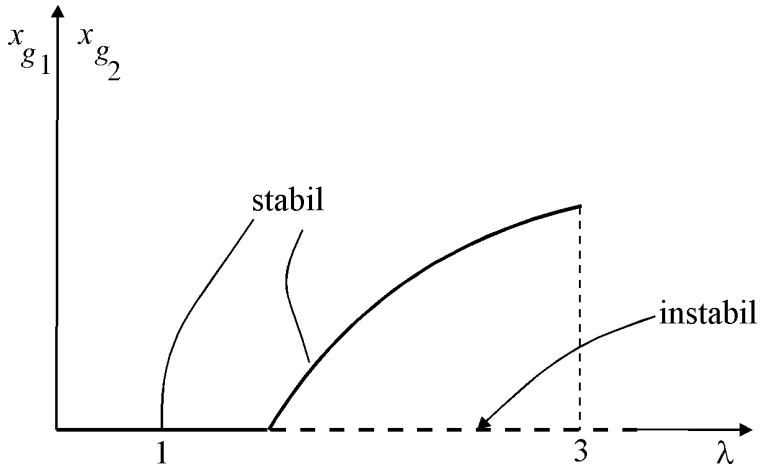


Fig. 1.22. Descrierea stabilităţii/instabilităţii atractorilor specifici ecuaţiei logistice

Deci, sistemul dinamic caracterizat de funcţia logistică (de gradul doi) (**1.100**) are următoarea comportare în raport cu λ:

- dacă $0 \le \lambda < 1$, rezultă $x_{q_1} = 0$ este stabil, iar

$x_{q_2} = 1 - \frac{1}{\lambda}$ este instabil;

- dacă $1 \le \lambda < 3$, rezultă $x_{q_1} = 0$ este instabil, iar

$x_{q_2} = 1 - \frac{1}{\lambda}$ este stabil;

- dacă $\lambda > 3$, atât x_{q_1}, cât şi x_{q_2} sunt instabile.

Să considerăm, în continuare, un al doilea ciclu al comportării sistemului dinamic, caracterizat de operatorul:

$$f\left[f(x)\right] \overset{\text{not}}{=} f^2(x) = \lambda\left[\lambda x(1-x)\right]\left[1-\lambda x(1-x)\right] = \lambda^2 x(1-x) - \lambda^3 x^2 (1-x)^2. \qquad \textbf{(1.107)}$$

În acest caz, condiţia de echilibru $f^2(x_q) = x_q$ devine:

$$\lambda^2 x_q (1 - x_q) - \lambda^3 x_q^2 (1 - x_q)^2 = x_q \qquad \textbf{(1.108a)}$$

sau

$$-\lambda^3 x_q^4 + 2\lambda^3 x_q^3 - \lambda^2 (1+\lambda) x_q^2 - (\lambda^2 - 1) x_q = 0. \qquad \textbf{(1.108b)}$$

Rădăcinile sunt: $x_{q_1} = 0$ şi $x_{q_2} = 1 - \frac{1}{\lambda}$, iar din ecuaţia

$$\lambda^2 x_q^2 - \lambda(\lambda+1) x_q + (1+\lambda) = 0$$

rezultă şi $x_{q_{3,4}} = \frac{\lambda + 1 \pm \sqrt{(\lambda+1)(\lambda-3)}}{2\lambda}$, care sunt reale doar dacă $\lambda > 3$.

În continuare, pentru compoziţia de ordinul trei a funcţiei iterative logistice:

$$f\left[f\left[f(x)\right]\right] \overset{\text{not}}{=} f^3(x), \qquad \textbf{(1.109)}$$

soluţiile de echilibru se obţin din ecuaţia $f^3(x_q) = x_q$, care vor fi în număr de opt, evidenţiind apariţia în spaţiul stărilor a $8 = 2^3$ puncte fixe, dintre care patru vor fi stabile şi patru vor fi instabile. Aceste bifurcaţii apar pentru $\lambda_3 = \sqrt{6} = 3,449490\ldots$.

Similar se poate constata că, pentru compoziţia de ordinul patru a funcţiei logistice, soluţiile de echilibru ale ecuaţiei:

$$f\Big[f\Big[f\Big[f\left(x_q\right)\Big]\Big]\Big] \overset{\text{not}}{=} f^4\left(x_q\right) = x_q \qquad \textbf{(1.110)}$$

pun în evidenţă o nouă bifurcaţie pentru $\lambda_4 = 3{,}5440\ldots$, rezultând 16 puncte fixe, dintre care opt stabile şi opt nestabile ş.a.m.d.

Valorile λ_n pentru care au loc bifurcări, cu 2^n puncte fixe, dintre care 2^{n-1} sunt stabile şi 2^{n-1} sunt nestabile, sunt date mai jos:

$\lambda_1 = 1$ $\qquad$ $\lambda_6 = 3{,}568759\ldots$

$\lambda_2 = 3$ $\qquad$ $\lambda_7 = 3{,}569296\ldots$

$\lambda_3 = 3{,}449490\ldots$ $\qquad$ $\lambda_8 = 3{,}569891\ldots$

$\lambda_4 = 3{,}545090\ldots$ $\qquad$ $\lambda_9 = 3{,}569934\ldots$

$\lambda_5 = 3{,}564407\ldots$ $\qquad$ …

Feigenbaum [12] a arătat că aceste puncte de bifurcaţie pot fi obţinute din ecuaţia:

$$\lambda_n = \lambda_\infty - c \cdot F^{-(n-1)}, \qquad \textbf{(1.111)}$$

unde $\lambda_\infty = 3{,}5699456\ldots$, $c = 2{,}6327\ldots$, iar $F = 4{,}6692\ldots$, care se numeşte constanta (universală) Feigenbaum, deoarece caracterizează punctele de bifurcaţie ale oricărei funcţii iterative (neliniare) de ordinul doi.

Ecuaţia unui sistem dinamic parametrizat poate fi rescrisă sub forma:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}, \mu\right), \quad \boldsymbol{f} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n, \qquad \textbf{(1.112)}$$

având ca soluţie perechea de valori $\left(\boldsymbol{x}, \mu\right) \in S$, unde mulţimea soluţiilor S este definită de $S = \left\{ \boldsymbol{x} \in R \,\middle|\, \boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}, \mu\right) = 0 \right.$, cel puţin pentru o valoare $\left. \mu \in \mathbb{R} \right\}$.

Din exemplele precedente s-a văzut că, pentru anumite valori ale parametrului μ, se pot obţine diverse comportări ale sistemului dinamic în spaţiul fazelor.

Un punct $\left(\boldsymbol{x}_0, \mu_0\right) \in S$ se numeşte *punct regulat* al ecuaţiei $\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}, \mu\right) = 0$ dacă:

$$\left.\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_0 \\ \mu = \mu_0}} \neq 0 \qquad \textbf{(1.113)}$$

şi *punct singular* dacă:

$$\left.\frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\substack{\boldsymbol{x} = \boldsymbol{x}_0 \\ \mu = \mu_0}} = 0 \,. \qquad \textbf{(1.114)}$$

Dintre punctele singulare, o importanţă deosebită o au *punctele de bifurcaţie*, definite ca acele puncte în vecinătatea cărora ecuaţia (**1.114**) are, cel puţin pentru un μ dat, mai multe soluţii.

Teoria bifurcaţiei este o disciplină matematică care studiază schimbările topologice şi diferenţiale, numite bifurcaţii, ale aplicaţiilor neliniare în anumite puncte singulare, numite puncte de bifurcaţie [4].

Obiectul teoriei bifurcaţiei depinde de context, adică de spaţiile în care se consideră aplicaţiile. Astfel, când aplicaţia defineşte o ecuaţie neliniară, staţionară, ce depinde de un parametru, studiul de bifurcaţie revine la determinarea anumitor caracteristici geometrice şi algebrice ale varietăţilor ce alcătuiesc mulţimea soluţiilor acelei ecuaţii. În acest caz, teoria bifurcaţiei se ocupă, în principal, de găsirea punctelor de bifurcaţie, a numărului varietăţilor ce trec prin aceste puncte, a sensului lor de apariţie în aceste puncte, a stabilităţii punctelor varietăţilor, ca soluţii ale unor ecuaţii de evoluţie ataşate unor familii de câmpuri vectoriale.

Dacă aplicaţia defineşte un sistem dinamic, atunci teoria bifurcaţiei se referă la schimbările topologice neechivalente ale spaţiului fazelor.

În cadrul sistemelor dinamice, teoria bifurcaţiei se numeşte teoria bifurcaţiei dinamice (şi aparţine topologiei diferenţiale). În cazul problemelor staţionare, definite de câmpuri vectoriale, ea se numeşte teoria bifurcaţiei statice (şi aparţine analizei funcţionale neliniare). Datorită legăturii dintre ecuaţiile diferenţiale, sistemele dinamice şi câmpurile

vectoriale, bifurcaţia dinamică şi cea statică a ecuaţiilor sunt legate corespunzător [3], [4].

Ca şi stabilitatea, bifurcaţia este o proprietate a soluţiei unei ecuaţii ce depinde de un parametru, legată de variaţia acestei soluţii cu acel parametru. Cum, în general, ecuaţia este neliniară, în cazul staţionar, această variaţie nu este descrisă de o funcţie, ci de o funcţie multiformă. De aceea, teoria bifurcaţiei apare ca un studiu al multiformităţii funcţiilor. Fiind un studiu de natură calitativă, investigarea bifurcaţiei trebuie efectuată înaintea abordării numerice sau a celei cantitativ teoretice a unei ecuaţii, deoarece, în funcţie de numărul şi de natura soluţiilor, trebuie alese metodele analitice şi numerice specifice pentru determinarea acelor soluţii.

De altfel, teoria bifurcaţiei s-a impus în urma constatării că, datorită neliniarităţii modelelor matematice ale ştiinţelor particulare, prezenţa bifurcaţiei este regula şi nu excepţia! Pe de altă parte, existenţa mai multor atractori pentru o aceeaşi valoare a parametrului a dus la explicarea multor „paradoxuri" ale ştiinţelor particulare, impunând un alt sens noţiunilor de rezolvare şi de soluţie a unei ecuaţii [4].

3.5.1. Diagrame de bifurcaţie

Portretele de fază, secţiunile Poincaré, seriile de timp sau spectrele de putere evidenţiază informaţii asupra dinamicii unui sistem. Însă, dinamica unui sistem poate fi evidenţiată şi într-o manieră globală, în raport cu variaţia valorilor parametrilor săi, permiţându-ne compararea simultană a comportărilor periodice şi haotice.

Să considerăm, din nou, sistemul dinamic în timp continuu de ordinul *n*, descris de ecuaţia: $\dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \lambda)$, cu parametrul $\lambda \in \mathbb{R}$. Pe măsură ce parametrul λ se modifică, mulţimile limită ale sistemului dinamic se vor schimba. În mod tipic, o variaţie mică a parametrului λ va produce o variaţie cantitativă mică a mulţimilor limită ale sistemului. Dar există şi posibilitatea ca o variaţie mică a parametrului λ, în jurul anumitor valori, să producă schimbări calitative importante ale sistemului dinamic. Aceste schimbări calitative se numesc bifurcaţii, iar valorile parametrului λ la care apar se numesc valori ale bifurcaţiilor. Trebuie menţionat că o schimbare calitativă a mulţimii limită poate să apară numai dacă sistemul dinamic este structural instabil. Astfel, mulţimea valorilor de bifurcaţie este mulţimea valorilor parametrului pentru care sistemul dinamic este structural instabil. În acest sens, se spune că o diagramă de bifurcaţie este o reprezentare a mulţimilor atractoare ale unui sistem dinamic în raport cu valorile unui

parametru de control [12], [13], [14]. În mod tipic, se reprezintă fie spaţiul stărilor, fie se alege o variabilă de stare a sistemului dinamic, care se reprezintă grafic în raport cu variaţia parametrului de control.

Diagrama de bifurcaţie este forma sintetică, geometrică de prezentare a rezultatelor unui studiu de bifurcaţie. Exemple de bifurcaţii sunt: dispariţia sau apariţia unor mulţimi limită sau o modificare în tipul de stabilitate a unei mulţimi limită.

Să considerăm, pentru început, exemplul unui sistem dinamic de ordinul unu, descris de ecuaţia:

$$\dot{x} = \lambda - x^2, \quad x \in \mathbb{R}. \qquad \textbf{(1.115)}$$

Punctele critice sunt date de ecuaţia: $\lambda - x^2 = 0$. Rezultă $x_{1,2} = \pm\sqrt{\lambda}$. Pentru $\lambda < 0$, sistemul dinamic nu are nici un punct de echilibru; pentru $\lambda = 0$, există un punct de echilibru în origine $(x = 0)$, cu valoarea proprie egală cu zero, iar pentru $\lambda > 0$, există un punct de echilibru stabil, la $x = +\sqrt{\lambda}$, cu valoarea proprie $-2\sqrt{\lambda}$, şi un punct de echilibru instabil, la $x = -\sqrt{\lambda}$, cu valoarea proprie $2\sqrt{\lambda}$. Deoarece la trecerea prin zero a parametrului λ se creează două puncte de echilibru pentru sistemul dinamic, se spune că $\lambda = 0$ este o valoare de bifurcaţie pentru acest sistem. Portretul de fază pentru acest tip de bifurcaţie este dat în ***fig. 1.23***.

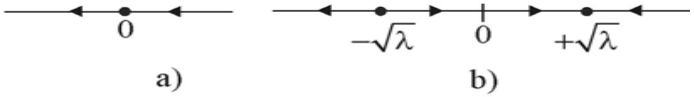


Fig. 1.23. Portretul de fază pentru bifurcaţia de tip „şa": a) $\lambda < 0$ ***; b)*** $\lambda > 0$

Diagrama de bifurcaţie pentru acest sistem este ilustrată în ***fig. 1.24***, unde sunt indicate şi mulţimile limită stabile (linie continuă) şi instabile (linie punctată).

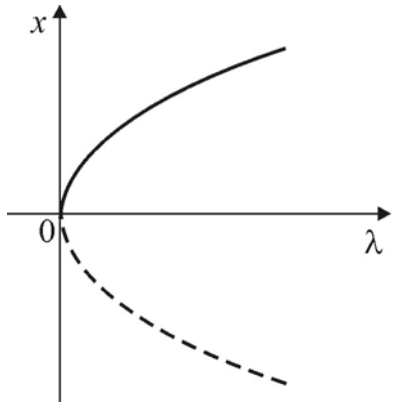


Fig. 1.24. Diagrama de bifurcaţie pentru sistemul dinamic (1.115)

Să considerăm exemplul unui sistem dinamic de ordinul unu, descris de ecuaţia:

$$\dot{x} = \lambda x - x^3, \quad x \in \mathbb{R} \qquad \textbf{(1.116)}$$

Pentru orice valoare a lui λ, există un punct de echilibru în origine. Valoarea proprie corespunzătoare lui este egală cu λ, astfel că acest punct de echilibru este stabil dacă $\lambda < 0$ şi instabil pentru $\lambda > 0$. Pentru $\lambda > 0$, există, în plus, încă două puncte de echilibru, la $\pm\sqrt{\lambda}$. Ambele puncte de echilibru au valorile proprii corespunzătoare egale cu -2λ, astfel că acestea sunt stabile.

Poziţia şi stabilitatea punctelor de echilibru sunt reprezentate în ***fig. 1.25***:

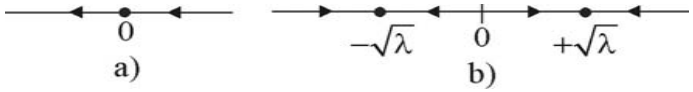


Fig. 1.25. Portretele de fază ale bifurcaţiei de tip „pitchfork”
a) cazul $\lambda < 0$ ***; b) cazul*** $\lambda > 0$

O bifurcaţie apare la $\lambda = 0$, deoarece la această valoare punctul de echilibru din origine îşi schimbă tipul de stabilitate şi, în plus, sunt create două noi puncte de echilibru. Diagrama de bifurcaţie este reprezentată în ***fig. 1.26***.

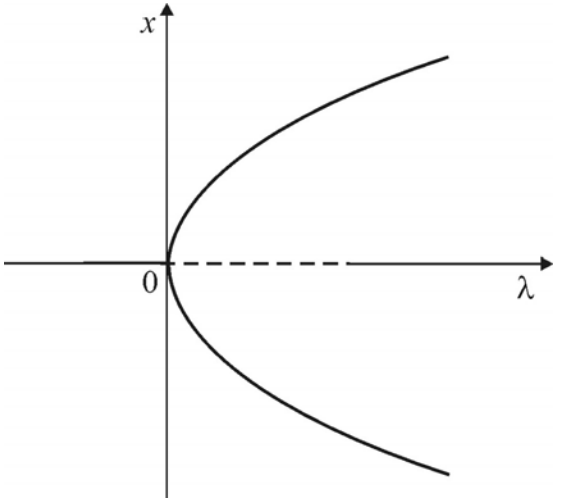


Fig. 1.26. Diagrama de bifurcaţie pentru sistemul dinamic (1.116)

În cele două exemple precedente, o bifurcaţie a creat o pereche de puncte de echilibru şi, în plus, în cazul exemplului precedent, a modificat şi stabilitatea unui punct de echilibru existent. În următorul exemplu, bifurcaţia va crea un ciclu limită.

Să considerăm sistemul dinamic de ordinul doi, descris de ecuaţiile:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 - x_1\left(x_1^2 + x_2^2 - \lambda\right) \\ \dot{x}_2 &= -x_1 - x_2\left(x_1^2 + x_2^2 - \lambda\right) \end{aligned} \qquad \textbf{(1.117)}$$

Acest sistem dinamic are un punct de echilibru în origine, cu valoarea proprie $\lambda \pm \mathrm{j}$, unde $\mathrm{j} = \sqrt{-1}$. Pentru $\lambda < 0$, punctul de echilibru este stabil. Când λ este mărit către valoarea $\lambda = 0$, punctul de echilibru devine nonhiperbolic (având valori pur imaginare pentru valorile

proprii corespunzătoare), iar pentru $\lambda > 0$, punctul de echilibru devine instabil. Mai mult, pentru $\lambda > 0$, există un ciclu limită stabil, dat de soluţia ecuaţiei $x_1^2 + x_2^2 = \lambda$. Deoarece punctul de echilibru al sistemului dinamic îşi schimbă stabilitatea la $\lambda = 0$ şi este creată o nouă mulţime limită, vom concluziona că $\lambda = 0$ este o valoare de bifurcaţie pentru sistemul dinamic considerat. Această bifurcaţie este denumită bifurcaţie de tip Hopf.

Diagrama de bifurcaţie pentru exemplul de mai sus, reprezentată în spaţiul de coordonate (λ, x_1, x_2), este dată în ***fig. 1.27***.

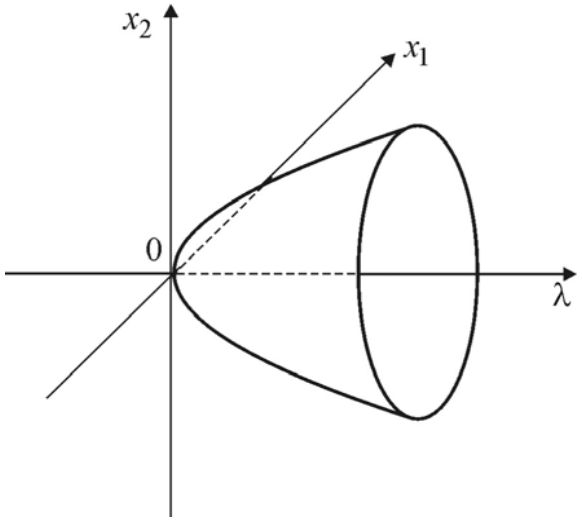


Fig. 1.27. Diagrama de bifurcaţie pentru sistemul dinamic (1.117)

În ***fig. 1.28*** se prezintă diagrama de bifurcaţie corespunzătoare unui sistem dinamic, în timp discret, caracterizat de ecuaţia logistică: $x_{k+1} = \mu x_k (1 - x_k)$. Aşa cum rezultă din ***fig. 1.28***, pentru valorile $\mu_1, \mu_2, \ldots$ ale parametrului de control rezultă apariţia dublării de perioadă.

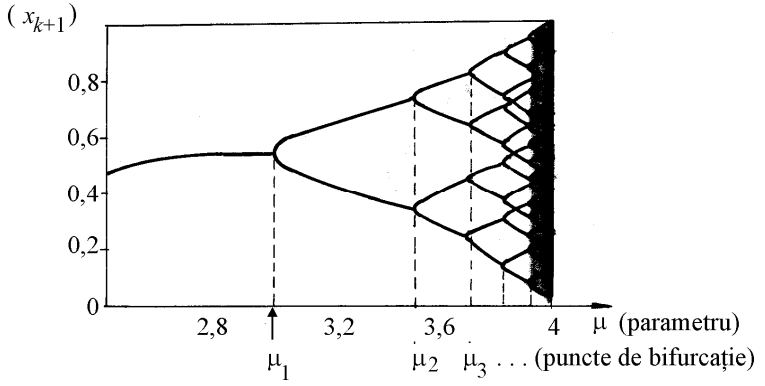


Fig. 1.28. Diagrama de bifurcaţie corespunzătoare ecuaţiei logistice

3.5.2. Tipuri de bifurcaţii

Teoria matematică a bifurcaţiei a studiat aproape complet tipurile de bifurcaţii pentru sistemele dinamice dependente de un singur parametru sau, cel mult, de câţiva parametri. Se admite faptul că un studiu general, pentru un număr de *n* parametri, este imposibil (şi poate nici nu este interesant din punctul de vedere al aplicaţiilor practice) [3], [4]. În continuare ne vom referi succint la trei tipuri de bifurcaţii.

1. **Bifurcaţia de tip Hopf** apare în cazul sistemelor dinamice în timp continuu, când o pereche complex-conjugată de valori proprii ale liniarizării $D_x\left[\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}_Q\right)\right]$ a câmpului vectorial în jurul unui punct de echilibru x_Q, traversează axa imaginară. În mod tipic, punctul de echilibru stabil devine instabil şi se naşte un ciclu limită stabil. Similar, când un ciclu limită traversează o bifurcaţie de tip Hopf, va rezulta o mişcare pe un tor $\square^2$ în spaţiul fazelor sistemului dinamic.
2. O **bifurcaţie de tip „şa”** (saddle-nod) apare când un punct de echilibru stabil şi unul instabil fuzionează şi apoi dispar brusc dintr-un atractor. Un exemplu tipic de bifurcaţie de tip „şa” în circuitele electronice o constituie comutarea între cele două stări ale unui circuit trigger Schmitt: la un anumit prag de comutare, punctul de echilibru, care corespunde stării de saturaţie „high”, se „uneşte” cu punctul de

echilibru de tip „şa” din regiunea instabilă de câştig mare şi dispare. După un regim tranzitoriu, traiectoria se îndreaptă către un alt punct de echilibru, care corespunde stării „low”. O bifurcaţie de tip „şa” se poate manifesta şi ca un comutator între atractori de diferite dimensiuni, între atractori periodici şi atractori haotici sau de la un ciclu limită de o anumită perioadă către un ciclu limită de o altă perioadă (de repetiţie).

3. **Bifurcaţia de tip „dublare de perioadă”** este tipică pentru sistemele în timp discret şi apare atunci când o valoare proprie reală a liniarizării $D_x\left[\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{x}_Q\right)\right]$ a câmpului vectorial $\boldsymbol{f}$ în jurul unui punct de echilibru x_Q traversează cercul unitate în punctul –1. În cazul sistemului dinamic în timp continuu, bifurcaţia de tip dublare de perioadă apare doar pentru comportări de tip ciclu limită, când durata unei perioade T se schimbă într-una de durata $2T$ etc., aşa cum a fost ilustrat în ***fig. 1.12***.

Fiecare dintre cele trei bifurcaţii descrise mai sus poate da naştere unei evoluţii distincte către haos şi toate trei au fost regăsite în studiul circuitelor electronice neliniare. De exemplu, evoluţia către haos prin dublarea perioadei este caracterizată printr-o cascadă de bifurcaţii, în care un ciclu limită se transformă în altul cu perioadă de repetiţie înjumătăţită. Un astfel de scenariu de evoluţie către haos s-a pus în evidenţă la circuitul Chua.

Evoluţia către haos datorată bifurcaţiilor de tip „şa” cunoaşte diferite strategii. Cea mai comună este aşa-numita „evoluţie intermitentă”, care rezultă datorită unei singure bifurcaţii de tip „şa”. Caracteristic acestei strategii este faptul că, imediat după o bifurcaţie, traiectoria din spaţiul stărilor este caracterizată de intervale (relativ) lungi de mişcări aproape regulate, urmate de scurte „ruperi” de mişcări neregulate. La o anumită valoare critică a parametrului (de control) a sistemului dinamic, fazele regulate devin din ce în ce mai scurte, iar „ruperile” de mişcări neregulate devin din ce în ce mai frecvente, până când intervalele regulate dispar, lăsând locul unei evoluţii haotice (a traiectoriei unui sistem dinamic).

Evoluţia către haos, datorată unei secvenţe de bifurcaţii de tip Hopf, dă naştere unei căi către haos denumite „cale cvasiperiodică”. De exemplu, un sistem dinamic, care pleacă dintr-un punct fix, va genera în evoluţia sa, după trei bifurcaţii Hopf, trei toruri instabile şi la cea mai mică perturbaţie în sistem evoluţia sistemului se va îndrepta către haos.

3.5.3. Drumurile către haos

De regulă, sistemele dinamice neliniare, ce pot avea un comportament haotic, realizează trecerea dintr-un regim nonhaotic în regimul haotic printr-un anumit regim tranzitoriu sau scenariu. Aşa cum am spus, există mai multe modalităţi sau drumuri prin care un sistem periodic sau pseudoperiodic realizează tranziţia către regimul haotic. Cele trei mari scenarii de tranziţie către haos sunt:

- *dublarea perioadei* sau drumul lui Feigenbaum, caracterizat printr-o serie de bifurcaţii;
- *de la intermitenţa haosului către haos*, ce apare în imediata vecinătate a ferestrelor în care regimul haotic nu este prezent, deşi în afara acestor ferestre sistemul are un comportament haotic;
- *cvasiperiodicitatea*, ce se traduce prin bifurcaţii Hopf repetate.

Scenariile: dublarea perioadei, ca şi intermitenţa haosului către haos se găsesc adesea în cazul sistemelor monodimensionale. Astfel, pentru a ilustra aceste două drumuri către haos, vom considera sistemul dinamic bazat pe funcţia logistică definită astfel:

$$\begin{cases} x_{n+1} = f\left(x_n\right) \\ f\left(x\right) = k\,x\left(1-x\right) \end{cases} \qquad \textbf{(1.118)}$$

unde $x_n \in [0, 1]$ şi $k \in [0, 4]$.

a) Dublarea perioadei sau drumul lui Feingenbaum

Drumul lui Feigenbaum se traduce prin dublări de perioadă succesive, pe măsură ce unul dintre parametrii sistemului dinamic se modifică. În cazul funcţiei logistice, parametrul ce se modifică este k, iar pe măsură ce k creşte gradual, apar din ce în ce mai multe dublări de perioadă, până când sistemul intră în regimul haotic. Pentru a explica fenomenul dublării de perioadă, caracterizat printr-o bifurcaţie de tip *furcă*, vom considera mai multe intervale de valori pentru parametrul k.

Cazul 1 : $k < 1$

Traiectoria $\{x_n\}$ converge către punctul x=0, ce se numeşte punct fix stabil al funcţiei logistice (pentru $k < 1$).

Definiţie: x^* este un punct fix al sistemului descris de funcţia F dacă $F(x^*)=x^*$. În plus, x^* este un punct fix stabil dacă $\frac{\mathrm{d}F\left(x^*\right)}{\mathrm{d}x}<1$ şi se numeşte instabil dacă $\frac{\mathrm{d}F\left(x^*\right)}{\mathrm{d}x}>1$.

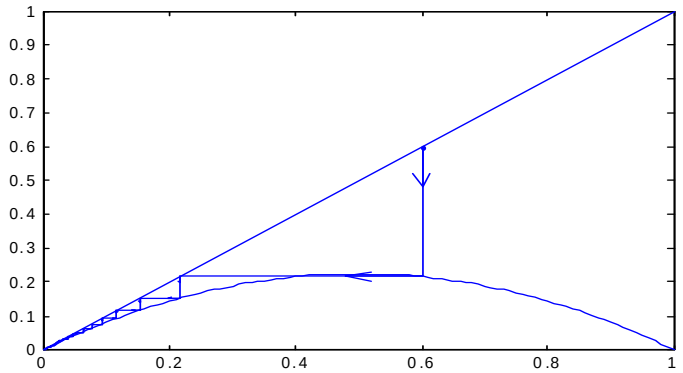


Fig. 1.29. Evoluţia traiectoriei $\{x_n\}$ pentru k=0.9 şi x_0=0.6

În cazul exemplului considerat, definiţia stabilităţii unui punct fix se poate traduce şi geometric folosind prima bisectoare $x_{n+1}=x_n$. Dacă panta funcţiei logistice $f(x)$ în x^* este mai mică de 45°, punctul fix x^* este stabil, iar în caz contrar punctul fix este instabil.

Cazul 2 : $1 < k < 3$

Funcţia logistică are, în acest caz, două puncte fixe $x_0^*=0$ şi $x_1^*=\left(1-1/k\right)$, obţinute prin rezolvarea ecuaţiei: $k\,x\left(1-x\right)=x$. Punctul x_0^* este instabil pentru că $f'\left(0\right)=k>1$, iar punctul x_1^* este stabil, deoarece $f'\left(1-\frac{1}{k}\right)=\left|2-k\right|<1$, pentru k<3. Aceasta înseamnă că toate traiectoriile cu condiţia iniţială $x_0\in[0,1]$ converg către

x_1^* atunci când 1<k<3. Cu alte cuvinte, fiecare traiectorie converge către un ciclu de ordinul 1 sau atractor punctual, reprezentat de punctul x_1^*.

Cazul 3 : $3 < k < 1+\sqrt{6}$

Pentru acest domeniu de valori ale parametrului k, punctul fix x_1^* devine şi el instabil. Traiectoria cu condiţia iniţială x_0 converge la început în vecinătatea lui x_1^*, iar apoi se îndepărtează, pentru a oscila între două valori x_{2-}^* şi x_{2+}^* (***fig. 1.30***). Această oscilaţie se numeşte ciclu de ordinul 2 sau atractor de perioadă 2.

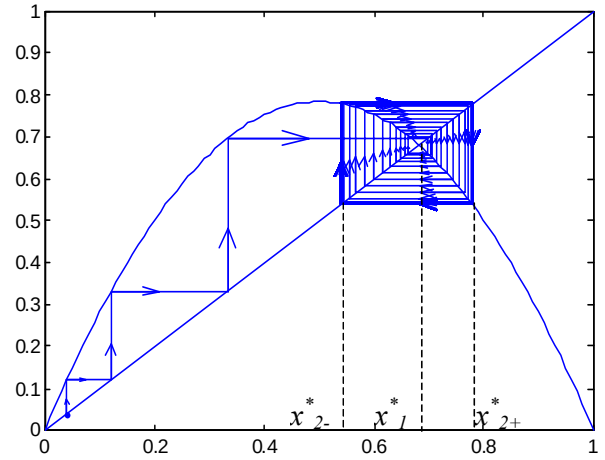


Fig. 1.30. Dublarea perioadei (k=3.14, x_0=0.04)

Trecerea de la un ciclu de ordinul 1 la un ciclu de ordinul 2 corespunde unei bifurcaţii *furcă* (***fig. 1.31***), punctul de bifurcaţie fiind obţinut pentru k = 3.

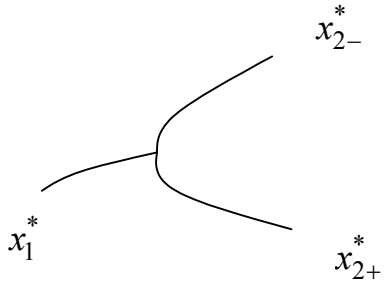


Fig. 1.31. Bifurcaţia furcă

Punctele fixe x_{2-}^* şi x_{2+}^* sunt punctele fixe ale transformării $f\left(f\left(x\right)\right)$, fiind, deci , soluţiile ecuaţiei:

$$f\left(f\left(x\right)\right)=x \qquad \textbf{(1.119)}$$

sau

$$-x\left[kx-\left(k-1\right)\right]\left[k^2x^2-k\left(k+1\right)x+\left(k+1\right)\right]=0. \qquad \textbf{(1.120)}$$

Rezolvând ultima ecuaţie obţinem soluţiile (punctele fixe):

$$\begin{cases} x_0^*=0 \\ x_1^*=1-\dfrac{1}{k} \\ x_{2-}^*=\dfrac{k+1-\sqrt{\left(k+1\right)\left(k-3\right)}}{2k} \\ x_{2+}^*=\dfrac{k+1+\sqrt{\left(k+1\right)\left(k-3\right)}}{2k} \end{cases} \qquad \textbf{(1.121)}$$

Cele două puncte fixe x_{2-}^* şi x_{2+}^* sunt soluţii stabile ale transformării $f\left(f\left(x\right)\right)$ pentru $3<k<1+\sqrt{6}$, deoarece

$$\left|\frac{\mathrm{d}\left(f\left(f\left(x_{2-}^*\right)\right)\right)}{\mathrm{d}\,x}\right|<1\,;\quad \left|\frac{\mathrm{d}\left(f\left(f\left(x_{2+}^*\right)\right)\right)}{\mathrm{d}\,x}\right|<1\,.$$

Cazul 4 : $k>1+\sqrt{6}$

În acest caz, punctele fixe x_{2-}^* şi x_{2+}^* sunt instabile, fiecare punct divizându-se în alte două puncte, pentru a da naştere unui atractor de perioadă 4. Cele două noi bifurcaţii furcă apar pentru $k=1+\sqrt{6}$ (***fig. 1.32***).

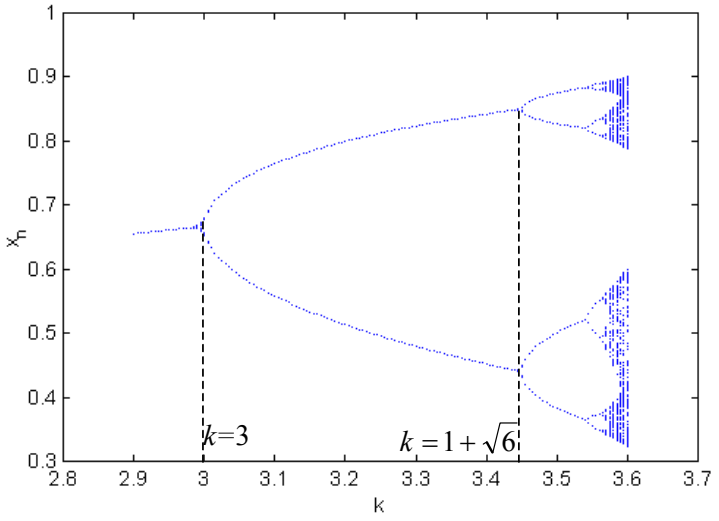


Fig. 1.32. Diagrama bifurcaţiilor pentru funcţia logistică (2.9≤k≤3.6)

Procesul de dublare a perioadei se repetă pe măsură ce k creşte. În ***fig. 1.32*** se poate observa fenomenul de dublare a perioadei, care apare pentru $k = 3$ şi $k = 1 + \sqrt{6}$.

În general, atunci când un atractor de perioadă n devine instabil, pentru $k = k_n$, apare un alt atractor de perioadă $2n$. Pentru funcţia logistică, dincolo de o valoare critică, k_c=3.5699456..., atractorul devine haotic.

Convergenţa funcţiei logistice către un regim haotic poate fi măsurată cu ajutorul raportului distanţelor dintre valorile succesive ale parametrului k_n, la care apar dublări de perioadă. Pe măsură ce k_n creşte, acest raport tinde spre o anumită valoare δ, numită ***constanta lui Feingenbaum***:

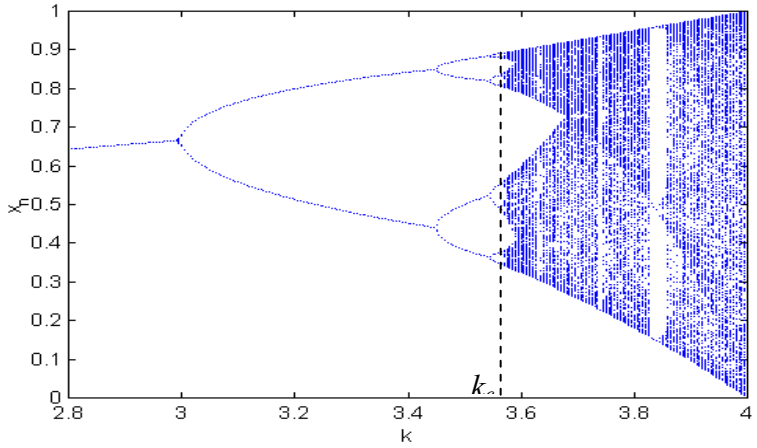
$$\delta = \lim_{n\to\infty} \frac{k_n - k_{n-1}}{k_{n+1} - k_n} = 4.66920166\ldots \qquad \textbf{(1.122)}$$

iar k_n tinde spre k_c.

Constanta lui Feingenbaum a fost pusă în evidenţă şi în cazul altor sisteme dinamice la care apar bifurcaţii *furcă* şi deci are un caracter general.

b) De la intermitenţa haosului către haos

În ***fig. 1.33*** este prezentată diagrama bifurcaţiilor pentru funcţia logistică atunci când $2.8 < k < 4$. Se poate observa că, pentru valori ale lui k mai mari decât valoarea critică k_c, în zona în care sistemul ar trebui să aibă un comportament haotic există nişte „benzi albe", numite ferestre, în care nu apare niciun comportament haotic.



Fereastra cea mai importantă se situează în jurul valorii k=3.84. Cea mai mare parte a orbitelor incluse în această fereastră, determinate de condiţia iniţială x_0 şi parametrul k, converg spre un ciclu de ordinul trei. Pentru anumite valori ale lui k, orbita nu converge asimptotic spre acest ciclu, dar aceste traiectorii nu sunt în general observabile. S-a găsit că această fereastră (***fig. 1.34***) începe exact atunci când $k = 1 + \sqrt{8}$.

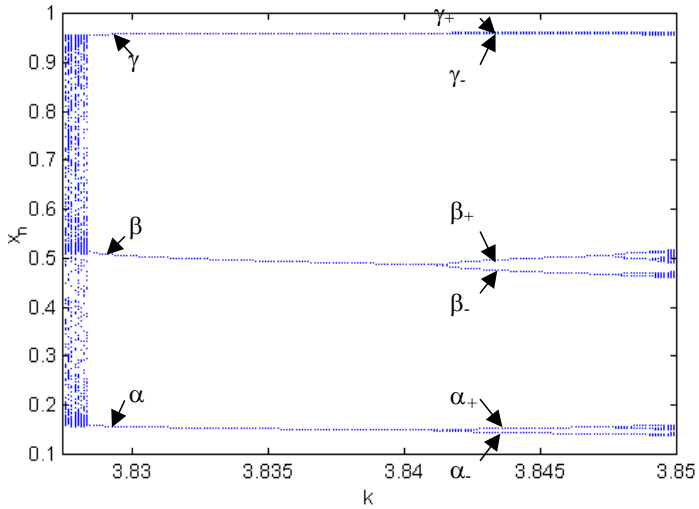


Fig. 1.34. Diagrama bifurcaţiilor pentru fereastra ce posedă un ciclu de ordinul trei

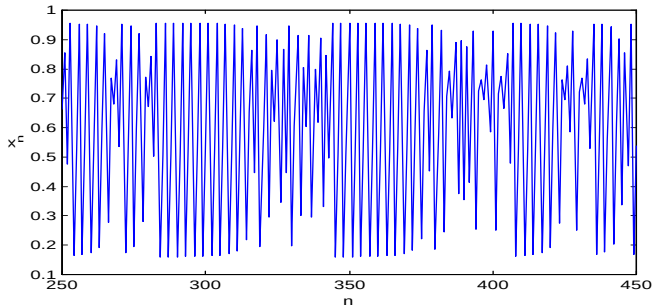
Pentru $k = 1 + \sqrt{8}$ transformarea $f\left(f\left(f\left(x\right)\right)\right)$ are trei puncte fixe notate cu α, β, γ. Se poate observa din ***fig. 1.34*** că, pe măsură ce parametrul k creşte, cele trei puncte fixe se bifurcă, pentru a da fiecare naştere la alte două soluţii ale ecuaţiei $f\left(f\left(f\left(x\right)\right)\right) = x$, soluţii notate cu ($\alpha_+$,$\alpha_-$), ($\beta_+$,$\beta_-$), ($\gamma_+$,$\gamma_-$).

La fel ca în cazurile prezentate mai sus, se demonstrează că punctele α_+, β_+, γ_+ sunt puncte fixe stabile, dar celelalte trei puncte sunt puncte fixe instabile. Punctele α_+, β_+, γ_+ determină un atractor de perioadă 3, care atrage cea mai mare parte a orbitelor. Bifurcaţia care produce un punct stabil şi unul instabil se mai numeşte şi ***bifurcaţie tangentă***. Bifurcaţia

tangentă apare şi în cazul altor ferestre ce posedă cicluri de alte ordine şi este considerată ca fiind specifică scenariului de intermitenţă a haosului către haos. Haosul intermitent poate fi observat atunci când parametrul k ia valori puţin mai mici decât valoarea parametrului de la care începe fereastra periodică.

Păstrând parametrul k în fereastra considerată în ***fig. 1.34***, vom nota parametrul k sub forma $k = 1 + \sqrt{8} - \delta$. Graficele următoare arată evoluţia traiectoriei $\{x_n\}$ pentru două valori diferite ale lui δ.

Din cele două grafice prezentate în ***fig. 1.35*** se constată că orbita generată cu funcţia logistică, cu parametrul k considerat şi condiţia iniţială x_0=0.3, urmează o mişcare periodică stabilă, în general, dar care se destabilizează brusc, lăsând locul unor *răbufniri haotice*, care se sting pe măsură ce k se apropie de fereastra periodică.



a)

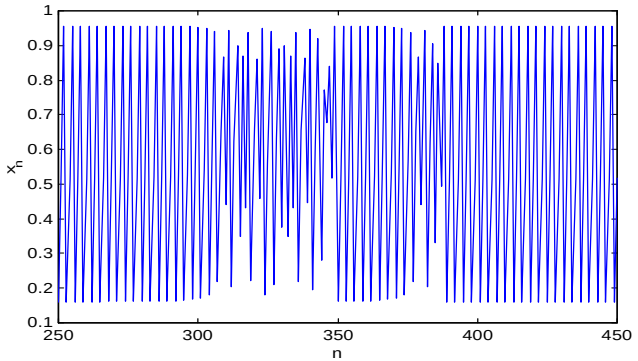


Fig. 1.35 a) Evoluţia lui x_n pentru $\delta=10^{-3}$ şi x_0=0.3 ; b) Evoluţia lui x_n pentru $\delta=10^{-4}$ şi x_0=0.3

Pe măsură ce k se îndepărtează de fereastra periodică, *răbufnirile haotice* devin din ce în ce mai frecvente, iar în final regimul haotic domină din nou. Este de subliniat totuşi că, deşi în exemplul considerat *răbufnirile haotice* erau controlate prin parametrul $k = k(\delta)$, ele depind şi de condiţia iniţială x_0.

c) Cvasiperiodicitatea sau bifurcaţiile Hopf

Fie sistemul dinamic descris de ecuaţiile în timp continuu:

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = y - x\left(x^2 + y^2 - \alpha\right) \\ \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = -x - y\left(x^2 + y^2 - \alpha\right) \end{cases} \qquad \textbf{(1.123)}$$

Se observă că acest sistem are un punct fix în origine (x=0, y=0), ale cărui valori proprii sunt $\alpha \pm \mathrm{j}$, unde $\mathrm{j} = \sqrt{-1}$.

Pentru α<0, punctul fix este stabil. Când α=0, punctul fix devine nonhiperbolic, iar pentru α>0, el este instabil. Pe de altă parte, pentru α>0, există un un ciclu limită stabil dat de ecuaţia: $x^2 + y^2 = \alpha$.

Deci, deoarece stabilitatea punctului fix se schimbă pentru α=0 şi un ciclu limită este creat pentru α>0, rezultă că α=0 este o valoare de bifurcaţie.

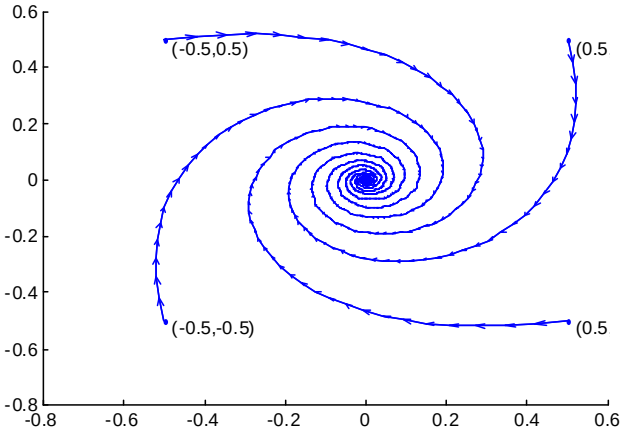
Trecerea unei perechi de valori proprii conjugate peste axa imaginară şi crearea unui ciclu limită formează o ***bifurcaţie de tip Hopf***.

Bifurcaţiile Hopf sunt mai puţin vizibile pe o diagramă de bifurcaţii, dar pot fi observate cu uşurinţă în spaţiul fazelor. Astfel, ***fig. 1.36 a), b)*** prezintă, pentru sistemul precedent, cazul în care punctul fix din origine este stabil asimptotic (***fig. 1.36 a)***) şi spaţiul fazelor după ce bifurcaţia Hopf s-a produs (***fig. 1.36 b)***).

Fie un sistem dinamic oarecare ce se află într-o stare staţionară, caracterizată prin existenţa unui punct fix. Presupunem că prin modificarea unui parametru al sistemului, acesta îşi pierde starea staţionară pentru a oscila cu o frecvenţă f_1 (ciclu limită), prin intermediul unei bifurcaţii Hopf. Dacă prin modificarea în continuare a parametrului considerat apare o nouă bifurcaţie Hopf, regimul periodic se transformă într-un regim cvasiperiodic cu două frecvenţe f_1 şi f_2. În acest ultim caz, în spaţiul fazelor, vom avea

ca atractor un tor de dimensiune 2. Dacă urmează o a treia bifurcaţie Hopf, torul de dimensiune 2 se transformă într-un tor de dimensiune 3, căruia îi corespunde un regim cvasiperiodic cu trei frecvenţe f_1, f_2 şi f_3. Dacă sistemul dinamic este în continuare perturbat, prin intermediul parametrului considerat, noul tor poate deveni instabil şi regimul cvasiperiodic este înlocuit de un regim haotic.

În practică, o situaţie des întâlnită este aceea în care cvasiperiodicitatea apare atunci când un oscilator de frecvenţă f_2 perturbă un sistem care era, iniţial periodic, cu frecvenţa f_1. Dacă raportul frecvenţelor celor două oscilatoare nu este raţional, sistemul se numeşte cvasiperiodic. În spaţiul frecvenţelor, drumul către haos prin intermediul cvasiperiodicităţii este reprezentat printr-o îmbogăţire a armonicilor de tipul $mf_1 + nf_2$. O condiţie necesară pentru ca un sistem să ajungă în regim haotic, plecând de la un regim periodic, este ca sistemul să treacă prin cel puţin două bifurcaţii Hopf.



a)

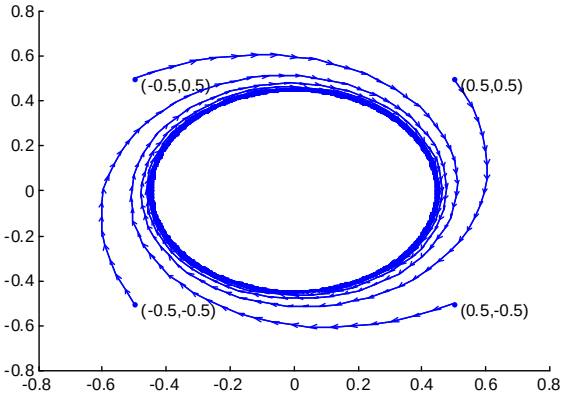


Fig. 1.36 a) Spaţiul fazelor înainte de bifurcaţia Hopf (α=-0.2); b) Spaţiul fazelor după ce bifurcaţia Hopf s-a produs (α=0.2)

3.6. Asupra teoriei catastrofelor

3.6.1. Introducere

„Majoritatea teoriilor matematicii – afirma Rene Thom într-un interviu în 1983 – au o origine endogenă, cu alte cuvinte, cerinţele matematicii însăşi generează teoria corespunzătoare. Teoria catastrofelor, din acest punct de vedere, nu este o teorie a matematicii, ea este, mai degrabă, o metodologie în raport cu un tip oarecare de situaţie experimentală, cu o fenomenologie oarecare, constituind un mijloc de interpretare sau de generare a unor interpretări care ne-ar permite să vedem ceva mai departe decât ne permite fenomenologia propriu-zisă” [28], [29].

În forma cea mai brutală, o catastrofă este un salt de la continuu la discontinuu. Teoria catastrofelor îşi propune să explice apariţia unor accidente discontinue înăuntrul unor medii continue, atunci când observăm apariţia unor discontinuităţi acolo unde iniţial ele nu existau. Apariţia unei discontinuităţi într-un mediu continuu poate fi interpretată sau explicată cauzal, adică identificând o altă discontinuitate care o precede şi o cauzează. Teoria catastrofelor oferă însă o alternativă constând în a spune că un fenomen discontinuu poate să apară oarecum spontan în cadrul unei comportări continue a respectivului mediu.

Apariţia celulelor canceroase într-un organism cu o evoluţie sănătoasă sau ieşirea din sincronism a unor echipamente digitale, interconectate controlat într-o reţea – ca să luăm doar două exemple –, pot fi interpretate în sensul modelării apariţiei situaţiei nedorite utilizând teoria catastrofelor.

Din capul locului, foarte mulţi reproşează utilizării termenului de catastrofă, care a fost sugerat de Christopher Zeeman, atacurile vizând cel mai adesea aspectele lingvistice sau filozofice decât pe cele ştiinţifice. Pentru cele mai multe aplicaţii, nuanţa exagerată de dezastru a cuvântului catastrofă este însă înşelătoare.

Întrebat de un reporter „la ce poate servi, practic, teoria dumneavoastră?", Rene Thom a răspuns: „De exemplu, poate servi la prezicerea căderii unor faleze, la spargerea unui val sau, aşa cum a încercat colegul meu Zeeman, la prezicerea revoltelor dintr-o închisoare sau a catastrofelor economice".

Această teorie se aplică azi cu succes în probleme de stabilitate, geometria fluidelor, optică, structuri elastice, termodinamică, fizica laserilor, biologie, ecologie ş.a.

Teoria catastrofelor îmbină intuiţia fizică, experimentul, geometria multidimensională, algebra, calculul numeric, topologia, teoria singularităţilor şi altele, într-o abordare globală şi intercorelată, pentru explicarea comportării sistemelor dinamice [26], [27].

În absenţa unor abordări serioase şi profunde nu pot să apară clar nici scopul teoriei, nici intenţiile ei, nici posibilităţile de aplicare şi nici limitările pe care i le (re)cunoaştem astăzi.

Teoria catastrofelor este un instrument de investigaţie care trebuie stăpânit cu sensibilitate şi inteligenţă, căci, folosind o teorie matematică, precum un ciocan pentru dăltuirea unei statui din marmură, rezultatele sunt, de regulă, remarcabile, dar ocazional pot fi şi fatale.

3.6.2. Noţiuni de bază

Pentru evidenţierea fundamentelor matematice ale teoriei catastrofelor se foloseşte aparatul matematic general din topologia sistemelor dinamice, analiza funcţiilor de mai multe variabile, teoria varietăţilor diferenţiabile şi afine, algebra liniară şi neliniară.

Încadrarea unei probleme în domeniul teoriei catastrofelor se face numai după obţinerea modelului matematic al problemei fizice. După ce modelul matematic a fost obţinut, asupra lui se proiectează tehnica de lucru din teoria catastrofelor, adică se rezolvă o problemă (deja) rezolvată teoretic, cum obişnuia să spună matematicianul Grigore Moisil.

Scopul teoriei catastrofelor este studierea schimbărilor discontinue din spaţiul stărilor, care sunt produse de variaţii netede (mici) în spaţiul parametrilor de control al unui sistem dinamic.

Termenul de catastrofă este utilizat pentru a marca faptul că o variaţie netedă în spaţiul de control determină o schimbare discontinuă (un salt) în spaţiul stărilor unui sistem dinamic.

Să presupunem că „suprafaţa de evoluţie în timp" a stării unui sistem dinamic este cea din ***fig. 1.37***.

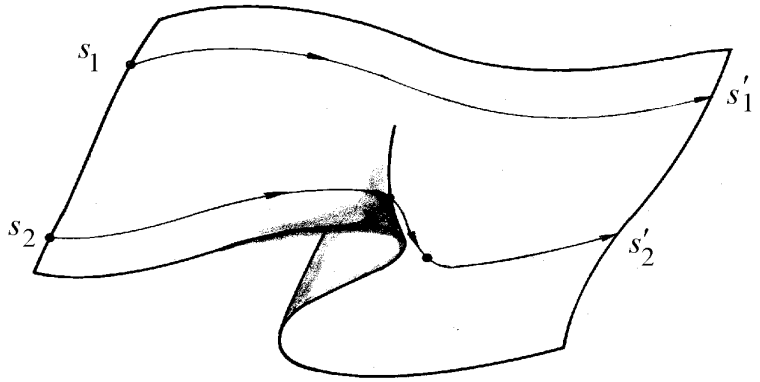


Fig. 1.37. Ilustrarea evoluţiei unui sistem dinamic în timp, în spaţiul fazelor

Dacă starea iniţială a sistemului este s_1 şi evoluţia sa parcurge în timp „traseul" $s_1 - s_1'$, se remarcă pe ***fig. 1.37*** o continuitate a stărilor intermediare. Dacă însă starea iniţială a sistemului este s_2, atunci în evoluţia spaţio-temporală a sistemului se remarcă existenţa unei discontinuităţi, interpretată ca un salt de tip catastrofă.

Să considerăm sistemul dinamic caracterizat de o funcţie $F(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c})$, unde am notat prin ***x*** vectorul variabilelor de stare:

$$\boldsymbol{x} = \{x_1, x_2, ..., x_n\} \in \mathbb{R}^n \text{ spaţiul stărilor} \qquad (\mathbf{1.124})$$

şi prin ***c*** vectorul variabilelor de control:

$\boldsymbol{c} = \{c_1, c_2, ..., c_m\} \in \mathbb{R}^m$ spaţiul de control, **(1.125)**

astfel încât

$$F : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \to \mathbb{R} \ . \qquad \textbf{(1.126)}$$

Variabilele de control c_i, $i = \overline{1,m}$ pot fi interpretate tehnic ca parametri (de control) ce vor modifica comportarea dinamică a sistemului.

Fie un punct particular ***c*** din spaţiul de control $\mathbb{R}^m$, adică o valoare particulară, fixată, pentru parametrii sistemului. Restricţia funcţiei ***F***, definită de relaţia (**1.126**), pentru $\mathbb{R}^n \times \{\boldsymbol{c}\}$, adică funcţia $\boldsymbol{x} \to F_{\boldsymbol{c}}(\boldsymbol{x})$ realizează corespondenţa:

$$F_c(\boldsymbol{x}) : \mathbb{R}^n \times \{\boldsymbol{c}\} \to \mathbb{R} \ . \qquad \textbf{(1.127)}$$

Cu alte cuvinte funcţia $F(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{c})$ poate fi caracterizată de o familie de funcţii $F_c(\boldsymbol{x})$ care sunt parametrizate după ***c***.

Formal, definiţiile şi proprietăţile referitoare la familii de funcţii vor fi aceleaşi ca şi pentru o singură funcţie, dar acest lucru nu va implica faptul că toate funcţiile familiei vor avea acele proprietăţi. Se spune că familiile de funcţii reprezintă o altă calitate faţă de o singură funcţie, unele comportări ale familiei neavând loc în cazul unei singure funcţii.

În cazul particular în care funcţia $F_c(\boldsymbol{x}) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ este inversabilă, nesingulară şi de formă pătratică:

$$F_c(\boldsymbol{x}) = \sum_{(i)} \sum_{(j)} a_{ij} x_i x_j \ , \qquad \textbf{(1.128)}$$

se demonstrează că ea poate fi adusă, printr-o schimbare liniară, reală de coordonate, la forma canonică (polinomială):

$$F_c = z_1^2 + z_2^2 + ... + z_r^2 - z_{r+1}^2 - ... - z_s^2 \ , \qquad \textbf{(1.129)}$$

cu $s < n$, unde *s* şi *r* sunt independenţi de acea schimbare.

Acest rezultat permite clasificarea formelor pătratice cu ajutorul lui *s* şi *r*. De exemplu, în cazul particular a două variabile, forma pătratică $F_c(x_1, x_2) = a_{11}x_1^2 + 2a_{12}x_1x_2 + a_{22}x_2^2$ poate fi adusă la una din expresiile: $z_1^2 + z_2^2$, $z_1^2 - z_2^2$, $-z_1^2 - z_2^2$, $-z_1^2 + z_2^2$.

Cel mai mare interes îl reprezintă însă clasificarea funcţiilor neliniare, infinit diferenţiabile $F_c : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, care nu sunt pătratice, cubice sau de o altă formă particulară. O clasificare a acestora, în tot spaţiul $\mathbb{R}^n$, este foarte dificilă, iar în cazurile practice este necesară, astfel încât această clasificare se face doar în jurul unui punct $\boldsymbol{x}_0$ din $\mathbb{R}^n$, cel mai adesea făcându-se în jurul originii. În acest caz, caracterul local al studiului permite folosirea dezvoltării funcţiei $F_c : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ în serie Taylor în jurul punctului $\boldsymbol{x}_0 \in \mathbb{R}^n$, astfel încât:

$$F_c(\boldsymbol{x}) \approx F_c(\boldsymbol{x}_0) + DF_c(\boldsymbol{x}_0)(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_0) + \frac{1}{2} D^2 F_c(\boldsymbol{x}_0)(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_0)^2 , \qquad \textbf{(1.130)}$$

unde

$$DF_c(\boldsymbol{x}) = \left\{ \frac{\partial F_c}{\partial x_1}, \frac{\partial F_c}{\partial x_2}, ..., \frac{\partial F_c}{\partial x_n} \right\} \qquad \textbf{(1.131)}$$

reprezintă vectorul gradient, iar

$$D^2 F_c(\boldsymbol{x}) = \left\{ \frac{\partial^2 F_c}{\partial x_i \partial x_j}, \ 1 < i, j < n \right\} \qquad \textbf{(1.132)}$$

reprezintă matricea Hessian.

Punctul $\boldsymbol{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ este un punct critic (PC) pentru $F_c(\boldsymbol{x})$ dacă $DF_c(\boldsymbol{x}_0) = 0$. În plus, dacă $D^2 F_c(\boldsymbol{x}_0) \neq 0$, atunci $\boldsymbol{x}_0$ se numeşte punct critic nedegenerat (PCN), iar dacă: $D^2 F_c(\boldsymbol{x}_0) = 0$, atunci $\boldsymbol{x}_0$ se numeşte punct critic degenerat (PCD). De exemplu, în cazul

funcţiilor reale de o singură variabilă reală (deci pentru $n=1$), punctele critice corespund unor minime, maxime sau unor puncte de inflexiune ale funcţiei $F_c(\boldsymbol{x})$, aşa cum rezultă din ***fig. 1.38***.

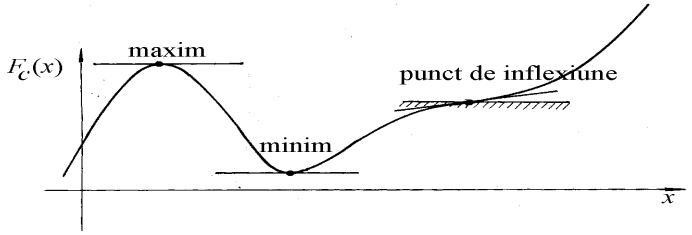


Fig. 1.38. Punctele critice specifice funcţiilor $F_c(x)$

În cazul $n=2$, o funcţie $F_c(x_1,x_2)$ poate avea puncte critice de tip minim, maxim (care sunt PCN) sau puncte de tip şa (PCN), puncte de tip şa-maimuţă (PCD) sau puncte de tip albie (PCD). De exemplu, în jurul punctului $(x_1,x_2)=(0,0)$, funcţiile de mai jos, aşa cum rezultă şi din ***fig. 1.39***, au următoarele tipuri de puncte critice:

$$F(x_1,x_2)=x_1^2+x_2^2 \text{ minim;} \qquad \textbf{(1.133a)}$$

$$F(x_1,x_2)=x_1^2-x_2^2 \text{ punct şa;} \qquad \textbf{(1.133b)}$$

$$F(x_1,x_2)=x_1^3-3x_1x_2^2 \text{ punct şa-maimuţă;} \qquad \textbf{(1.133c)}$$

$$F(x_1,x_2)=x_1^2 \text{ punct albie.} \qquad \textbf{(1.133d)}$$

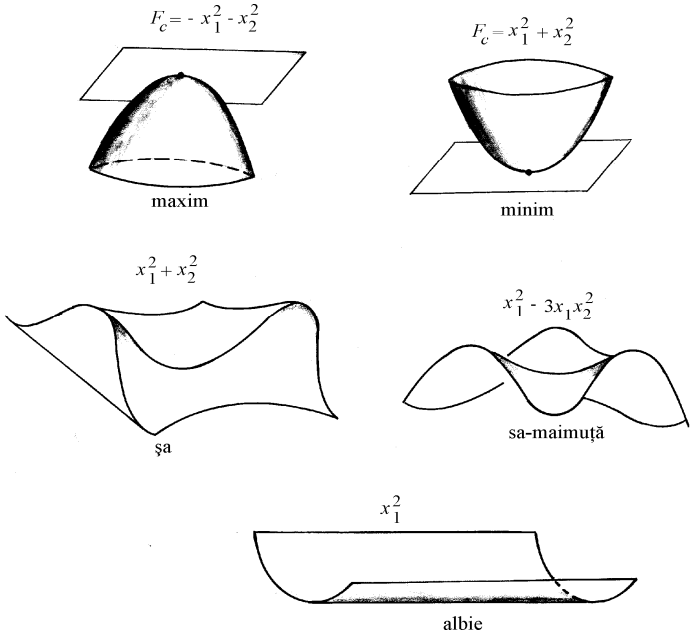


Fig. 1.39. Punctele critice specifice funcţiilor $F_c(x_1,x_2)$

3.6.3. Teorema lui Morse

Teorema lui Morse precizează faptul că în vecinătatea unui punct critic nedegenerat (PCN), o funcţie $F_c(\boldsymbol{x})$ poate fi adusă la o formă standard simplă printr-o schimbare de coordonate. Adică, pentru o funcţie:

$$F_c : V \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \text{ de clasă } \mathbb{C}^2 \qquad \textbf{(1.134)}$$

şi un punct critic nedegenerat (PCN) $\boldsymbol{x}_0 \in V$, pentru o vecinătate $U \subset V$ a lui $\boldsymbol{x}_0$ există un sistem de coordonate $(y_1,y_2,...,y_n)$, cu $y_i(\boldsymbol{x}_0)=0$, $i=\overline{1,n}$, astfel încât pe *U* are loc identitatea:

$$F_c(\boldsymbol{y}) = F_c(\boldsymbol{x}_0) - y_1^2 - y_2^2 - \ldots - y_\ell^2 + y_{\ell+1}^2 + \ldots + y_n^2, \textbf{(1.135)}$$

unde $0 \le \ell \le n$.

Cu alte cuvinte teorema lui Morse [23] arată că după alegerea potrivită a coordonatelor ***y***, într-o vecinătate a unui punct critic nedegenerat $\boldsymbol{x}_0$, creşterea funcţiei F_c se reduce la o formă pătratică de tipul:

$$y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_\ell^2 - y_{\ell+1}^2 - \ldots - y_n^2 \qquad \textbf{(1.136)}$$

numită, uneori, $\ell - \text{şa}$ Morse. Numărul ℓ este un invariant ataşat tipului de punct critic, deoarece schimbările de coordonate îl lasă neschimbat.

Teorema lui Morse arată că un punct critic nedegenerat poate fi transformat, printr-un difeomorfism (adică, schimbarea netedă de coordonate, infinit diferenţiabilă şi inversabilă), într-un punct $\ell - \text{şa}$. Deoarece un punct $\ell - \text{şa}$ este un punct critic izolat, difeomorfismele transformă punctele critice izolate tot în puncte critice izolate. Cu alte cuvinte un PCN este întotdeauna un punct critic izolat.

Fie $F_c : V \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ o funcţie de clasă $\mathbb{C}^2$. Dacă $D^2F_c(\boldsymbol{x})$ este nedegenerată în punctele critice ale lui $F_c(\boldsymbol{x})$, atunci F_c se numeşte funcţie Morse. Funcţiile Morse au o structură relativ stabilă, fapt exploatat din plin în teoria catastrofelor. Această stabilitate este legată de faptul că, local, funcţiile Morse pot fi exprimate fie ca forme liniare (în vecinătatea punctelor ***x*** pentru care $DF_c(\boldsymbol{x}) \neq 0$), fie ca forme pătratice (în vecinătatea punctelor critice nesingulare).

Funcţiile Morse sunt structural stabile, adică o perturbare suficient de mică a funcţiei poate fi întotdeauna exprimată local în aceeaşi formă ca şi funcţia iniţială printr-o schimbare de coordonate, urmată, eventual, de o schimbare a scării valorilor.

O funcţie $F_c(\boldsymbol{x})$ este structural stabilă în vecinătatea unui punct critic $\boldsymbol{x}_0$ dacă pentru orice funcţie perturbatoare $P(\boldsymbol{x})$, netedă şi suficient de mică, punctele critice ale lui $F_c(\boldsymbol{x})$ şi ale lui

$F_c(\boldsymbol{x}) + P(\boldsymbol{x})$ sunt de acelaşi tip sau, cu alte cuvinte, după o schimbare convenabilă de coordonate, funcţiile $F_c(\boldsymbol{x})$ şi $F_c(\boldsymbol{x}) + P(\boldsymbol{x})$ sunt echivalente.

În concluzie, aşa cum rezultă din teorema lui Morse, o funcţie $F_c(\boldsymbol{x})$ este structural stabilă în jurul unui PCN.

Să vedem acum ce se întâmplă în jurul punctelor critice degenerate (PCD) ale unei funcţii: $F_c : V \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, cu $F_c \in \mathbb{C}^2$, unde $\boldsymbol{x}_0 \in V$ este un punct critic degenerat, cu rangul matricei hessian $r < n$.

3.6.4. Teorema de bifurcaţie

Teorema de bifurcaţie afirmă că, pentru o vecinătate $U \subset V$ a lui $\boldsymbol{x}_0$, există un sistem de coordonate $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$, astfel încât pe *U* are loc reprezentarea:

$$F_c(\boldsymbol{y}) = \pm y_1^2 \pm y_2^2 \pm \ldots \pm y_r^2 + \tilde{F}_c\left(y_{r+1}^2, y_{r+2}^2, \ldots y_n^2\right)$$

. **(1.137)**

Adică, în vecinătatea unui punct critic degenerat (PCD), o funcţie $F_c(\boldsymbol{x})$ se descompune (impropriu zis „bifurcată") într-o funcţie Morse şi o funcţie „catastrofă", notată cu $\tilde{F}_c$, fiecare depinzând de alte variabile. Acum, comportarea funcţiei F_c în $\boldsymbol{x}_0 \in U$ se transformă în studiul comportării funcţiei $\tilde{F}_c$ pentru $\boldsymbol{x}_0$.

Diferenţa de comportare a funcţiei $F_c(\boldsymbol{x})$ în jurul punctelor critice nedegenerate faţă de comportarea în jurul punctelor critice degenerate este dată de proprietăţile de stabilitate structurală ale funcţiei în jurul punctelor critice. Aşa cum am mai precizat, se poate arăta că funcţia $F_c(\boldsymbol{x})$ este structural stabilă în jurul unui PCN şi numai acolo. Deci în jurul unui PCD funcţia $F_c(\boldsymbol{x})$ este, de regulă, structural instabilă.

3.6.5. Teorema de clasificare a lui Thom

Teorema (de clasificare a) lui Thom afirmă că o familie *m* parametrică de funcţii $F:\mathbb{R}^n\times\mathbb{R}^m\to\mathbb{R}$, cu $\mathbb{R}^n$ spaţiul stărilor pentru $\boldsymbol{x}$ şi $\mathbb{R}^m$ spaţiul de control pentru $\boldsymbol{c}$, care este infinit diferenţiabilă de la $\mathbb{R}^n$ la $\mathbb{R}$ pentru orice *n* şi restrictivă pentru $1\le m\le 4$ este structural stabilă, iar în vecinătatea unui punct $\boldsymbol{x}_0$ este echivalentă cu una din clasele de:

I. Funcţii structural stabile, de tipul funcţiei liniare (dacă $\boldsymbol{x}_0$ nu este un PC) sau funcţii de tip $\ell-$şa Morse (dacă $\boldsymbol{x}_0$ este un PCN);

II. Funcţii structural instabile (dacă $\boldsymbol{x}_0$ este un PCD), care se pot descompune într-o sumă de o funcţie de tip Morse şi o funcţie de tip catastrofă.

În tabelul 1.3 sunt prezentate cele şapte catastrofe „elementare" pentru $1\le m\le 4$ parametri, aşa cum au fost clasificate de R. Thom în 1972. Ulterior, în 1975, V. Arnold a prezentat o nouă clasificare pentru $1\le m\le 5$ parametri [3].

Calificativul „elementare" dat de R. Thom celor şapte catastrofe din tabelul 1.3 nu exprimă caracterul lor simplu, ci, mai degrabă, caracterul lor constitutiv, potrivit căruia ele se regăsesc într-o diversitate foarte mare de aplicaţii din diferite ştiinţe particulare. De fapt, catastrofele sunt clase de echivalenţă de forme normale, polinomiale. Deci, ele nu sunt funcţii, ci clase de echivalenţă de funcţii (rezultate din modelarea aplicaţiilor fizice).

Tabelul 1.3

Denumirea catastrofelor	$F(\boldsymbol{x},\boldsymbol{c})$
Faldul	$\frac{1}{3}x_1^3+c_1x_1 \quad +(M)$
Întoarcerea	$\frac{1}{4}x_1^4+\frac{1}{2}c_1x_1^2+c_2x_1 \quad +(M)$
Coada de rândunică	$\frac{1}{5}x_1^5+\frac{1}{3}c_1x_1^3+\frac{1}{2}c_2x_1^2+c_3x_1 \quad +(M)$

Fluturele	$\frac{1}{6}x_1^6+\frac{1}{4}c_1x_1^4+\frac{1}{3}c_2x_1^3+\frac{1}{2}c_3x_1^2+c_4x_1 \quad +(M)$
Ombilicul eliptic	$x_1^3-3x_1x_2^2+c_1\left(x_1^2+x_2^2\right)+c_2x_1+c_3x_2 \quad +(N)$
Ombilicul hiperbolic	$x_1^3+x_2^3+c_1x_1x_2+c_2x_1+c_3x_2 \quad +(N)$
Ombilicul parabolic	$x_1^2x_2+x_2^4+c_1x_1^2+c_2x_2^2+c_3x_1+c_4x_2 \quad +(N)$

unde (M) este o funcţie Morse de forma:

$$x_2^2+\ldots+x_i^2-x_{i+1}^2-\ldots-x_n^2,\ 1\le i\le n,$$

iar (N) este o funcţie Morse de forma:

$$x_3^2+\ldots+x_i^2-x_{i+1}^2-\ldots-x_n^2,\ 2\le i\le n.$$

Să observăm încă o dată că teoria catastrofelor clasifică local comportarea familiei de funcţii $F(\boldsymbol{x},\boldsymbol{c})$ în punctele critice $\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^n$, când $\boldsymbol{c}\in\mathbb{R}^m$ se modifică. Pentru a cunoaşte (mai bine) comportamentul local al funcţiei *F* este necesar să studiem întreaga geometrie a catastrofei, pe tot domeniul său de definiţie $\mathbb{R}^n\times\mathbb{R}^m$. Există numeroase lucrări remarcabile care prezintă în detaliu acest studiu [26], [27].

Esenţa studiului unei funcţii catastrofă constă în determinarea mulţimii bifurcaţie $B\subset\mathbb{R}^m$ a variabilelor de control $\boldsymbol{c}$ pentru care funcţia *F* are puncte critice degenerate. Cititorul interesat într-un astfel de studiu poate consulta, de exemplu, lucrările [31], [32].

În cazul sistemelor dinamice aflate departe de echilibru pot să apară tranziţii de fază. Tranziţia de fază este fie o apariţie a unei ordini în dezordine, fie a unei ordini în alt tip de ordine, fie a dezordinii în ordine. Cele mai cunoscute tranziţii de fază sunt cele care se referă la trecerea de la o fază de agregare a materiei la alta (topirea metalelor, lichefierea gazelor, sublimarea, vaporizarea, îngheţarea etc.). Dar acestea sunt tranziţii de fază ce au loc pentru sisteme aflate la echilibru sau aproape de echilibru. În general prezintă interes studiul tranziţiilor de fază ale sistemelor aflate departe de echilibru. Apariţia şi comportările haotice ale sistemelor dinamice sunt ilustrative pentru acest studiu [3].

3.7. Fractalii în caracterizarea (atractorilor) sistemelor dinamice

Cuvântul „fractal” este derivat din latinescul „fractus”, care înseamnă ceva neregulat şi fragmentat şi a fost inventat de Benoit B. Mandelbrot pentru titlul unui articol din 1975 asupra unor forme care aveau proprietatea de a fi „rugoase şi autosimilare”. Astăzi ştim că fractalii pot fi obiecte de diferite forme, astfel încât este dificil de dat o definiţie corespunzătoare. La început, pentru Mandelbrot, „rugos şi autosimilar” era o posibilitate de a reprezenta obiecte matematice care se depărtau de formele extrem de ordonate şi netede din geometria euclidiană şi evadau către forme de o complexitate geometrică deosebită, cum sunt atractorii haotici din spaţiul fazelor unor sisteme dinamice.

Mandelbrot observa că norii nu sunt sfere, munţii nu sunt conuri, iar fulgerul nu este o linie dreaptă, încât, pentru reprezentarea geometrică a unor obiecte din natură trebuie înlocuită geometria euclidiană cu una fractală. De fapt, Mandelbrot dorea să explice tranziţia de la ordine la dezordine printr-un scenariu sau un drum către turbulenţă. Cu ajutorul conceptului de fractal, Mandelbrot dorea să formalizeze contrastul mare dintre netezimea ce caracterizează ordinea şi „nenetezimea” care caracterizează haosul. În acest sens, el a dezvoltat noţiunea de dimensiune Hausdorff fracţionară pentru caracterizarea modelelor sale autosimilare, specifice unor clase largi de fractali.

Fractalii au fost studiaţi încă din secolul trecut, mult înaintea lui Mandelbrot. Astfel, Georg Cantor (1872), Giuseppe Peano (1890), David Hilbert (1891), Helge von Koch (1904), Waclaw Sierpinschi (1916), Gaston Julia (1918) şi Felix Hausdorff (1919) au studiat, pe rând, astfel de mulţimi excepţionale, care azi le poartă numele, dar nu le-au dat o caracterizare comună. Ei le-au numit mulţimi cu dimensiuni fracţionare, mulţimi măsurabile Hausdorff, mulţimi cu structură fină sau mulţimi neregulate, stranii! Astăzi, deşi ne referim la mulţimea de tip Cantor, curba lui Koch, Peano sau Hilbert, sau triunghiul lui Sierpinschi, nu le mai considerăm ca fiind exemple de monştri matematici, ci mulţimi care sunt de neevitat pentru explicarea unor teorii matematice sau reprezentarea unor obiecte din natură [12], [13].

3.7.1. Noţiunea de dimensiune

Noţiunea de dimensiune este legată de procesul de măsurare. Odată definită o unitate de măsură μ, a măsura un obiect (matematic) înseamnă a

determina de câte ori unitatea de măsură este cuprinsă în obiectul măsurat, adică [15], [34]:

$$M = N \cdot \mu . \qquad \textbf{(1.138)}$$

Notând unitatea de măsură cu:

$$\mu = \varepsilon^{D} , \qquad \textbf{(1.139)}$$

rezultă că, în geometria euclidiană, punctul este caracterizat de dimensiunea $D = 0$, dreapta de dimensiunea $D = 1$, suprafaţa de dimensiunea $D = 2$, iar un volumul de dimensiunea $D = 3$, aşa cum este ilustrat în ***fig. 1.40 a), b), c), d)***.

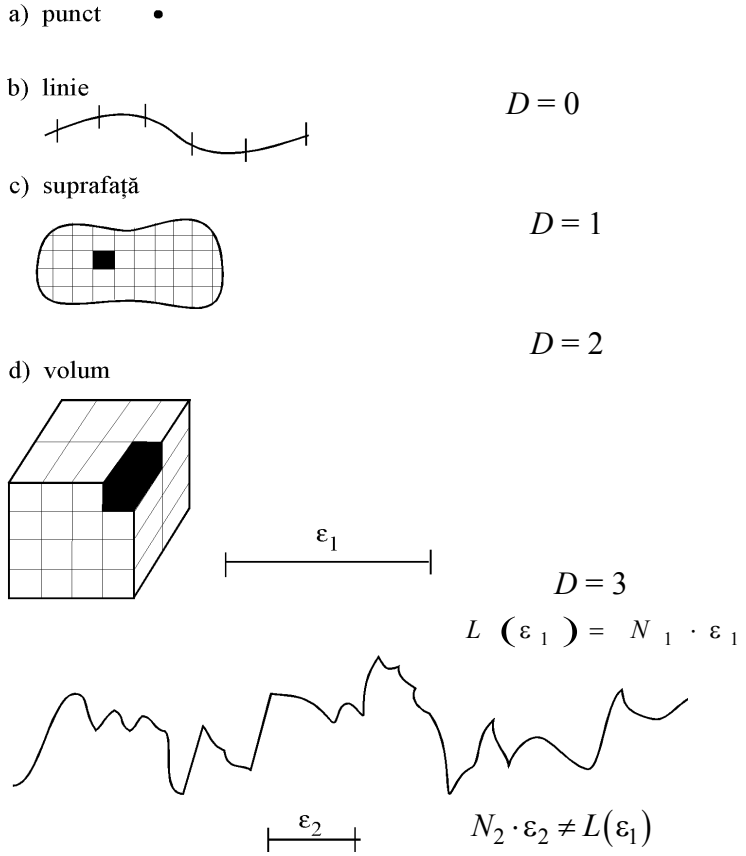


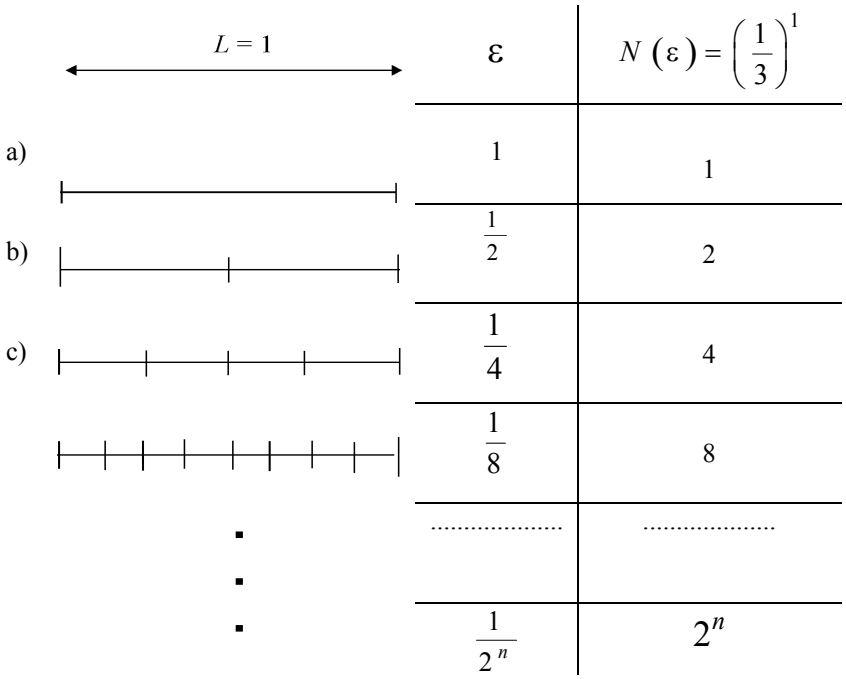
Fig. 1.40. Ilustrarea noţiunii de dimensiune

Dar, alegând pentru etalonul ε o valoare ε_1, lungimea curbei din ***fig. 1.40 e)*** va fi $L(\varepsilon_1) = N_1\varepsilon_1$, iar dacă se alege $\varepsilon_2 \neq \varepsilon_1$, de exemplu $\varepsilon_2 < \varepsilon_1$, atunci lungimea aceleiaşi curbe va fi $L(\varepsilon_2) = N_2\varepsilon_2 \neq L(\varepsilon_1)$, ceea ce nu pare normal! Acesta a fost subiectul celebrului articol a lui Mandelbrot din 1967, în care se întreba retoric: „How long is the Coast of Britain?"

Pentru a introduce intuitiv noţiunea de dimensiune considerăm relaţia dintre numărul *N* de unităţi de măsură şi etalonul ales ε, pentru a

măsura o linie de lungimea *L*. Aşa cum rezultă succesiv din ***fig. 1.41 a), b), c),…*** dacă etalonul ales ε are valorile: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{2^n}$, numărul $N(\varepsilon)$ poate fi exprimat de şirul de valori: $1, 2, 4, 8, \ldots, 2^n$, adică:

$$N(\varepsilon) = \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^1 . \qquad \textbf{(1.140)}$$



ε	$N(\varepsilon) = \left(\frac{1}{3}\right)^1$
1	1
$\frac{1}{2}$	2
$\frac{1}{4}$	4
$\frac{1}{8}$	8
.....	.....
$\frac{1}{2^n}$	2^n

Fig. 1.41. Ilustrarea măsurii unui segment de dreaptă

În cazul măsurării unei suprafeţe pătratice de arie L^2, ca cea din ***fig. 1.42***, dacă se aleg succesiv pătrate de laturi $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots, \frac{1}{2^n}$,

atunci numărul $N(\varepsilon)$ de astfel de unităţi de măsură pentru evaluarea suprafeţei este dat de şirul $1,\ 4,\ 16,\ 64,\ \ldots,\ 4^n$, adică:

$$N(\varepsilon)=\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^2. \qquad \textbf{(1.141)}$$

În concluzie, generalizând aceste rezultate, pentru măsurarea unor puncte, linii, suprafeţe, volume etc., de dimensiuni euclidiene $D=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$, rezultă că numărul $N(\varepsilon)$ este:

$$N(\varepsilon)=\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^D. \qquad \textbf{(1.142)}$$

Din relaţia (**1.1**42) se obţine prin logaritmare:

$$\log N = D\log\left(\frac{1}{\varepsilon}\right), \qquad \textbf{(1.143)}$$

astfel încât

$$D=\frac{\log(N)}{\log\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)}, \qquad \textbf{(1.144)}$$

unde N este numărul de copii identice ale unităţii de măsură, iar $1/\varepsilon$ exprimă ordinul de reducere a copiilor de la o iteraţie la alta.

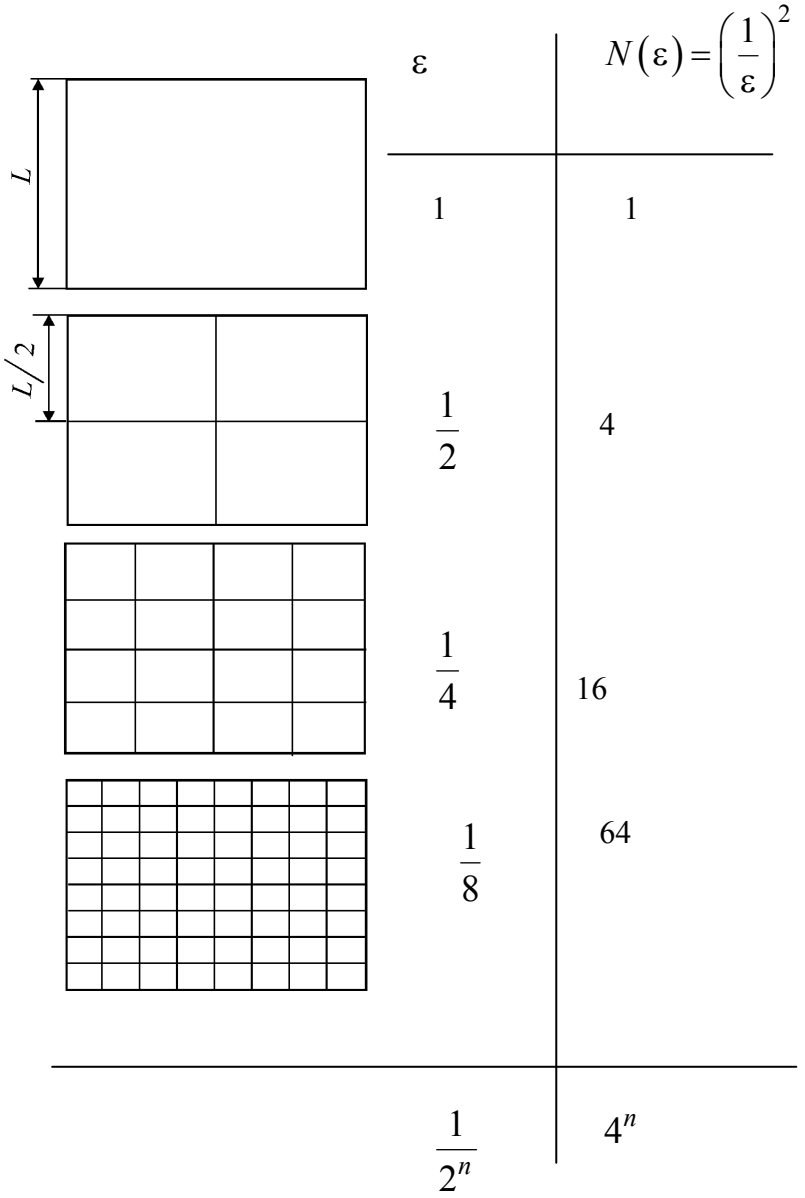


Fig. 1.42. Ilustrarea măsurii unei suprafeţe

Trebuie menţionat că, în general, o mulţime fractală este caracterizată de o dimensiune Hausdorff şi de o dimensiune de autosimilaritate (*D*), care sunt egale atunci când acea mulţime fractală este autosimilară. Pentru obiecte matematice „obişnuite", adică: linii, curbe sau suprafeţe rectificabile, această dimensiune devine dimensiunea euclidiană obişnuită.

Primii fractali studiaţi de Mandelbrot au fost cei autosimilari (adică invarianţi la transformări liniare). Să analizăm câteva exemple.

3.7.2. Mulţimea Cantor

Mulţimea Cantor este formată dintr-un set infinit de puncte aflate în intervalul închis [0,1]. Algoritmul de obţinere a mulţimii Cantor este simplu şi este ilustrat în ***fig. 1.43***. Intervalul închis [0,1], sugerat ca un segment de dreaptă în ***fig. 1.43***, este împărţit în trei părţi egale, iar la iteraţia doi se elimină intervalul median deschis (1/3, 2/3). Celor două intervale rămase, [0, 1/3] şi [2/3, 1], li se aplică la iteraţia trei acelaşi algoritm ca mai sus.

Pentru fiecare iteraţie, în ***fig. 1.43*** sunt trecute numărul *N* de copii identice şi lungimea ε a intervalelor (identice), determinând, de fiecare dată, şi ordinul lor de reducere $1/\varepsilon$.

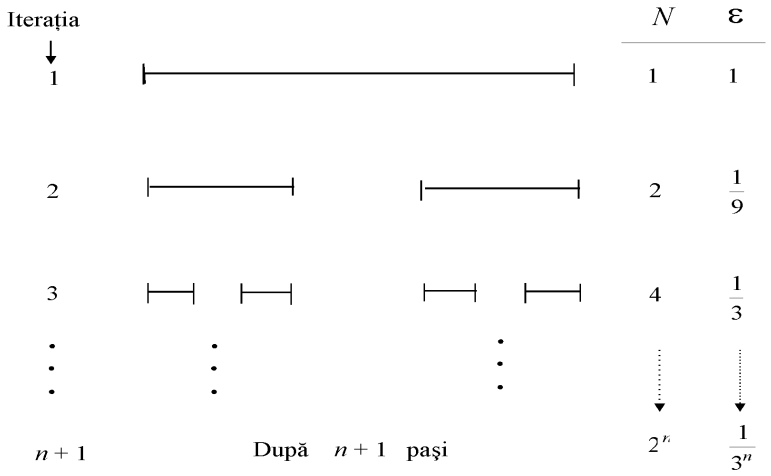


Fig. 1.43. Generarea mulţimii Cantor

În consecinţă, conform relaţiei (**1.144**), dimensiunea de autosimilaritate a mulţimii Cantor este:

$$D = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\log(N)}{\log\left(\frac{1}{\varepsilon}\right)} = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\log 2^n}{\log 3^n} = \frac{\log 2}{\log 3} = 0,63093\ldots \qquad (1.145)$$

3.7.3. Curba lui Koch

Curba lui Koch este un alt exemplu clasic de obiect fractal. Construcţia acesteia este ilustrată în ***fig. 1.44*** şi se bazează pe două reguli geometrice foarte simple. Să începem cu un segment de lungime *L*, pe care îl împărţim în trei părţi egale, de lungime $\varepsilon_1 = L/3$. În prima iteraţie, segmentul din mijloc este înlocuit cu un triunghi echilateral cu laturile ε_1 din care se omite baza. Se obţine astfel o linie frântă formată din patru segmente identice, care are lungimea totală $L_1 = 4\varepsilon_1$. Aceste două reguli se aplică din nou celor patru segmente, determinându-se mai întâi $\varepsilon_2 = \varepsilon_1/3 = L/9$ şi rezultând la sfârşitul iteraţiei doi o linie frântă de lungime $L_2 = 16\varepsilon_1$ (***fig. 1.44***).

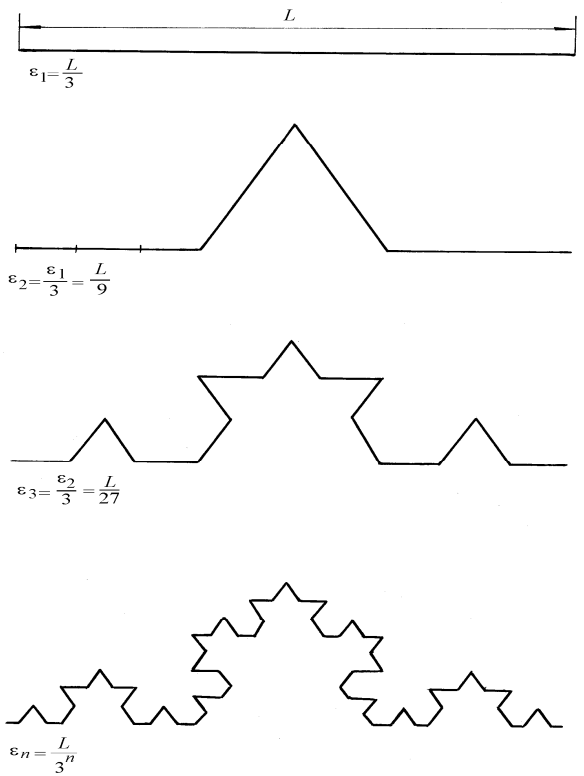


Fig. 1.44. Generarea curbei lui Koch

Aşa cum este arătat şi în ***fig. 1.44***, la iteraţia *n*, lungimea segmentelor (identice) constitutive este $\varepsilon_n = L/3^n$, iar lungimea totală a curbei lui Koch este de $L_n = 4^n \varepsilon_n$. Rezultă că dimensiunea ei de autosimilaritate este:

$$D = \frac{\log \frac{L_n}{\varepsilon_n}}{\log \frac{L}{\varepsilon_n}} = \frac{\log 4^n}{\log 3^n} = \frac{\log 4}{\log 3} = 1,2618\ldots \qquad \textbf{(1.146)}$$

Interesant este că dimensiunea $D = 1,2618$ plasează curba lui Koch între o dreaptă care are dimensiunea euclidiană unu şi un plan care are dimensiunea euclidiană doi. Cu alte cuvinte, în geometria euclidiană, curba lui Koch nu este nici dreaptă, dar nici plan! Mai mult, deşi rezultă din aplicarea iterativă a unui algoritm atât de simplu, lungimea curbei lui Koch este infinită!

3.7.4. Triunghiul lui Sierpinschi

Face parte tot dintre fractalii clasici. Algoritmul care conduce la obţinerea lui este ilustrat în ***fig. 1.45***.

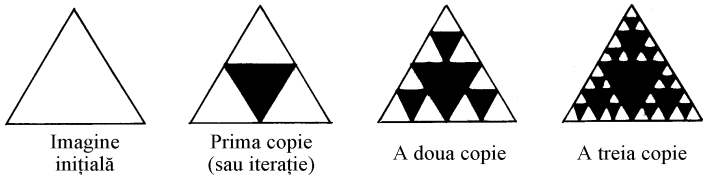


Fig. 1.45. Generarea triunghiului lui Sierpinschi

De exemplu, se începe cu o suprafaţă plană de forma unui triunghi echilateral din care „se decupează" triunghiul echilateral median (***fig. 1.45***). Operaţia se repetă pentru fiecare din cele trei triunghiuri echilaterale rămase ş.a.m.d. La fiecare iteraţie, numărul de triunghiuri identice rămase este 3^n, iar factorul de reducere este de $(1/2)^n$, astfel încât dimensiunea de autosimilaritate pentru triunghiul lui Sierpinschi este:

$$D = \frac{\log 3^n}{\log 2^n} = \frac{\log 3}{\log 2} = 1,5850\ldots \qquad \textbf{(1.147)}$$

Să analizăm în continuare legătura dintre dimensiunea de autosimilaritate (*D*) şi lungimea unui fractal. Lungimea (*L*) unui fractal măsurată va depinde de etalonul (ε) ales, conform legii:

$$L(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon^d}, \qquad \textbf{(1.148)}$$

unde prin *d* s-a notat „dimensiunea compas" sau dimensiunea fractală. Logaritmând relaţia de mai sus se obţine:

$$\log L(\varepsilon) = d \log \frac{1}{\varepsilon} \qquad \textbf{(1.149)}$$

Pe de altă parte, numărul $N(\varepsilon)$ de copii identice a unităţii de măsură, la fiecare iteraţie, în cazul unui fractal autosimilar, este dat de relaţia:

$$N(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon^D}. \qquad \textbf{(1.150)}$$

Logaritmând relaţia de mai sus se obţine:

$$\log N(\varepsilon) = D \log \frac{1}{\varepsilon}. \qquad \textbf{(1.151)}$$

Relaţia dintre lungimea $L(\varepsilon)$ şi numărul de copii identice $N(\varepsilon)$, la o anumită scală ε, este:

$$L(\varepsilon) = N(\varepsilon) \cdot \varepsilon. \qquad \textbf{(1.152)}$$

Pe baza relaţiilor de mai sus rezultă succesiv că:

$$\log L(\varepsilon) = \log N(\varepsilon) + \log \varepsilon \qquad \textbf{(1.153)}$$

şi

$$d \log \frac{1}{\varepsilon} = D \log \frac{1}{\varepsilon} + \log \varepsilon, \qquad \textbf{(1.154)}$$

de unde rezultă relaţia dintre dimensiunea fractală *d* şi dimensiunea de autosimilaritate *D*:

$$D = 1 + d. \qquad \textbf{(1.155)}$$

Rezultă că dimensiunea de autosimilaritate (*D*) a unui fractal poate fi calculată prin două metode echivalente:

a) determinând, pe baza formelor geometrice de autosimilaritate, legea exponenţială între numărul de copii identice $N(\varepsilon)$ şi ordinul de reducere al acestora de la o iteraţie la alta, care are forma: $N(\varepsilon) = (1/\varepsilon)^D$;

b) efectuând măsurătorile de lungimi de tip compas şi determinând legea exponenţială între lungimea *L* şi $1/\varepsilon$, unde ε este valoarea aleasă a etalonului, exprimată prin $L(\varepsilon) = (1/\varepsilon)^d$. Dimensiunea de autosimilaritate *D* se calculează în acest caz cu relaţia $D = 1 + d$.

Mulţimile fractale clasice, ca cele descrise mai sus, sunt autosimilare, adică sunt formate din bucăţi care sunt din punct de vedere geometric asemenea cu întreaga mulţime, dar la o scară mai mică. De exemplu, mulţimea Cantor are proprietatea că partea sa care se găseşte în segmentul $[0,1/3]$ sau cea din segmentul $[2/3,1]$ are raportul de asemănare $1/3$ cu întreaga mulţime, iar părţile din segmentele $[0,1/9]$, $[2/9,1/3]$ şi $[2/3,7/9]$ sunt asemenea cu mulţimea Cantor, cu raportul de asemănare 1/9 etc.

În general, o mulţime fractală este caracterizată de o dimensiune Hausdorff şi de o dimensiune de similaritate, diferite una de alta, dar le sunt egale când acea mulţime este autosimilară.

O altă definiţie a dimensiunii, relativă la un atractor, este dimensiunea informaţională (D_I), legată de noţiunea de entropie, care a fost introdusă în paragraful **1.5.5**.

Să presupunem că un atractor este „acoperit" de *n* pătrăţele de dimensiunea ε. Să notăm cu *p* probabilitatea ca un punct al atractorului să se găsească în pătrăţelul de ordin *i*. Incertitudinea acestui experiment se evaluează cu relaţia lui Shannon şi are expresia:

$$I(\varepsilon) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i. \qquad \textbf{(1.156)}$$

Dacă punctele sunt egal distribuite pe fractal, atunci $I(\varepsilon)$ are valoarea maximă $I_0 = \log n$.

Dimensiunea informaţională (D_I) este definită de relaţia:

$$D_I = \lim_{\varepsilon \to 0} \left[-\frac{I(\varepsilon)}{\log \varepsilon} \right] = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i}{\log \varepsilon}. \qquad (\mathbf{1.157})$$

Se arată că, în general, dimensiunea informaţională este mai mică decât dimensiunea de autosimilaritate (capacitate), adică: $D_I < D$.

Forma obiectelor geometriei euclidiene este simplă, dar, în natură, apariţia acestor obiecte constituie excepţia, regula fiind dată de mulţimile fractale.

Există o strânsă legătură între obiectele generate aleator şi fractali, de exemplu, traiectoriile browniene sunt fractali, iar pe frontierele fractale drumurile trebuie studiate în mod aleator [3].

Din punct de vedere matematic, fractalii, care rezultă prin generare aleatoare iterativă, sunt statistic autosimilari, adică similitudinile sunt alese la întâmplare, după o anumită distribuţie de probabilitate, la fiecare pas al procesului iterativ.

S-a arătat şi că sistemele dinamice continue ataşate unor ecuaţii diferenţiale au atractori care sunt mulţimi fractale. Cel mai celebru este atractorul Lorenz.

În ultimele decenii s-a constat că mulţimile fractale modelează fenomene naturale de o mare diversitate: mişcarea browniană a particulelor, turbulenţa fluidelor, creşterea plantelor, fenomene din biologie, repartiţia galaxiilor în univers, fluctuaţia preţurilor, forma coastelor marine sau chiar mecanismul ereditar.

Sistemele dinamice continue, deterministe şi neliniare, ce conţin parametri, încep, pentru anumite valori critice ale acestora, să depindă sensibil de soluţia iniţială, pierzându-şi astfel predictibilitatea pe termen lung. Până nu demult, apariţia dependenţei sensibile de soluţia iniţială era legată de apariţia atractorilor haotici. Recent, această dependenţă a fost legată şi de fractali. O mulţime de experimente numerice, din ultimul deceniu, au pus în evidenţă frontiere fractale ale unor bazine de atracţie ale unor atractori nehaotici (cum sunt punctele de echilibru, ciclurile limită, orbitele periodice etc.). De asemenea, s-a remarcat faptul că ecuaţiile ataşate sistemelor dinamice cu mai mulţi atractori nehaotici pot poseda frontiere fractale între două sau mai multe bazine de atracţie ale acestor atractori. Rezultă că există o clasă mult mai largă de fenomene neliniare impredictibile decât cea a sistemelor dinamice neliniare cu atractori haotici.

3.8. Asupra aplicaţiilor teoriei sistemelor dinamice

Să înţelegi fenomenele observate este unul din scopurile fundamentale în ştiinţă. Pentru a face faţă acestei provocări, oamenii de ştiinţă au adoptat, de-a lungul secolelor, diferite strategii. Poate cea mai veche a fost observarea şi analiza datelor unor experimente repetate pe modele fizice. O altă strategie a constituit-o analiza datelor obţinute de la un model matematic ataşat fenomenului sau procesului fizic, construit astfel încât să poate reprezenta cu o fidelitate cât mai bună fenomenul sau procesul fizic respectiv. La început, au fost adoptate modelele matematice liniare, care aveau o structură simplă, ai căror parametri erau estimaţi, de regulă, prin minimizarea unei funcţii obiectiv pe baza unor date măsurate. Avantajul acestor modele era simplitatea lor şi uşurinţa în utilizare, dar aceste modele nu puteau reproduce fenomene neliniare!

De câteva decenii s-au adoptat modelele matematice neliniare, a căror structură a devenit complexă şi, uneori, greu de pus într-o corespondenţă directă cu fenomenul fizic modelat. În acest caz, parametrii modelului se obţin prin minimizarea unei funcţii obiectiv (complexe) sau a unui set de funcţii obiectiv neliniare de mai multe variabile. În acest caz, alegerea parametrilor modelului poate să nu fie unică! Avantajul incontestabil al acestor modele îl constituie flexibilitatea lor în raport cu modelarea numeroaselor tipuri de fenomene sau procese, care sunt, în general, neliniare. Însă, pot deveni foarte complexe şi greu de analizat analitic şi chiar numeric. Pentru depăşirea acestor dificultăţi, în cazul unei probleme noi de modelare cu sisteme neliniare, de mare folos se dovedeşte analiza atentă a modelărilor deja efectuate şi care au avut succes. Apoi trebuie analizate şi utilizate cât mai multe informaţii „apriori”, care pot determina structura modelului, numărul de parametri şi relaţiile dintre aceştia, astfel încât să se realizeze o cât mai bună apropiere între comportarea modelului şi dinamica procesului ce va fi modelat.

Experienţa de până acum în modelarea proceselor fizice cu sisteme dinamice neliniare a determinat noi căutări în elaborarea unor reprezentări matematice complexe, dar mai flexibile, pentru sistemele dinamice neliniare, şi a unor noi algoritmi pentru determinarea structurii modelului şi estimarea parametrilor acestuia.

Mulţi oameni ar dori ca în viaţa lor să existe „ordine” şi să aibă sentimentul predictibilităţii acţiunilor lor viitoare. Ei doresc să-şi planifice viitorul şi, cel puţin, să existe o probabilitate rezonabilă ca să-şi vadă visele împlinite. Cu toate acestea, viaţa din jurul nostru, în complexitatea ei, pare să sfideze efortul nostru de a prezice viitorul în ansamblul lui. Şi numai la

auzul cuvântului „haos” se face, în mod obişnuit, legătura cu totala dezordine şi confuzia generală.

Modelarea fenomenelor fizice complexe, adesea extinse spaţial cu sisteme dinamice neliniare, finit dimensionale, a condus la studiul haosului determinist – ca o comportare posibilă a acestora, care a devenit un model pentru manifestările haotice ale proceselor fizice. Studiul haosului determinist, generat de modelele dinamice neliniare, ne-a permis să-i înţelegem geneza, să-l analizăm, să-l prezicem şi chiar să-l controlăm! Învăţând să facem aceste lucruri pe modelele matematice, putem spera să le aplicăm şi în cazul proceselor fizice ce au fost modelate. Dar, în acelaşi timp, să ne reamintim ce spunea, în 1903, Poincaré: „*A very small cause which escapes our notice determines a considerable effect that we cannot fail to see… even if the case that the natural laws had no longer secret for us… We could only know the initial situation approximately… It may happen that small differences in initial conditions produce very great ones in the final phenomena*”.

Să analizăm în continuare câteva domenii în care modelarea cu sisteme dinamice haotice a condus la rezultate notabile.

3.8.1. Haos în atmosfera terestră

Este deja bine cunoscut că unul dintre primele succese în modelarea cu sisteme dinamice neliniare a fost realizat de Edward Lorenz, care a căutat să explice „haosul din atmosfera terestră” şi, pe baza modelului matematic, să demonstreze de ce nu poate fi făcută o bună predicţie pe termen lung a evoluţiei condiţiilor meteorologice. Pentru mulţi autori, lucrările sale pot fi considerate ca determinante pentru naşterea sau, cel puţin, pentru consolidarea teoriei moderne a haosului. E. Lorenz a simplificat un model mai general din teoria dinamicii fluidelor: modelul Navier-Stokes şi a elaborat un model de trei ecuaţii diferenţiale neliniare, cu trei parametri, care a pus în evidenţă dependenţa extrem de mare a soluţiei sistemului de condiţia iniţială din spaţiul stărilor. Inspirat de forma de fluture a atractorului sistemului său de ecuaţii neliniare, E. Lorenz a dat sugestiv un răspuns la problema predicţiei condiţiilor meteorologice, publicând articolul cu titlul „*Can a flap of the butterfly's stir up a tornado in Texas*”. Şi răspunsul a fost că, în principiu, se poate !

3.8.2. Haos în oceanul terestru

Pentru modelarea dinamicii apelor oceanelor, pusă în evidenţă, de exemplu, de variaţia nivelului apelor, s-au folosit ecuaţiile Naviaer-Stokes

din teoria dinamicii fluidelor. Cel puţin pentru început, interesul acestui studiu era legat din predicţia adâncimii apelor în estuare şi porturi. În cazul unor estuare sau porturi mici, relativ izolate de ocean, predicţia pe termen mediu a dinamicii nivelului apei era bună, însă studiile avertizau că pot fi şi excepţii, iar pentru deschiderile largi faţă de ocean, modelul matematic determinat punea în evidenţă coeficienţi Liapunov pozitivi, care conduc la apariţia comportărilor haotice.

Studiul stratificării apelor oceanelor şi al dinamicii acestui proces a devenit important şi pentru realizarea comunicaţiilor subacvatice, deoarece dinamica diferitelor straturi de apă dintr-un ocean va influenţa apariţia căilor multiple de propagare.

3.8.3. Haos în dinamica plăcilor tectonice

Cutremurele sunt datorate dinamicii plăcilor tectonice, care fac parte din sistemul complex al scoarţei terestre. De unde dificultatea în predicţia momentului declanşării unui cutremur şi a intensităţii acestuia? Din punct de vedere statistic, legea de distribuţie a apariţiei cutremurelor de diferite intensităţi este cunoscută ca o lege scăzătoare, cu un exponent negativ, evidenţiind faptul că apariţia cutremurelor de intensităţii mari este mult mai puţin frecventă.

Răspunsul principal la aceste întrebări a rezultat din modelarea sistemului dinamic al scoarţei terestre cu plăcile sale tectonice ca un sistem mare, format din subsisteme intercorelate (neliniar). Acest model a pus în evidenţă posibilitatea apariţiei regimului haotic în cazul dinamicii spaţio-temporale, în sensul că variaţii mici ale energiilor înmagazinate în plăcile tectonice pot conduce la efecte dezastruoase în unele zone şi nesemnificative în altele. Din acest studiu a rezultat că distribuţia de probabilitate a apariţiei cutremurelor mici este dată de o lege scăzătoare, dar apariţia cutremurelor mari are o probabilitate mult mai mare decât cea dată de această lege şi, în plus, este foarte dependentă de alegerea parametrilor modelului matematic folosit.

3.8.4. Modelarea ecosistemelor cu haos

Cum s-ar putea modela creşterea sau dinamica a unei populaţii? Încă din 1845, matematicianul belgian François Verhulst a încercat să dea un răspuns acestei probleme. Să presupunem că dimensiunea unei populaţii la momentul sau generaţia *n* este P_n. Desigur, mărimea unei populaţii este

influenţată de mulţi parametri, dictaţi de condiţiile de mediu sau interacţiunea cu alte specii.

O caracteristică relevantă pentru dinamica unei populaţii este rata sa de creştere, definită de $r = \left(P_{n+1} - P_n\right)/P_n$, unde P_{n+1} este dimensiunea populaţiei la momentul sau generaţia „$n+1$”. Rescriind această relaţie se obţine: $P_{n+1} = \left(1+r\right)P_n$, care indică o creştere nelimitată a populaţiei în timp, ceea ce este nerealist! Mai întâi să normăm mărimea populaţiei *P* faţă de numărul maxim *N* al populaţiei care ar fi suportată de ecosistem. Se obţine $p = P/N$, unde $0 \le p \le 1$.

F. Verhulst a postulat că rata de creştere a unei populaţii sub influenţa mediului, la momentul (sau generaţia) *n*, este proporţională cu $\left(1-p_n\right)$, adică $\left(p_{n+1} - p_n\right)/p_n = r\left(1-p_n\right)$, ceea ce conduce la relaţia: $p_{n+1} = p_n + r\,p_n\left(1-p_n\right)$. Dacă se notează cu $x_n = r\,p_n/\left(r+1\right)$, iar $a = r+1$, se obţine ecuaţia logistică: $x_{n+1} = a\,x_n\left(1-x_n\right)$, care reprezintă cel mai comun exemplu de sistem dinamic în timp discret.

O problemă mult mai complicată o constituie modelarea alocării resurselor în sistemele multiagent. O strategie adoptată pentru modelare se bazează pe aşa-numitul control exercitat „prin piaţă”, care este inspirată din domeniul economic. În această abordare fiecare agent propune câte un preţ, fie pentru a folosi, fie pentru a oferi o resursă, iar negocierile dintre agenţi se realizează prin licitaţie. Acest model a fost aplicat în numeroase domenii, cum ar fi: alocarea optimă a fişierelor (de date) într-un sistem distribuit de calculatoare sau elaborarea unor soluţii pentru economia de energie în clădiri.

O altă abordare este denumită „ecologie computaţională” şi este inspirată din metodele de organizare din biologie sau sociologie şi foloseşte un macromodel al comportărilor agenţilor. Fiecare agent va lua o decizie în condiţiile unor informaţii incomplete sau întârziate şi va încerca să o îmbunătăţească în favoarea sa, în funcţie de noile date obţinute din mediu.

Modelele de tip sistem multiagent au fost adoptate şi în inginerie. De exemplu, s-au elaborat soluţii pentru problema alocării resurselor într-un proces de fabricaţie sau în problema optimizării traficului într-o reţea digitală de comunicaţii.

3.8.5. Teoria haosului şi dinamica economică

Dezvoltarea economică este, în general, un proces obiectiv, continuu, dar în timp cunoaşte atât momente sau perioade cu caracter ascendent, cât şi momente sau perioade marcate de instabilitate, de criză, care pot conduce la situaţii catastrofale [43].

Se apreciază că dinamica economică are trei aspecte principale: dezvoltare economică, creştere economică şi progres economic. Teoria modernă a dezvoltării economice se referă, în principal, la echilibrele economice corespunzătoare punctelor de echilibru ale sistemelor dinamice economice. Însă, studiul dinamic complet arată că, în economie, schimbările structurale şi variaţiile sunt regula şi nu excepţia, iar stările staţionare (dorite) devin, în general, instabile când anumiţi parametri variază.

Astfel, studiul modelelor dinamice arată că economia poate evolua către cicluri economice sau către situaţii de haos economic. Iată ce a adus nou în studiul sistemului economic teoria modelării cu sisteme dinamice (neliniare) faţă de teoriile clasice, bazate, în mare măsură, pe modele economice constând din ecuaţii algebrice şi evaluări statistice.

Dezvoltarea, creşterea şi, mai ales, progresul economic depind de capacitatea sistemului de a-şi adapta strategiile la condiţiile care sunt în permanentă schimbare. Acest lucru presupune ca managementul să anticipeze corect evenimentele viitoare ale mediului macroeconomic (şi nu numai), pe baza unor previziuni pe termen mediu şi lung.

Alături de opinia experţilor, explorarea trendului, analizele statistice ş.a., modelarea matematică cu sisteme dinamice (neliniare) a devenit o metodologie de bază pentru realizarea previziunilor macroeconomice.

Modelele de creştere economică şi, în general, practica modelării economico-matematice au constituit un prilej şi un instrument pentru studierea dezechilibrelor din economia contemporană, stimulând discuţiile referitoare la ciclicitatea economică şi/sau diferite feluri de crize, care s-au manifestat de-a lungul timpului.

REZUMAT ŞI RECOMANDĂRI (PRELIMINARE)

Fenomenele de instabilitate, care pot conduce la situaţii de crize sau conflicte, pot induce cel puţin două probleme. Prima: un conflict continuu fie că este extins sau nu, determină costuri inacceptabile pentru o ţară. Investiţiile sunt frânate, în mod special în zonele bogate ale ţării, resursele guvernamentale fiind transferate pentru a susţine efortul militar. A doua este că societatea civilă reprezintă un element-cheie în strategia de pace şi ajută la dezbaterea multor subiecte. Un astfel de „brainstorming" ar fi posibil, iar negociatorii de pace pot afla opiniile cetăţenilor. La nivel local, aceste manifestări pot fi luate în calcul şi pot aduce beneficii concrete în slujba păcii, iar liderii locali pot arăta avantajele conducerii în locul exacerbării conflictului. Şi, dacă, în final, se ajunge la un tratat de pace, societatea civilă ar putea ajuta, pentru a putea monitoriza aceste pact şi a reduce elementele de dispută dintre creştini şi musulmani.

Ţinând cont de toate aceste aspecte, se pot face următorele recomandări exemplificatoare:

- Societatea civilă musulmană are nevoie să fie mai puternică, pentru a corija o parte din diferenţele dintre creştini şi musulmani, diferenţe observate de ONG-uri. Organizaţiile civile creştine folosesc sistemele de management de care dispun pentru a-şi asigura succesul acţiunilor proprii.
- Când iniţiem această observare asupra societăţii civile musulmane, observaţia lui Varshney trebuie avută în vedere. De aceea trebuie acordată o atenţie specială instituţiilor şi colaborărilor dintre ele, pentru a le putea transforma din simple alianţe în organizaţii capabile să-i aducă împreună pe musulmani şi pe creştini.
- Demararea analizelor lucrurilor care merg şi a celor care nu merg. Există atâtea experienţe în care s-a încercat consolidarea păcii în Mindanao, încât statisticile pot fi cuplate cu experienţele istorice empirice.
- Gestionarea conflictului trebuie să includă guvernele locale, adesea trecute cu vederea de locuitori sau de programele sociale. Filipinele au o politică descentralizată la nivel local, ceea ce încurajează şi mai mult participarea societăţii civile la guvernarea municipală, cât şi un mod descentralizat de politică. Liderii politici locali, indiferent de culoarea politică, sunt insultaţi atunci când sponsorii

le spun direct ce fonduri vor fi folosite pentru comunitate, pentru că guvernul nu este de încredere.

În sfârşit, pentru a se realiza un progres, sunt necesare modificări la nivel cerebral şi emoţional, în cazul majorităţii populaţiei, care, de obicei, se opun concesiilor necesare satisfacerii cererilor religioşilor musulmani. Trebuiesc încurajate dezbaterile deschise şi libere, discuţiile pe marginea opţiunilor de pace, dialogul interreligios, între solicitanţi şi cei care sunt în măsură să ia asemenea decizii. Acestea vor constitui temelia unei păci susţinute şi mijloacele de gestionare a conflictelor pentru anii ce vor veni.

BIBLIOGRAFIE

[1] Toward a new digital communication technology based on nonlinear dynamics and chaos. Advanced Concept Workshop, „Communication by Chaos: Digital signal generation by simple nonlinear devices", organised by Mathematical and Computer Sciences Division. The Electronics Division and the Physics Division of the Army Research Office, USA, June 1996

[2] Brown R., Chua L. O., Chaos: Generating complexity from simplicity, International Journal of Bifurcation and Chaos, vol. 7, no. 11, 1997

[3] Georgescu A., Sinergetica, Solitoni, Fractali, Haos determinist, Turbulenţa, Tipografia Universităţii din Timişoara, 1992

[4] Georgescu A., Moroianu M., Oprea I., Teoria bifurcaţiei: Principii şi aplicaţii, Editura Universităţii din Piteşti, 1999

[5] Voinea R., Stroe I. V., Introducere în teoria sistemelor dinamice, Editura Academiei Române, Bucureşti, 2000

[6] Copae I., Teoria reglării automate cu aplicaţii la autovehicule militare. Sisteme automate neliniare, Editura ATM, Bucureşti, 1998

[7] Chua L.O. (Ed.), Proc. of IEEE: Special Issue on Chaotic systems, Aug. 1987

[8] Proc. of IEEE: Special Issue on Chaotic systems, Oct. and Nov. 1993

[9] Trans. on Circuits and Systems, Part I: Special Issue on Chaos Synchronisation and Control: Theory and Applications, Oct. 1997

[10] Petrişor E., Sisteme dinamice haotice, Tipografia Universităţii din Timişoara, 1992

[11] Ott E., Sauer T., Yorke J. A., Coping with chaos: Analysis of chaotic data and exploatation of chaotic systems, John Wiley, 1994

[12] Heinz-Otto Peintgen, Harmut Jurgens, Dietmar Saupe, Chaos and Fractals - New frontiers of Science, Springer-Verlag, 1992

[13] Robert Devaney, Chaos, Fractals and Dynamics, Addison-Wesley Publishing Company, 1990

[14] Peter Kennedy, Basic Concepts of Nonlinear Dynamics and Chaos, Tutorial 6.1 from Proc. ISCAS, 1994

[15] Arnaud Jacquin, Fractals in Signal Processing, Tutorial 6.4 from Proc. ISCAS, 1994

[16] Bernstein G. M., Lieberman M. A., Secure Random Number Generating Using Chaotic Systems, IEEE Trans on Circuits and Systems, CAS-37, 1990

[17] Hasler M., Synchronisation of Chaotic Systems and Transmission of Information on Chaotic Carriers, Chapter 5.5 in Technology for Multimedia, Proc. ISCAS, 1994

[18] Carrol T.L., Pecora L.M., Synchronising Chaotic Circuits, IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. CAS-38, April 1994

[19] Carrol T.L., Communications with Use of Filtered Synchronised, Chaotic Signals, IEEE Trans. on Circuits and Systems, part 1, vol. CAS-42, no. 3, 1995

[20] Feldman U., Hasler M., Schwarz W., Communication by Chaotic Signals: The Inverse System Approach, Trans on IEEE on Circuits and Systems, no. 2, 1995

[21] Halle K.S. et al., Spread Spectrum Communication through Modulation of Chaos, Intern. Journal of Bifurcation and Chaos, vol. 3, 1993

[22] Chen G., Dong X., From Chaos to Order: Perspective and Methodologies in Controlling Nonlinear Dynamical Systems, Inter. Journ. of Bifurcation and Chaos, vol.3, 1993

[23] Morse M., The Critical Points of a Functional of n Variables, Trans. of American Mathematics Science, number 33, 1931

[24] Poenaru V., Théorie des Invariances C^{∞}; Stabilité structurelle équivalente, parties 1 et 2, Preprints, Orsay, 1975

[25] Poenaru V., Singularités C^{∞} en présence de Symétrie, Lecture Notes in Mathematics, Berlin, New-York, Springer, 1976

[26] Poston T., Stewart I., Catastrophe Theory and its Applications, Pitman, London, 1978.

[27] Stewart I., Catastrophe Theory, IEEE Trans. on Circuits and Systems,
Vol. CAS30, number 8, August 1983

[28] Thom René, Stabilité Structurelle et Morphogénèse, New-York, Benjamin Adison Wesley, 1972

[29] Thom René, Structural Stability and Morphogenesis, New-York, Benjamin Adison Wesley, 1975

[30] Udrişte C., Tănăsescu E., Maxime şi minime ale funcţiilor reale de variabile reale, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1981

[31] Şerbănescu, Al., Popoviciu N., Asupra teoriei catastrofelor şi a aplicaţiior sale, Revista ATM, an IV, nr.1, 1994

[32] Popoviciu N., Aplicarea algoritmului mulţimii bifurcaţie la studiul catastrofelor elementare, Revista ATM, an VI, nr.2, 1996
[33] Şerbănescu Al., Comportări haotice ale sistemelor dinamice (electrice) neliniare, Revista ATM , an V, nr.2, 1995
[34] Şerbănescu Al., Cheregi R., Fractali în prelucrarea semnalelor, Revista ATM, an V, nr. 2, 1995
[35] Şerbănescu Al., Raport de cercetare la tema „Aplicaţii ale teoriei haosului în domeniul militar", M.Ap.N. - DIA, A.T.M., Bucureşti, 1996
[36] Şerbănescu Al., Sistemes et Signaux face au chaos, cap. 5 în Electronique, Physique et signal pour les telecommunication, Mateescu, Ad., Gimenes, C. (Eds.), Editura Tehnică, Bucureşti, 1997
[37] Şerbănescu Al., Ciotarnae P., Iterative aspects in nonlinear dynamic systems with chaotic behavioural, Proc. of Intern. Conf. of West University, Timişoara, May, 19-21, 1997
[38] Şerbănescu Al., Why Digital Communications using Chaos, AFCEA Symp., Bucureşti, 1998
[39] Şerbănescu Al., Noi tehnologii pentru comunicaţii, Simpozion AFCEA, Bucureşti, România, 2000
[40] Curtu R., Introducere în teoria sistemelor dinamice, Ed. INFOMARKET, Braşov, 2000
[41] Ott E., Chaos in Dynamical Systems, Cambridge University Press, U.K., 2002
[42] Huertas J.L., Wai-Kai Chen, Madan R.N., Visions of Nonlinear Science in the 21st century, Word Scientific Publishing Co., Singapore, 1999
[43] Ungureanu L., Elemente de dinamică economică, Editura Universităţii din Piteşti, 2000
[44] Feely Orla, Nonlinear Dynamics of Discrete Time Electronic Systems, CAS Society Newsletter, vol.11, no.1, 2000
[45] Parker T. S., Chua L. O., Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems, Springer-Verlag, New York, 1989

ACADEMIA DE STUDII ECONOMICE

ABORDĂRI MANAGERIALE ALE CRIZELOR PORNIND DE LA ELEMENTE ECONOMICE ŞI POLITICI DE RISC

Studiu realizat de un colectiv coordonat de profesor dr. Stelian STANCU din Academia de Studii Economice în cadrul etapei I, 2006, a proiectului CEEX, Modulul I, intitulat ***SECURITATEA SISTEMELOR ŞI ACŢIUNILOR MILITARE ŞI CIVIL-MILITARE ÎN GESTIONAREA CRIZELOR ŞI CONFLICTELOR ARMATE***

AUTORI

Prof. dr. Stelian STANCU, coordonator
Prof. dr. Silviu NEGUŢ
Prof. dr. Tudorel ANDREI
Conf. dr. Andreea IACOB
Lect. dr. Daniela MARINESCU
Lect. dr. Liviu VLAD
Lect. dr. Ana-Maria CIOBANU
Asist. drd. Ana-Maria ALDEA
Asist. drd. Daniel Traian PELE
Asist. Drd. Corina SBUGHEA
Cst. drd. Marilena STANCU
Prep. drd. Mioara BĂNCESCU

CAPITOLUL 1
ABORDĂRI MANAGERIALE ALE CRIZELOR, PORNIND DE LA ELEMENTE ECONOMICE ŞI POLITICE DE RISC

1.1. Semnificaţia economică a termenului de management al riscului

Termenul de management al riscului este unul relativ nou, domeniul de activitate fiind recunoscut abia prin anii 1929, 1930, când conceptul de management al riscului şi termenii de referinţă asociaţi au fost definiţi pentru prima dată.

Să fi avut oare ceva de a face cu profunda criză economică ce a cuprins toate economiile în acea perioadă? Nu credem că necesitatea dezvoltării acestei ramuri de management a fost direct influenţată de crizele economice ale anilor '30.

Abia atunci, majoritatea celor care şi-au văzut afacerile decimate sau pornite pe calea dezastrului, au început să caute căi de diminuare a pierderilor. Cu toate că acea catastrofă economică a reuşit să modifice harta economică a lumii, în urma ei a lăsat oameni pe gânduri şi a născut o nouă metodă de a negocia cu şi pentru recuperarea pagubelor neaşteptate.

În căutarea unei atmosfere de relaxare şi linişte economică, s-a născut şi s-a dezvoltat managementul riscului ca ştiinţă nouă, menită pentru început să elibereze gândirea agentului economic de teroarea unei pierderi iminente. Deci, putem spune că necesitatea câmpului de activitate a luat naştere din nevoia de a avea funcţionalitate exclusiv economică, cu o singură grijă, şi anume profitul.

În acest scop, mai toate societăţile comerciale şi-au angajat consultanţi de risc, sau au înfiinţat, după caz, departamente de management al riscului. Până şi astăzi, cuvântul risc provoacă fiori şi nu ne putem abţine să nu zâmbim când vedem că marile antreprize economice aşază acest capitol sub jurisdicţia departamentelor de resurse umane sau de marketing.

La urma urmei…trebuie să avem o atitudine pozitivă relativ la afacere şi la derularea ei, iar elementele de risc ne pot deturna gândirea „pozitivă" de la activităţile de zi ci zi. Zâmbim cu condescendenţă şi recunoaştem această deficienţă, dar, pe de altă parte, ne poziţionăm în afara riscurilor neacoperite. Cu referire la România, trebuie să facem observaţia că managementul asigurărilor, nu prea există…despre cel a riscurilor nici nu

poate fi vorba în comparaţie cu alte ţări vest-europene, deci, măsurând factorii de risc ai teritoriului ca şi ai mediului de afaceri, găsim lacune serioase în gândirea contemporanilor noştri, pe care noi îi considerăm că vor trebui să se aşeze şi ei în rândul afaceriştilor străini de anvergură. De asemenea, considerăm că economia românească a ajuns la un plafon suficient de înalt şi la o stabilitate relativ solidă, astfel încât pierderile datorate crizelor să poată da naştere unor traume sociale de proporţii.

1.2. Acţiuni de management al crizei sub protecţia Naţiunilor Unite

De-a lungul întregii sale evoluţii, omenirea a fost şi este marcată la o scară spaţială sau temporală mai mică sau mai mare, de anumite trăsături, încordări, acumulări de contradicţii dereglatoare, care s-au manifestat în toate domeniile vieţii sociale. În mod convenţional, aceste acumulări de contradicţii poartă denumirea de „criză" sau „situaţie de criză", noţiuni care pot fi asociate diverselor domenii ale vieţii sociale.

În „Dicţionarul explicativ al limbii române" noţiunea de criză este definită ca o „manifestare ascuţită a unor neconcordanţe sau contradicţii (economice, politice, sociale etc.); perioadă de tensiune, de tulburare, de încercări (adesea decisive) în care se manifestă acut neconcordanţele sau contradicţiile"[1].

Ne vom opri doar la conceptul de criză care se referă la domeniul politico-militar, a cărei manifestare poate afecta grav valorile dreptului internaţional, pacea şi securitatea ţărilor şi popoarelor, cooperarea între state şi relaţiile acestora de natură economico-socială, la nivel regional, continental sau mondial. Din această perspectivă, noţiunea de criză reprezintă un „moment critic care intervine în evoluţia vieţii internaţionale, a raporturilor dintre state, a unui sistem, regim sau guvern. Asemenea momente, fie că este vorba de viaţa internă a unui stat sau de cea internaţională, se caracterizează prin ascuţirea contradicţiilor, apariţia unor fenomene de încordare, schimbări în raportul de forţe"[2], noţiunii de „criză" îi putem asocia termeni ca „situaţie de criză" sau „stare de criză", ambii având acelaşi înţeles.

[1] **Dicţionarul explicativ al limbii române**, Bucureşti, 1975, p.211.
[2] **Dicţionarul diplomatic**, Bucureşti, Editura Politică, 1979, pp.315-316.

1.2.1. Metode de gestionarea crizelor

Comunitatea umană a înţeles necesitatea unirii eforturilor şi a preocupărilor în scopul stingerii stărilor conflictuale, căutând să găsească, în acest sens, în funcţie de împrejurări, modalităţi şi instituţii mai mult sau mai puţin eficiente. Pe măsura evoluţiei societăţii, omenirea a sesizat că doar acţiunea concertată de stingere a conflictelor nu mai este suficientă, fiind necesară şi o activitate preventivă, cu atât mai mult, cu cât în zilele noastre consecinţele unui conflict local sau regional pot fi dezastruoase pentru întreaga lume. De aceea, atenţia forurilor internaţionale, a factorilor politici din fiecare ţară se îndreaptă tot mai mult spre ceea ce poate genera conflicte, spre evenimente ori procese care pot da naştere unor noi contradicţii periculoase.

Având cauze obiective sau subiective, situaţiile de criză nu pot fi lăsate să se rezolve de la sine. Diminuarea sau înlăturarea crizelor nu se poate face decât prin intervenţia factorului conştient, subiectiv, prin voinţă şi acţiunea dirijată a oamenilor. Această acţiune se realizează fie prin instituţiile politice, juridice, economice, militare etc. existente anterior în fiecare ţară sau pe plan internaţional, fie prin relaţii, organizaţii sau instituţii special create pentru rezolvarea unei anumite situaţii de criză (un exemplu tipic în acest sens fiind forţele ONU pentru menţinerea păcii, aşa-zisele „căşti albastre“ care acţionează în diverse puncte „fierbinţi“ ale lumii).

În ultimul timp, au apărut tot mai mult în literatura de specialitate concepte ca „gestionarea crizelor“ sau „managementul crizelor“, care sugerează o abordare mai complexă a situaţiilor ce pot genera conflicte şi a modalităţilor de soluţionare a lor.

Gestionarea (managementul) crizelor este o acţiune de o mare complexitate, concretizată, dirijată şi susţinută pe multiple planuri (politic, diplomatic, economic, militar etc.) pentru diminuarea tensiunilor generatoare de criză într-o ţară sau într-un grup de ţări, pentru limitarea şi menţinerea sub control a efectelor negative.

Această acţiune presupune, în primul rând, cunoaşterea aprofundată a cauzelor care pot genera sau generează contradicţii şi tensiuni, a factorilor favorizanţi ori defavorizanţi ai contradicţiilor respective.

Cunoaşterea cauzelor situaţiilor de criză trebuie să cuprindă toate for-mele de manifestare a acestora, analizându-se imparţial şi apreciindu-se cât mai exact, fără prejudecăţi ori sentimente, ponderea fiecărui tip de contradicţie (economică, politică, juridică, etnică, religioasă etc.) în cadrul situaţiei respective. Analiza nu poate fi însă completă dacă nu se distinge clar interferenţa atât a intereselor statelor sau comunităţilor (forţelor) direct implicate, ori situate în zona geografică a situaţiei de criză, cât şi a celor

care se manifestă în această zonă şi aparţin altor puteri, state ori grupări de state, comunităţi, organizaţii, instituţii internaţionale sau naţionale ori forţe de orice fel.

Adesea, interesele exterioare pot fi precumpănitoare faţă de cele ale părţilor aflate în conflict şi pot acutiza criza chiar în condiţiile în care părţile direct implicate nu ar dori aceasta. Ţesătura complexă de interese din zona de criză trebuie privită în dinamismul ei, întrucât orice eveniment poate modifica amplitudinea ori sensul intereselor, ceea ce poate duce la schimbări dramatice care, la rândul lor, pot determina activarea altor focare de tensiune, deci, crearea altor situaţii de criză. În aceste cazuri, gestionarea situaţiilor de criză trebuie să prevină crearea unor stări conflictuale, să găsească şi să folosească acele pârghii care să ducă la eliminarea sau atenuarea focarelor fără a genera altele.

Noul context geostrategic european şi mondial, care a determinat o evoluţie rapidă şi contradictorie a situaţiei politico-economice şi militare, marcată de căderea „cortinei de fier“ care împărţea Europa în două sisteme social-politice şi militare opuse, impune perfecţionarea modalităţilor de gestionare a stărilor de criză. Înlăturarea vechilor contradicţii generate de polaritatea politico-militară a Europei a reactualizat şi acutizat contradicţii mai vechi, care au existat în stare latentă, îndeosebi de natură etnică, economică, religioasă etc.

În sensul celor menţionate, apreciem că situaţia de criză se poate manifesta ca o succesiune de etape în care se disting: a) diferendul; b) starea de tensiune [care parcurge la rândul ei mai multe momente, în funcţie de gradul de ascuţire a contradicţiilor care apar în diversele domenii ale socialului (politic, diplomatic, economic, informaţional cultural, militar), fără a se ajunge încă la lupta armată]; c) conflictul armat sau lupta armată.

Gestionarea (managementul) situaţiilor de criză presupune activitatea de stingere a acestora prin forme şi mijloace de acţiune specifice fiecărei etape.

1.2.2. Diferendul ca moment distinct al crizei

Acest fenomen apare frecvent în relaţiile internaţionale şi îşi are, adesea, originile în trecutul istoric, dar poate apărea şi ca urmare a evoluţiei situaţiei la un moment dat. Apariţia diferendelor nu reprezintă un fenomen negativ în sine. Negativă este nesoluţionarea lor sau încercarea de a le rezolva pe căi care atrag după sine alte diferende şi mai mari, soluţia care complică cel mai mult situaţia fiind aceea a recurgerii la forţă.

În mod obiectiv, în drumul ei spre progres şi civilizaţie, omenirea este confruntată cu multiple probleme, din ce în ce mai complexe, a căror

soluţionare reclamă participarea tuturor statelor; adesea, abordările şi punctele lor de vedere cu privire la aceste probleme sunt diferite, uneori diametral opuse. În general, intensificarea interacţiunilor dintre state conduce în mod inevitabil la sporirea diferendelor internaţionale. Acolo unde relaţiile sunt mai intense şi mai complexe, posibilitatea ivirii diferendelor este mai mare[1] .

Cronicizarea şi agravarea diferendelor sunt determinate de o serie de factori, dintre care amintim: accentuarea tendinţelor de reîmpărţire a lumii în zone de influenţă, de întărire a dominaţiei în diverse părţi ale globului; intensificarea fără precedent a cursei înarmărilor, îndeosebi în plan calitativ; tendinţele de negare a unor tratate de pace, revanşismul şi revizionismul manifestate de unele state sau grupuri de state, recrudescenţa extremismului naţionalist, religios, rasist sau xenofob etc. Războiul nu a putut şi nu poate soluţiona problemele dintre diferite state într-un mod real şi trainic. Numai printr-o politică reală de pace, de înţelegere se poate ajunge la soluţionarea problemelor, oricât de complicate ar fi acestea. În mod practic, nu există diferende, probleme litigioase sau situaţii conflictuale, oricât de divergente ar fi, care să nu poată fi soluţionate pe căi politice, prin negocieri. Oricât de dificile sau de îndelungate ar fi tratativele, ele sunt de preferat soluţiilor militare.

Pornind de la aceste realităţi, România acţionează consecvent pentru reglementarea pe cale paşnică a diferendelor, pentru renunţarea la folosirea forţei, la confruntările militare.

1.2.3. Cerinţe şi etape ale gestionării stărilor de criză

Gestionarea situaţiilor de criză, deşi presupune ca o condiţie necesară aşezarea părţilor aflate în litigiu la masa tratativelor, face ca numai această activitate să nu fie şi suficientă. Părţile trebuie să manifeste şi voinţa politică necesară, pornindu-se de la obligativitatea respectării intereselor legitime ale fiecăreia dintre ele. Participarea la masa tratativelor nu constituie o renunţare sau o abdicare de la principiile esenţiale ale unui stat, ci tocmai premisa înţelegerii realităţilor existente.

O altă condiţie de realizare a gestionării situaţiilor de criză o constituie menţinerea permanentă a dialogului şi a canalelor de comunicare politică între state, precum şi a acelor organisme care pot contribui eficient la atenuarea şi soluţionarea crizelor, indiferent de deosebirile de vederi dintre părţi şi de gradul de acutizare a crizei. Ruperea relaţiilor diplomatice

[1] Traian CHEBELEU, **Reglementarea paşnică a diferendelor internaţionale**, Bucureşti, Editura Politică, 1984, pg.6.

dintre state ori măsurile arbitrare de excludere a unor ţări din unele organizaţii internaţionale nu pot contribui la soluţionarea situaţiilor de criză, ci, dimpotrivă, reprezintă un factor de agravare artificială a acestora.

De asemenea, este necesar ca orice stare de criză, indiferent de amploarea sau localizarea ei, să nu fie privită cu indiferenţă de niciun guvern, de niciun stat. Pacea lumii are un caracter indivizibil şi orice stare conflictuală, netratată cu atenţia cuvenită de către comunitatea internaţională, poate evolua într-un sens periculos, aducând prejudicii grave omenirii.

Gestionarea situaţiilor de criză trebuie privită ca un proces complex care conţine, în funcţie de evoluţia crizei, etape şi acţiuni distincte, cum ar fi:

- studierea de către organismele specializate, naţionale sau internaţionale, a contradicţiilor existente în interiorul statelor sau între acestea, ori a celor care ar putea apărea şi care ar putea degenera în stări conflictuale grave;
- urmărirea atentă şi permanentă a evoluţiei stărilor de criză, găsirea mijloacelor şi modalităţilor potrivite de contracarare a tendinţelor negative, în conformitate cu principiile dreptului internaţional;
- condamnarea şi dezaprobarea hotărâtă, în plan politico-diplomatic, a oricăror acte de violenţă;
- acţiunile politice, diplomatice, economice şi de altă natură pentru descurajarea escaladării manifestărilor violente, supunerea spre dezbate-re şi soluţionare a stărilor conflictuale organismelor internaţionale abilitate în acest sens (ONU, OSCE, alte organisme şi organizaţii);
- acţiunea concertată pentru oprirea manifestărilor violente, atunci când acestea iau un curs periculos, reconcilierea tuturor forţelor politice şi sociale implicate, aşezarea lor la masa tratativelor;
- rezolvarea pe calea tratativelor a diferendelor;
- urmărirea modului de îndeplinire a hotărârilor luate de către forurile internaţionale abilitate în gestionarea respectivelor situaţii de criză.

Consacrarea juridică a reglementării paşnice a diferendelor ca principiu fundamental este realizată de Carta Organizaţiei Naţiunilor Unite în care, în articolul 2, se arată că „toţi membrii organizaţiei vor rezolva diferendele lor internaţionale prin mijloace paşnice, în aşa fel, încât pacea şi securitatea internaţională, precum şi justiţia să nu fie puse în primejdie“[1] .

Carta dedică, de asemenea, un capitol distinct (capitolul VI) reglementării paşnice a diferendelor, stabilind obligaţia părţilor la orice diferend, a cărei prelungire ar putea pune în primejdie menţinerea păcii şi

[1] **Carta ONU**, art.2, alin.3

securităţii internaţionale, de „a căuta să-l rezolve, înainte de toate, prin tratative, anchetă, mediere, conciliere, arbitraj, pe cale judiciară prin recurgerea la organizaţii sau acorduri regionale sau prin alte mijloace paşnice, la alegerea lor“[1] . Acelaşi document a stabilit şi competenţele Adunării Generale şi ale Consiliului de Securitate, împreună cu modalităţile de sesizare a acestora, cu situaţii şi diferende internaţionale[2] . Carta ONU a instituit, totodată, Curtea Internaţională de Justiţie, ca „organ principal al Naţiunilor Unite“[3] .

Astfel în practica ONU a intrat, ca modalitate principală de intervenţie, mandatarea unor state membre sau organizaţii politice şi politico-militare pentru a trece la acţiune nemijlocită sub coordonarea politică a Secretarului General al ONU. Spre exemplu, pentru reinstaurarea ordinii constituţionale şi refacerea instituţiilor democratice ale statului Haiti, prin rezoluţia Consiliului de Securitate al ONU, a fost mandatat un singur stat – Statele Unite – să pună în aplicare operaţiunea „Restore Hope“.

De regulă, din cauza costurilor imense pe care în epoca contemporană le presupune o intervenţie în diferite conflicte militare sau de altă natură, organizaţia mondială apelează la cele internaţionale, regionale sau la alianţe politico-militare care sunt disponibile să contribuie în acest fel la gestionarea crizelor şi la întărirea securităţii şi a păcii în lume. Naţiunile Unite, ca unică organizaţie mondială, şi-au întocmit în acest sens o doctrină în care sunt prevăzute principiile şi reglementările generale privitoare la modalităţile de intervenţie în diversele conflicte militare actuale, având la bază capitolele VI (rezolvarea paşnică a diferendelor) şi VII (intervenţia în caz de ameninţare a păcii, de ruptură a păcii sau de agresiune) din Carta ONU (Anexa nr.1).

Dacă până la începutul deceniului de sfârşit de secol XX, operaţiile sub egida ONU s-au desfăşurat cu o eficienţă destul de scăzută, având la bază numai capitolul VI din Cartă, în noua concepţie şi în intervenţiile care au avut loc s-au aplicat modalităţi ce au presupus inclusiv autorizarea folosirii forţei ca în cazul operaţiilor „Desert Shield“ şi „Desert Storm“, prin punerea în aplicare a articolului 43 din Cartă în virtutea căruia unii membri ai ONU se obligă să pună la dispoziţia Consiliului de Securitate forţele armate necesare la cererea sa şi pe baza unor acorduri speciale.

În acest mod, ONU a trecut de la tradiţionalul concept „Peace Keeping“ (menţinerea păcii), la noul concept „Peace Support Operations“ (Operaţii multinaţionale în sprijinul păcii), ca o nouă modalitate de acţiune,

[1] Ibidem, art.33, alin.1
[2] Ibidem, art.33-38
[3] Ibidem, art.92

menită să asigure securitatea colectivă în baza capitolului VIII al Cartei „ce recunoaşte dreptul organizaţiilor internaţionale regionale de a acţiona pentru asigurarea păcii şi securităţii zonale în acord cu principiile organizaţiei mondiale“. În acelaşi mod OSCE, ca singura organizaţie regională credibilă, este autorizată să gestioneze intervenţia în conflictele militare, având în NATO o alianţă politico-militară cu posibilităţi reale de a constitui suportul forţei necesare oricărei intervenţii.

În acest sens, NATO a elaborat o doctrină specială în care sunt reglementate principiile şi modalităţile de intervenţie în conflictele militare sub „umbrela“ ONU şi OSCE, cuprinzând procedee-le de acţiune atât fără folosirea forţei armate, cât şi cu folosirea ei. În acest context, s-au stabilit o serie de tipuri de operaţii, care înglobează diversele modalităţi de intervenţie prin care se desfăşoară operaţiile în sprijinul păcii pe fondul unei crize (pace, diferend, conflict, conflict-armat, postconflict, pace).

Intervenţia pentru prevenirea conflictului se face în baza capitolului IV al Cartei. Aici sunt prevăzute unele activităţi din domeniul diplomaţiei preventive, iar mijloacele militare sunt concentrate pe sprijinul pe care-l pot acorda activităţilor diplomatice şi politice prin misiuni de observare şi de monitorizare a disputei şi prin inspectarea capacităţilor militare ale celor aflaţi în conflict.

De subliniat că prevenirea conflictului nu poate fi niciodată garantată. Exemplu: misiunea de observatori din sudul Libanului şi înălţimile Golan.

Restabilirea păcii este modalitatea de intervenţie după începerea conflictului, care se execută în conformitate cu capitolul VI din Carta ONU. Acţiunile stipulate în acest document necesită uneori şi folosirea forţei militare sau a altor mijloace coercitive pentru realizarea unei zone demilitarizate între părţi, monitorizarea dezarmării, inspectarea liniilor de demarcaţie. În acest sens, putem aminti misiunile UNPROFOR şi IFOR din Bosnia-Herţegovina, unde s-a realizat linia de demarcaţie interetnică.

Menţinerea păcii constituie intervenţia militară pentru limitarea, modelarea şi/sau încetarea ostilităţilor între state sau în cadrul unor state, prin intervenţia unei a 3-a părţi imparţiale, organizate şi conduse internaţional, folosind forţe militare şi civili pentru a ajuta procesul politic de soluţionare a conflictelor şi de restabilire a păcii (Viziune NATO – „Raportul Atena“[1]).

Operaţiunea UNFCYP – pentru asigurarea liniei de demarcaţie (linia „Verde“) între comunităţile cipriotă, turcă şi greacă în Insula Cipru.

[1] „Raportul Atena“ – document întocmit la întrunirea care a avut loc la Atena între miniştrii de externe ai ţărilor membre ale NATO (februarie 1994)

Asemenea intervenţii au implicat în mod tradiţional desfăşurarea unei forţe de menţinere a păcii în teren cu consimţământul părţilor aliate în conflict, incluzând supervizarea liniilor de demarcaţie, monitorizarea încetării focului şi controlul zonelor tampon, dezarmarea şi demobilizarea fracţiunilor luptătoare şi supervizarea frontierelor. Trebuie să subliniem faptul că în ultimii ani ONU a lărgit în mod semnificativ tipul de operaţiuni militare desfăşurate sub denumirea generică „menţinerea păcii“ pentru a include, de exemplu, intervenţii pentru protecţia ajutorului umanitar sau operaţii pentru protecţia refugiaţilor şi a persoanelor strămutate.

Impunerea păcii reprezintă intervenţia ce presupune operaţii militare (incluzând posibile acţiuni de luptă) în sprijinul eforturilor diplomatice pentru restabilirea păcii între beligeranţi. Acest gen de acţiune se face în baza capitolului VII al Cartei ONU, art. 53, unde se stipulează dreptul Consiliului de Securitate de a mandata organizaţia sau agenţii regionale pentru acţiuni în forţă.

Cel mai elocvent exemplu îl constituie, în acest sens, Războiul din Golf, intervenţia coaliţiei antiirakiene condusă de SUA.

Construcţia păcii este o modalitate de intervenţie postconflict ce se execută în baza capitolului VI al Cartei ONU şi presupune acţiuni de asistenţă în controlul retragerii forţelor pe linia de demarcaţie, revenirea la frontierele recunoscute internaţional, controlul schimbului de prizonieri, refacerea infrastructurii civile, realizarea noilor structuri politice, refacerea şi restabilirea administraţiei civile, controlul dislocării şi demobilizării forţelor (exemplu – operaţia din Cambodgia).

Toate aceste acţiuni se pot constitui în acelaşi timp şi în modalităţi de intervenţie, ele putând fi desfăşurate ca tipuri de operaţii de sine stătătoare sau ca etape ale aceleiaşi operaţii în sprijinul păcii. De aceea, ele pot să facă parte din „operaţiile speciale, altele decât războiul“ şi constituie, în acelaşi timp, modalităţi de intervenţie în conflictele militare moderne, reprezentând un element operaţional important al ONU (OSCE) de prevenire a conflictelor şi de supraveghere a crizelor, în contextul fizionomiei procesului politic de soluţionare a diferendelor din interiorul statelor sau dintre acestea, contribuind astfel la menţinerea păcii şi a stabilităţii în lume.

Participarea statelor la operaţiile multinaţionale în sprijinul păcii este determinată de amploarea actuală a situaţiilor conflictuale, de mutaţiile produse în conflictualitatea contemporană şi va rămâne, cu siguranţă, şi în viitor o modalitate principală şi eficientă de gestionare a crizelor. Pentru o bună bucată de vreme, operaţiile în sprijinul păcii, ca modalitate de intervenţie în conflictele militare, vor rămâne în acelaşi timp o misiune de prim rang a organizaţiilor internaţionale, a guvernelor şi a forţelor armate din toate statele.

Este de la sine înţeles că România, ca membră a comunităţii internaţionale, nu face excepţie de la aceste preocupări, autorităţile publice româneşti – politicienii, diplomaţii şi militarii – s-au preocupat tot mai mult pentru a-şi aduce contribuţia la asigurarea participării şi desfăşurării acţiunilor destinate pentru menţinerea securităţii şi a păcii la nivel zonal, continental, precum şi la pregătirea şi funcţionarea forţelor care asigură pacea. Acest lucru este posibil cu atât mai mult, cu cât ţara noastră este situată la intersecţia unor zone fierbinţi care au un mare potenţial conflictual de diverse tipuri. Participarea României la operaţiile multinaţionale pentru pace trebuie privită, în primul rând, ca o problemă care ţine de promovarea propriilor interese naţionale, având în vedere că, în actuala arhitectură de securitate, nu poţi să aspiri la garanţii de securitate fără a lua parte activ la crearea acesteia. Conform acestor aspiraţii, România îşi asumă în mod liber şi responsabil îndatorirea şi dreptul de a acţiona în cadrul eforturilor internaţionale.

Angajamentele asumate de către ţara noastră, pe linia Parteneriatului pentru Pace, se transpun în rolul activ jucat pe plan regional şi internaţional în domeniu, prin participarea la toate operaţiile desfăşurate în ultimii ani, situând ţara noastră pe poziţia unui factor de stabilitate şi de securitate în regiune şi pe continent.

1.3. Principiile de gestionare a situaţiilor de criză

Fizionomia probabilă a riscurilor şi ameninţărilor contemporane conduce la necesitatea realizării unei capacităţi de reacţie la nivel naţional, reacţie care să fie rezultanta acţiunilor unui sistem coerent format din componente ale autorităţilor publice şi ale altor instituţii neguvernamentale. Acest sistem trebuie constituit pornind de la principii ale teoriei organizării, particularizate în funcţie de specificul acţional al fiecărui participant şi „modulate” astfel încât să asigure compatibilizarea procesului decizional al Alianţei cu cele specifice, naţionale şi cadrul acţional necesar în situaţii de criză.

Conceptul „securitate naţională”[1] necesită extinderea sferei sale către valorile şi interesele care aparţin Alianţei Nord-Atlantice şi, în curând, Uniunii Europene. În acest context apare necesitatea de a defini situaţiile de

[1] Faptul de a fi la adăpost de orice pericol; sentiment de încredere şi de linişte pe care îl dă cuiva absenţa oricărui pericol; protecţie, apărare; Securitate colectivă = stare a relaţiilor dintre state, creată prin luarea pe cale de tratat a unor măsuri de apărare comună împotriva unei agresiuni. (*Dicţionarul explicativ al limbii române*, Academia Română, Institutul de Lingvistică "Iorgu Iordan", Editura Univers Enciclopedic, 1998).

natură să aducă atingere acestor valori şi interese, ca situaţii de criză pentru organizaţie şi, implicit, pentru fiecare dintre componenţii ei.

Abordarea unei asemenea situaţii este făcută de către Alianţă, ca expresie a integralităţii şi coeziunii acesteia, dar se constituie dintr-o serie de reacţii „elementare" conforme cu interesele fiecărei ţări.

Structura unui sistem de răspuns la situaţii de criză cuprinde, la o primă analiză, două paliere: cel al Alianţei şi cel naţional. Interconectarea lor se realizează prin reprezentanţii României la NATO (primul-ministru, miniştrii afacerilor externe şi apărării, reprezentantul permanent în Consiliul Nord-Atlantic, şeful S.M.G., reprezentantul în Comitetul Militar).

Palierul naţional este extrem de important conform criteriului responsabilitate:

- analiza şi evaluarea situaţiei din perspectivă naţională;
- compararea rezultatelor analizei naţionale cu orientările Alianţei şi identificarea soluţiilor de armonizare;
- prognoza evoluţiilor şi consecinţelor;
- elaborarea deciziei naţionale privind angajarea în cadrul Alianţei;
- stabilirea cadrului naţional pentru operaţionalizarea şi angajarea resurselor implicate;
- iniţierea demersului legislativ, pentru situaţiile neprevăzute anterior.

Aceste responsabilităţi pot fi atribuite unui sistem naţional, abilitat prin lege, care asigură interconectarea factorilor decizionali din compunerea ministerelor şi instituţiilor neguvernamentale implicate în procesul gestionării situaţiilor de criză.

În structura sa este necesară prezenţa tuturor instituţiilor sinergice din punct de vedere al procesului de gestionare a crizelor, componenţa, interacţiunile şi acţiunile sale necesitând corelaţie cu situaţia concretă, pentru oportunitatea şi completitudinea analizei şi procesului decizional.

Principiile care ar trebui să fundamenteze existenţa şi activitatea unui sistem naţional de gestionare a situaţiilor de criză sunt enumerate în continuare.

- *unitatea conducerii* presupune stabilirea factorilor decidenţi şi a nivelului deciziei pentru fiecare, astfel încât procesului managerial să i se asigure integralitate. Secvenţierea excesivă a acestui proces, prin interpunerea unui număr prea mare de niveluri decizionale, obligă la extinderea sa prin interfeţe ale căror număr şi funcţii conduc la diminuarea oportunităţii reacţiei. Alt aspect legat de procesul de conducere al acestui sistem este cel al capacităţii de aplicare în practică a deciziei şi este determinat de posibilitatea de a declanşa imediat reacţia dorită în cadrul instituţiei care este reprezentată.

- *reprezentativitatea instituţională* este principiul pe baza căruia se realizează o structură complexă în care pot fi cuprinşi toţi factorii de influenţă ai deciziei şi acţiunii. Aplicarea acestuia trebuie corelată cu organizarea ierarhică a sistemului şi cu un stil de lucru bazat pe consultare, care asigură realizarea unităţii conducerii prin elaborarea unor elemente conceptuale unice şi difuzarea lor la toate instituţiile, astfel încât elemente ale planificării acţiunii de răspuns să se poată derula simultan cu procesul decizional derulat în cadrul acestui organism.

- *ierarhia structurii* presupune stabilirea palierelor necesare pentru îndeplinirea funcţiilor managementului şi a legăturilor informaţionale verticale şi orizontale şi diminuarea redundanţei, fără a afecta procesul de comunicare.

- *flexibilitatea structurii* asigură adaptabilitatea acesteia la situaţiile particulare ale crizei. Configuraţia la un anumit moment (o anumită formă de manifestare a crizei) trebuie să asigure cadrul pentru ca instituţia ce deţine pondere în răspuns să beneficieze de prioritate în procesele informaţional şi decizional. Celelalte instituţii vor deţine poziţii de sprijin, implicarea lor în procesul de management fiind proporţională cu intensitatea activităţilor specifice de răspuns.

- *consultarea şi consensul* sunt necesare datorită mediului decizional eterogen care necesită o modalitate de transfer a cunoştinţelor specifice. Aplicarea sa creează premisele conştientizării situaţiilor în domeniile de influenţă şi asigură optimizarea soluţiilor.

- *cooperarea* asigură sincronizarea acţiunilor participanţilor pe timpul activităţilor comune. Pentru aplicarea acestui principiu sunt necesare proceduri de operare standard care să acopere situaţii ce necesită eventuale decizii de nivel tactic, astfel încât timpul necesar pentru soluţionarea lor să nu afecteze timpul global. Cooperarea între instituţiile implicate are menirea de a facilita acţiunile tactice, care nu necesită reglementare detaliată la nivelurile decizionale superioare.

- c*ontrolul şi autorizarea deciziei la nivelul autorităţilor publice,* potrivit statutului lor, au menirea de a asigura legitimitatea acţiunii de răspuns. Parlamentul României şi preşedintele statului sunt autorităţile publice care decid validarea unor soluţii propuse, soluţii care sunt argumentate tehnic de instituţiile participante la procesul decizional, dar care creează implicaţii strategice.

Sistemul naţional de gestionare a situaţiilor de criză reprezintă o componentă a sistemului NATO de răspuns la crize şi trebuie să realizeze funcţia de diseminare a informaţiilor la cei implicaţi în proces şi funcţia de integrare a acţiunilor acestora în răspunsul României. Funcţionalitatea sa

este determinată nu doar de elementele conceptuale arătate mai sus ci şi de infrastructura asigurată şi de încadrarea cu personal.

Infrastructura pusă la dispoziţia sistemului naţional de gestionare a situaţiilor de criză trebuie să asigure realizarea fluxurilor informaţionale necesare, ţinând cont că fluxul informaţional descendent iniţiat de NATO trebuie multiplicat conform nevoilor utilizatorilor naţionali şi că procesele naţionale de analiză şi decizional necesită iniţierea altor fluxuri informaţionale orizontale şi verticale. De asemenea, informaţiile de stare din acest sistem trebuie să parvină oportun autorităţilor naţionale, atunci când situaţia impune. Arhitectura informaţională pe care se bazează funcţionarea sistemului naţional de gestionare a situaţiilor de criză necesită ca la dispoziţia sa să existe o locaţie permanentă care să fie interconectată cu toate elementele componente. Această locaţie trebuie să asigure lucrul unui centru operativ de criză, ca instrument pentru evaluarea situaţiilor, diseminarea informaţiilor şi integrarea acţiunilor ministerelor şi celorlalte instituţii publice implicate.

Încadrarea cu personal este un alt aspect important. Pornind de la principiul reprezentativităţii, în acest sistem ar trebui incluşi, cel puţin, reprezentanţii următoarelor instituţii:

- Ministerul Afacerilor Externe;
- Ministerul Administraţiei şi Internelor;
- Ministerul Apărării;
- Ministerul Economiei şi Comerţului;
- Ministerul Sănătăţii;
- Ministerul Transporturilor, Construcţiilor şi Turismului;
- Serviciul de Informaţii Externe;
- Serviciul Român de Informaţii[1].

În figura 1. este prezentată, schematic, o variantă structurală a sistemului naţional de gestionare a situaţiilor de criză.

Este necesar ca personalul care încadrează compartimentele sistemului naţional de gestionare a situaţiilor de criză să fie compatibilizat prin executarea unor exerciţii cu o frecvenţă determinată de factorii care influenţează schimbările instituţiilor componente.

O extensie necesară o reprezintă centrul operativ de criză – element al sistemului de comandă – control pentru situaţii de criză. Activităţile de aici necesită aplicarea unor elemente ale proceselor manageriale derulate la nivelurile NATO şi naţional. Centrul operativ de criză reprezintă interfaţa care asigură compatibilizarea acestor procese manageriale simultan cu

[1] Pentru SIE şi SRI trebuie reglementate raporturile juridice deoarece nu sunt în subordinea primului-ministru.

asigurarea sprijinului autorităţilor publice naţionale care adoptă şi aplică deciziile. Subsistemul de execuţie este format din ministere şi alte instituţii guvernamentale sau neguvernamentale, care, conform situaţiei şi ipotezelor de planificare, participă la acţiunile stabilite.

În concluzie, tipologia acţiunilor la care sistemul militar este chemat să participe precum şi modalitatea de abordare a răspunsurilor de tip militar în cadrul Alianţei determină necesitatea unei reconfigurări, pe plan naţional, a structurii care participă la acţiunile de gestionare şi răspuns în situaţii de criză. Această structură trebuie să realizeze cerinţa de compatibilitate cu *Sistemul NATO de Răspuns la Crize* adică, să asigure, în primul rând, identitate de comunicare ca fundament al punerii în comun a experienţei şi cunoştinţelor, pe această bază urmând să se realizeze componenta acţională la parametri necesari.

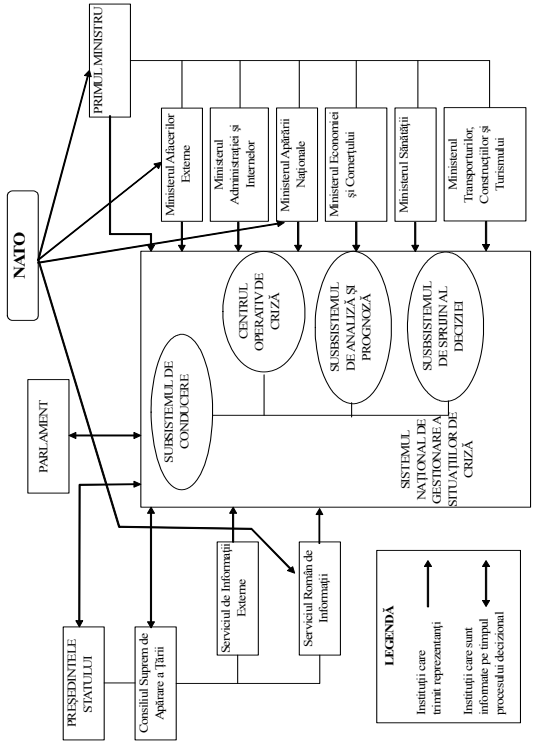


Figura 1.

1.4. Exerciţiul de management al crizelor „CMX – 05”

Exerciţiile NATO de management al crizelor tip „CMX” reprezintă evenimente anuale, de nivel strategic, iniţiate de secretarul general al NATO şi planificate de către comandanţii celor două comandamente strategice (SACEUR şi SACT), Statul Major Internaţional şi Statul Major Militar Internaţional.

Perioada de desfăşurare a exerciţiului, în anul 2005, a fost 26 ianuarie – 01 februarie şi a avut ca scop exersarea conceptelor şi procedurilor NATO de gestionare a crizelor, dar şi testarea celor aflate în procedură de aprobare, referitoare la consultările în cadrul Alianţei, inclusiv cu ţările partenere, în procesul colectiv de luare a deciziilor pe timpul unei situaţii de criză.

Concepţia a avut ca idee de bază angajarea unei forţe NATO într-o operaţie de răspuns la criză sub mandat ONU, în afara teritoriului Alianţei. Criza a escaladat după o perioadă de evoluţie către normalizare, asociindu-se cu unele ameninţări asimetrice din spectrul chimic, biologic, radiologic, nuclear. Situaţia a impus angajarea rezervei strategice concomitent cu aplicarea unor măsuri pentru generarea unei noi rezerve.

Obiectivele exerciţiului au fost următoarele:

- exersarea procesului decizional pe timpul unei operaţii de răspuns la crize conduse de NATO, într-un mediu care cuprinde atât o ameninţare convenţională, cât şi una asimetrică;
- exersarea consultărilor şi luarea deciziilor referitoare la iniţierea planificării pentru angajarea Forţei de Răspuns NATO;
- exersarea şi evaluarea capacităţii aliaţilor şi a partenerilor de a utiliza proceduri NATO de răspuns la crize, conform Manualului NCRS[1], precum şi Sistemul NATO de Informaţii şi Avertizare;
- exersarea procedurilor pentru adunarea şi diseminarea informaţiilor ce pot avea legătură cu un mediu ostil (terorismul şi armele de distrugere în masă), în sprijinul procesului de luare a deciziilor politice;
- exersarea consultărilor politice în sprijinul procesului de luare a deciziilor privind iniţierea planificării militare, inclusiv pentru posibila folosire a Forţei de Răspuns NATO;
- exersarea capabilităţilor CBRN ale NATO;
- exersarea cooperării între autorităţile civile şi militare;
- exersarea procedurilor de Operaţii Informaţionale şi Psihologice;
- exersarea politicii de Informaţii Publice;

[1] NATO Crisis Response System Handbook

- întărirea cooperării cu ţările partenere;
- planificarea şi execuţia unei operaţii de răspuns la crize, condusă de către NATO, incluzând participarea ţărilor partenere la procesul de generare a forţei.

Locul de desfăşurare a fost Cartierul General al NATO, sediile Comandamentului Aliat pentru Operaţii şi Comandamentului Aliat pentru Transformare şi capitalele statelor membre şi partenere.

Participanţii la acest exerciţiu au fost Cartierul General NATO, cele două comandamente strategice, celula de răspuns a JFC Brunssun, naţiunile aliate şi cele partenere (cu celule naţionale de răspuns în capitalele acestora).

România a participat la acest exerciţiu, în calitate de ţară membră a Alianţei, aceasta determinând nuanţarea responsabilităţilor ei în cadrul procesului de răspuns la criză.

Structura naţională de răspuns a avut compunerea conform schemei din figura 2.

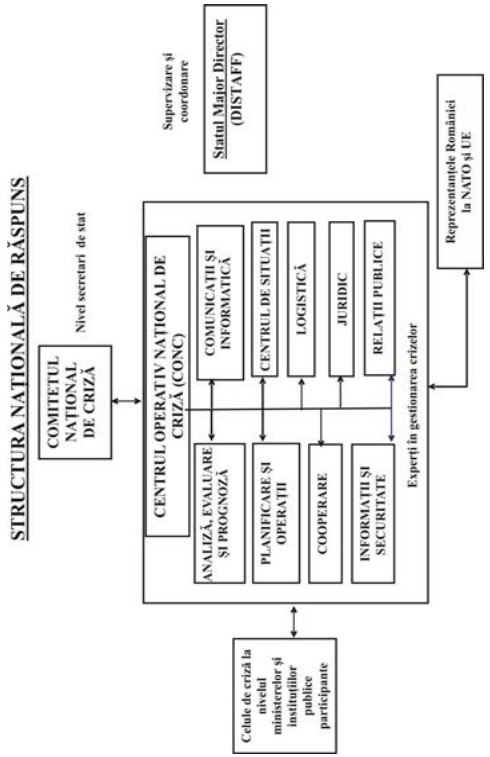


Figura 2

Structura naţională de răspuns a întrunit elemente reprezentative din compunerea diferitelor instituţii / organizaţii / agenţii implicate în procesul de gestionare a crizelor. Elementele principale ale acesteia au fost:

1. Comitetul Naţional de Criză: organul de formulare a deciziilor, care a reunit factorii de decizie reprezentativi, a îndrumat şi coordonat activitatea de planificare şi control operaţional, a aprobat documentele care s-au transmis la Cartierul General NATO;
2. Centrul Operativ Naţional de Criză: organ tehnic al Structurii Naţionale de Răspuns, care a elaborat propuneri şi a asigurat informaţiile necesare procesului decizional desfăşurat de Comitetul Naţional de Criză, a pus în aplicare deciziile politico-militare (procedurile de evaluare a situaţiei şi prognoza evoluţiei, în zona de criză, procedurile de planificare şi control al forţelor angajate în forţa multinaţională pentru protecţia transportului şi distribuirea ajutoarelor umanitare, procedurile de aplicare a planurilor de cooperare cu celelalte organizaţii şi organisme implicate în procesul de gestionare a crizei etc.).

Un obiectiv de maximă importanţă, urmărit pe plan naţional, a fost ca experienţa dobândită în acest an, în completarea celei rezultate la „CMX-04", să conducă la finalizarea demersului grupului de lucru pentru elaborarea textului legii privind sistemul naţional integrat de gestionare a crizelor. Această necesitate rezultă din faptul ca România, în baza statutului de ţară membră NATO, trebuie să fie în măsură să participe la tot spectrul evenimentelor considerate „criză", în prezent pe plan naţional fiind reglementate doar situaţiile de urgenţă civilă şi prevenirea şi combaterea terorismului.

La analiza finală a exerciţiului au fost formulate concluzii privind următoarele aspecte:

1. structural:

- realizarea unui nucleu permanent pe baza căruia să se dezvolte sistemul la apariţia crizei;
- asigurarea stabilităţii pe funcţii a personalului din acest nucleu;
- lărgirea cadrul instituţiilor implicate;
- necesitatea relaţionării interne similară cu NATO, din aceasta decurgând optimizarea fluxurilor informaţionale;

2. relaţional:

- instituţiile componente trebuie să organizeze şi să menţină în funcţiune, pe tot timpul crizei, celule de răspuns;
- reprezentanţii trebuie să posede mandate clare şi acoperitoare pentru o gamă largă de situaţii;
- decizia în cadrul sistemului trebuie foarte bine coordonată şi corelată cu toţi factorii de influenţă;

- sistemul necesită o arhitectură de comunicaţii bine dezvoltată;

3. legislativ:

- este necesară elaborarea unui act normativ care să acopere cât mai bine spectrul actual al crizelor;
- este necesar un act normativ care să reglementeze organizarea şi funcţionarea unui sistem naţional integrat de gestionarea crizelor;
- este necesară armonizarea sistemului actelor normative care reglementează domeniile conexe crizelor.

În final, este de subliniat faptul că exerciţiul „CMX-05" a constituit element de fundamentare a experienţei grupului de lucru constituit, sub patronajul primului-ministru al României, în vederea elaborării şi armonizării legislaţiei naţionale necesară pentru managementul crizelor.

CAPITOLUL 2
DESCRIERE ALGORITMI ŞI METODOLOGIE DE ANALIZĂ STATISTICĂ A DATELOR PRIVIND CRIZELE ŞI CONFLICTELE ARMATE

2.1. Introducere

Metodele de analiză a datelor nu aparţin doar domeniului calculatoarelor. E adevărat, calculatorul ajută enorm la procesarea cantităţilor imense de date şi la scurtarea timpului de analiză, însă metodele în sine au apărut înainte de apariţia calculatoarelor. Astfel, în anii ’30, H. Hotelling punea bazele analizei în componente principale şi a analizei canonice, dezvoltând lucrări ce datau de la începutul secolului şi avându-i ca autori pe C. Spearman şi K. Pearson. Până la începutul anilor ’60, aceste metode au fost perfecţionate, au apărut noi variante sau noi metode de analiză, însă, pentru practicieni, aceşti ani reprezintă un prag, deoarece apariţia calculatoarelor a permis obţinerea de rezultate în timp util şi posibilitatea de a testa teoriile vechi şi de a avansa noi teorii şi metode de analiză.

Analiza datelor este reprezentată atât de cadrul conceptual necesar, cât şi de metodele şi tehnicile utilizate în prelucrarea/analiza/interpretarea datelor şi a informaţiilor.

Datele sunt materialul brut ce trebuie prelucrat în vederea luării de decizii în orice domeniu de activitate. Acestea sunt obţinute în urma unor procese de măsurare şi/sau investigare. O mulţime de date este o colecţie de valori observate ce reprezintă cel puţin una din caracteristicile entităţii observate.

Populaţia reprezintă o mulţime de date colectate asupra entităţii/entităţilor studiate şi reprezentând practic multitudinea tuturor indivizilor, obiectelor, elementelor sau datelor luate în consideraţie în cadrul unui studiu statistic.

Eşantionul reprezintă o porţiune din populaţia investigată şi anume acea parte de la care sunt colectate informaţiile. Din punct de vedere teoretic, eşantionul are menirea de a reprezenta populaţia şi de a reproduce, într-o măsură cât mai mare, caracteristicile acesteia.

Metodele şi tehnicile de cuantificare, evaluare, estimare şi testare sunt reprezentate de o mulţime extinsă şi variată de proceduri şi instrumente statistice. Ele sunt reprezentate de reguli, principii şi proceduri de analiză,

prelucrare şi interpretare a datelor. De calitatea şi de eficienţa utilizării lor depinde, într-o proporţie foarte mare, atât semnificaţia şi validitatea rezultatelor obţinute, cât şi calitatea rezultatelor obţinute.

În procesul de analiză a datelor, construcţia oricărui model poate avea două scopuri principale: analiza şi predicţia.

Analiza este activitatea care constă în explicarea comportamentului unor fenomene din realitatea înconjurătoare, aprofundarea cunoaşterii caracteristicilor acestora, precum şi deducerea unor legităţi care descriu şi explică, la un nivel de generalitate cât mai ridicat posibil, comportamentul fenomenelor aparţinând respectivei realităţi.

Predicţia reprezintă totalitatea activităţilor care creează posibilitatea de a anticipa schimbarea în spaţiu şi timp a comportamentului fenomenelor reale, ca urmare a variaţiilor induse asupra acestuia de influenţa exercitată de o serie de factori cauzali.

Modelul este o reprezentare simplificată a unei părţi din realitatea înconjurătoare. Scopul său este de a sintetiza caracteristicile definitorii şi esenţiale ale realităţii supuse studiului, evidenţiind principalele influenţe exercitate de mediul ambiant asupra realităţii studiate şi factorii semnificativi care contribuie la schimbarea configuraţiei acesteia în timp şi spaţiu şi exprimă principalele legităţi şi tendinţe ce caracterizează compunerea şi mişcarea fenomenelor ce alcătuiesc respectiva realitate.

Clasificare tipuri modele:

- în funcţie de modul în care detaliază mecanismul de transformare a intrărilor în ieşiri:
  - modele descriptive (numite şi modele tip “black-box”) sunt acele modele care au ca scop descrierea mărimilor de intrare şi a mărimilor de ieşire, făcând abstracţie de ceea ce se petrece în interiorul sistemului;
  - modele analitice (numite şi modele tip “white-box”) sunt acele modele care descriu legăturile existente între mărimile de intrare şi cele de ieşire, respectiv regulile şi/sau mecanismele de transformare a intrărilor in ieşiri.
- în funcţie de natura modelului pot exista:
  - modele verbale sau logice - acele modele prin intermediul cărora realitatea este reprezentată cu ajutorul analogiilor şi comparaţiilor verbale – aceste modele mai sunt cunoscute şi sub numele de paradigme;

- modele fizice – sunt acele modele care reproduc aproape identic caracteristicile fizice ale realităţii modelate, la o scară mai mare sau mai mică – se mai numesc şi modele iconice;
- modele geometrice – prin intermediul acestora realitatea este reprezentată sub forma graficelor şi diagramelor;
- modele algebrice – aceste modele sunt reprezentate de sisteme de ecuaţii ce descriu comportamentul sistemelor studiate din realitate, precum şi interdependenţele dintre componentele sistemului sau dintre componentele sistemului şi mediu;
- modele econometrice – sunt acele modele prin intermediul cărora realitatea este reprezentată cu ajutorul unor relaţii matematice de tip special – mai sunt numite şi modele statistice.

- în funcţie de implicarea variabilei timp în construcţia modelului avem:
  - modele statice – în aceste modele, variabila timp nu apare în mod explicit;
  - modele dinamice – în acestea, variabila timp joacă un rol foarte important şi, prin urmare, apare în mod explicit.

Gradul de validitate al modelului este dat de fidelitatea cu care acesta reprezintă fenomenul studiat. De regulă, validitatea unui model oarecare este apreciata din mai multe puncte de vedere: claritate, simplitate, grad de generalizare, consistenţă şi realismul ipotezelor, cantitatea de informaţii pe care o asigură realitatea modelată, puterea predictivă pe care o oferă.

Erorile ce însoţesc procesul de măsurare şi cuantificare a fenomenelor ce trebuie modelate sunt de două tipuri: eroare cu caracter sistematic şi eroarea cu caracter aleator.

Eroarea cu caracter sistematic este acea eroare ce poate fi definită ca fiind diferenţa dintre valoarea adevărată a unei mărimi la nivel de populaţie şi valoarea obţinută pentru această mărime în urma măsurării tuturor unităţilor elementare ale populaţiei. Cauzele acestui tip de eroare sunt: gradul redus de reprezentativitate a informaţiilor obţinute pe baza de eşantionare, imperfecţiunile metodologice specifice calculului unor indicatori economici, raportările incorecte determinate de interesele de natură fiscală ale agenţilor economici, falsificările informaţionale la nivel guvernamental ş.a.m.d.

Eroarea cu caracter aleator, accidental, este acea eroare ce poate fi definită ca diferenţa dintre valoarea unei mărimi calculate pe baza unităţilor aparţinând unui eşantion şi valoarea aceloraşi mărimi calculate pe baza tuturor unităţilor populaţiei. Principalele surse ale apariţiei acestui tip de eroare sunt: imperfecţiunile instrumentelor de măsurare, deficienţe în înregistrarea valorilor caracteristice urmărite, efectuarea inexactă a unor calcule ş.a.m.d.

2.2. Metode şi tehnici de analiză multidimensională a datelor

2.2.1. Prezentare generală

Etapa preliminară, denumită şi analiza preliminară sau analiza exploratorie. În această etapă, datele sunt supuse diverselor operaţii de prelucrare, toate aceste operaţii având ca obiectiv filtrarea datelor şi a informaţiilor semnificative pentru scopul urmărit.

În funcţie de natura clasei de probleme abordate, deosebim:

- *Centralizarea şi structurarea datelor primare* prin metode de agregare, de grupare, de clasificare, de prezentare tabelară, serială sau grafică;
- *Determinarea sintezelor numerice şi/sau vizuale* necesare caracterizării repartiţiilor empirice a observaţiilor disponibile pentru variabilele analizate conform scopului fixat. Prin operaţiile încadrate în această clasă sunt calculaţi şi analizaţi principalii indicatori ai tendinţei centrale, ai împrăştierii faţă de tendinţa centrală, ai formelor de repartiţie;
- *Verificarea legii de probabilitate* după care se distribuie observaţiile variabilelor analizate;
- *Identificarea principalelor relaţii de interdependenţă dintre variabilele studiate şi verificarea semnificaţiei statistice a acestor relaţii*. Scopul principal al operaţiilor din această clasă vizează depistarea şi selectarea principalilor factori de influenţă care determină un anumit efect, măsurarea semnificaţiei influenţei şi a intensităţii dependenţelor statistice;
- *Identificarea, tratarea corespunzătoare şi/sau eliminarea valorilor aberante* apărute din sondaje sau din observări totale. Operaţiile din această clasă sunt legate de: normalizarea serilor de observaţii, de determinarea anumitor distanţe (de exemplu,

distanţele de tip Mahalanobis, Manhatan) de aplicarea unor teste statistice specifice.

Analiza preliminară a datelor presupune utilizarea unei game variate de metode şi tehnici statistico-matematice, în scopul obţinerii unei caracterizări sugestive a acestor informaţii. Ea este utilizată, cu preponderenţă, în faza preliminară de analiză de date. Cea mai cunoscută tehnică în aceasta etapă este, de regulă, analiza grafică.

Tehnicile de analiză grafică sunt utilizate, în această etapă, în principal, pentru următoarele categorii de probleme:

- identificarea principalelor tendinţe manifestate la nivelul observaţiilor disponibile;
- depistarea principalelor legături existente între variabilele supuse analizei;
- detectarea valorilor extreme, izolate, a căror apariţie în mulţimea datelor analizate nu este corectă din punct de vedere statistic.

De cele mai multe ori, datele care sunt folosite nu sunt datele primare, ci se calculează o serie de mărimi statistice precum: media, suma de pătrate, varianta, covarianţa, corelaţia etc. Aceste mărimi reprezintă esenţializări particulare ale datelor primare ce caracterizează anumite aspecte ale datelor primare, reprezentând, în acelaşi timp, şi date de intrare pentru orice analiză de date.

2.2.2. Analiza componentelor principale

Analiza în componente principale este una dintre cele mai utilizate metode de analiză a datelor. Ea fost propusă de Hotteling în 1938, dar necesitând numeroase şi laborioase calcule s-a impus în practică abia începând cu anii ’60 - ‘70 odată cu apariţia calculatoarelor. Analiza în componente principale sintetizează informaţia conţinută în tabelele de date cantitative de mari dimensiuni. Colectivitatea statistică studiată este descrisă printr-un număr mare de variabile. Studiul colectivităţii printr-un număr mare de variabile este greu de realizat. Analiza în componente principale determină un număr mai mic de variabile noi, numite componente principale, care concentrează informaţia, esenţialul, la nivelul colectivităţii studiate. Componentele principale sunt construite sub formă de combinaţie liniară de variabile iniţiale, care concentrează o cât mai mare parte de informaţie, şi sunt caracterizate de o mare variabilitate. Astfel, prima componentă principală preia maximul din varianţa variabilelor originale, a doua componentă preia maximul de varianţă rămasă după eliminarea primei componente ș.a.m.d.

Analiza în componente principale se utilizează, ca model, nu numai în analiza factorială, ci şi în recunoaşterea formelor şi analiza grafică. În recunoaşterea de forme prin analiza în componente principale se asigură selectarea caracteristicilor esenţiale semnificative ale formelor analizate, caracteristici care asigură puterea cea mai mare de discriminare. În analiza grafică se asigură reprezentarea în 2D sau 3D a unor obiecte aflate în spaţii multidimensionale.

Analiza în componente principale este o metodă prin care se găseşte modalitatea de transformare a caracteristicilor iniţiale ale unor obiecte sau forme, astfel încât, pe baza acestei transformări, să se asigure o reprezentare optimală a acestora, în condiţiile folosirii unui număr mai redus de caracteristici. Noile caracteristici obţinute sunt numite componente principale.

Caracterul de optimalitate a reprezentării pe care transformarea menţionată mai sus trebuie să-l asigure se referă la gradul de informaţie care este pierdută odată cu trecerea de la vechile caracteristici la noile caracteristici. Se consideră că această tranziţie este optimă dacă se face cu un minim de pierdere de informaţie. Existenţă acestei cerinţe impune definirea unei funcţii obiectiv specifice, în aşa fel încât să se asigure minimizarea sau maximizarea acesteia în funcţie de cazul concret. De regulă, performanţa este reprezentată de maximizarea variantei caracteristicilor obiectelor, iar transformarea este una de tip liniar.

Legăturile dintre variabile pot fi evidenţiate prin intermediul definirii unei structuri a dependenţei acestor variabile şi măsurate cu ajutorul coeficienţilor de covarianţă şi corelaţie. Necesitatea evidenţierii acestei structuri şi a interpretării corecte a ei apare în orice analiză ce are ca scop investigarea cauzalităţii, fiind fundamentală pentru orice proces de cunoaştere ştiinţifică.

Cu cât mai simplă şi mai clar exprimată este această structură, cu atât mai uşor este interpretarea sugestivă a cauzalităţii fenomenului. Din acest motiv, ea este unul dintre scopurile principale urmărite în analiza în componente principale. De regulă, însă, datorită complexităţii inerente a fenomenelor, o astfel de exprimare, clară şi simplă, sintetică şi neredundantă, este cel puţin dificil de obţinut, dacă nu chiar imposibil.

Totuşi, acest scop se poate atinge prin utilizarea unor instrumente specifice prin care să se facă o simplificare a spaţiului cauzal determinat de variabilele explicative. În urma aplicării acestor instrumente rezultă un spaţiu a cărei cardinalitate este mult mai redusă decât cea a spaţiului original, fapt ce duce la facilitarea evidenţierii morfologiei legăturilor cauzale şi la exprimarea unei structuri adecvate a dependenţelor.

Considerând un nou spaţiu de reprezentare se obţine o nouă modalitate de exprimare, mai avantajoasă din punct de vedere informaţional. Prin acest nou spaţiu de reprezentare sunt definite noile caracteristici studiate. Având în vedere logica pe care se bazează determinarea lor, se consideră că noile caracteristici sunt cele mai relevante şi mai adecvate pentru evaluarea fenomenului, cu atât mai mult cu cât noua reprezentare se construieşte în aşa fel încât conservarea informaţională să fie maximă, iar pierderea sa fie minimă.

În contextul simbolizării cu ajutorul variabilelor, noile caracteristici sunt componentele principale. Se consideră că noile caracteristici sunt mai relevante şi mai adecvate pentru evaluarea informaţională a fenomenelor.

Din punct de vedere geometric, analiza în componente principale este rescrierea unităţilor unei populaţii într-un nou sistem de axe, unde noua reprezentare este mai adecvată reprezentării informaţiilor conţinute de către respectivele unităţi ale populaţiei.

Trăsăturile principale ale noii reprezentări sunt:

- are o dimensiune redusă;
- axele sale sunt ortogonale;
- coordonatele în acest sistem sunt maximizatoare de variantă.

Această problemă este cunoscută sub numele de problema reducerii dimensionalităţii. Tot din acest motiv, analiza în componente principale este cunoscută ca fiind şi o tehnică de reducere a dimensionalităţii.

Esenţa analizei în componente principale poate fi reprezentată în modul următor. Fie o mulţime $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$. Atunci prin transformarea

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} \xrightarrow{\psi} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \dots \\ w_k \end{bmatrix}$$

unde $\{w_1, w_2, ..., w_k\}$ reprezintă mulţimea componentelor principale, iar transformarea ψ este astfel aleasă încât să asigure conservarea variabilităţii din spaţiul iniţial într-o cât mai mare proporţie posibilă, reprezintă cât se poate de simplificat acest principiu.

Necesitatea de a simplifica spaţiul cauzal iniţial, de a exprima cauzalitatea sub o formă mai simplă, prin intermediul unui număr redus de variabile, apare în numeroase probleme de analiză a datelor. Astfel, acest lucru se poate dovedi extrem de util în următoarele situaţii: selectarea variabilelor de influenţă, simplificarea modelelor matematice, eliminarea

redundanţelor informaţionale, vizualizarea relaţiilor de cauzalitate complexe, compresia şi restaurarea datelor în informatică etc.

Caracteristica principală a celor mai multe fenomene studiate din domeniul economico-social este faptul că sunt extrem de multe variabile ce definesc fenomenul. Cu toate acestea, însă, doar un număr relativ mic poartă o importanţă mare în desfăşurarea lui şi în obţinerea unui efect. Prin urmare, este necesar ca aceste variabile să fie supuse unui proces de filtrare, prin intermediul căruia doar cele care sunt cele mai importante să fie reţinute.

Principalele motive pentru care se evită ca într-un model matematic să se lucreze cu un număr mare de variabile sunt:

- semnificaţia fiecărei variabile dintr-un model ce include foarte multe variabile este mult diminuată. Astfel, de exemplu, dacă în construcţia unui model au fost reţinute peste 100 de variabile, şi presupunând, pentru simplificare, că semnificaţia fiecăreia dintre variabile este aceeaşi în cadrul modelului, atunci rezultă că fiecare variabilă are un aport de informaţie în cadrul modelului mai mic de 1%. În acest mod, semnificaţia fiecărei variabile apare mult diminuată, devenind aproape neglijabilă, posibil chiar mai mică decât cea a erorilor de observaţie;
- obţinerea informaţiilor necesare estimării unui model care conţine un număr foarte mare de variabile ar implica un efort şi un cost foarte mare, în anumite situaţii fiind greu sau imposibil de obţinut respectivele informaţii pentru toate variabilele. În cazul unui astfel de model este necesar un număr extrem de mare de observaţii, pentru a se păstra un număr de grade de libertate suficient de ridicat, ca estimaţia obţinută să aibă un grad de încredere rezonabil;
- este posibil ca, în cazul unui număr mare de variabile, să avem o probabilitate ridicată ca una sau mai multe variabile să fie puternic intercorelate. Ca urmare a introducerii în model a acestor variabile se obţine apariţia în model a unui anumit grad de redundanţă informaţională, precum şi dificultăţi serioase, ca urmare a apariţiei fenomenului de colinearitate sau multicolinearitate;
- un număr foarte mare de variabile reţinute într-un model ar ridica probleme serioase de complexitate a calculului, chiar în raport cu performanţele echipamentelor de calcul actuale, şi, implicit, presupunând costuri foarte ridicate de prelucrare;

Prin urmare, este absolut necesar ca în procesul de construire a unui model să se efectueze simplificări şi transformări corespunzătoare pentru obţinerea unui model care să reprezinte cât mai bine fenomenul şi, totuşi, respectivul model să nu fie greu sau imposibil de lucrat cu el.

De asemenea, în situaţia în care analiza are ca obiect de studiu spaţiul cauzal iniţial, este foarte dificil în a se deduce o dependenţă structurală care să evidenţieze, cu claritate, contribuţiile nete ale variabilelor analizate la formarea variabilităţii întregului spaţiu cauzal, mai ales atunci când aceste variabile sunt intercorelate. Corelarea variabilelor determină o structură amalgamată a dependenţei, o structură redundantă, care include anumite suprapuneri informaţionale ale variabilelor cauzale.

O altă problemă a analizei de date o constituie faptul că, de regulă, variabilitatea conţinută în spaţiul iniţial nu este la fel de semnificativă în toate direcţiile, de-a lungul axelor spaţiului, în marea majoritate a situaţiilor variabilitatea concentrându-se doar de-a lungul a una sau două-trei axe.

Există numeroase situaţii în care este necesară obţinerea unor date cu caracter special, care să evidenţieze legăturile existente între componentele unui model oarecare. Aceste situaţii conduc, de regulă, la necesitatea utilizării tehnicilor specifice analizei de date şi, în particular, a analizei în componente principale. De exemplu:

- într-o cercetare întreprinsă asupra unui număr oarecare de companii în scopul stabilirii unei ierarhii din punctul de vedere al forţei financiare a acestora s-au identificat un număr foarte mare de indicatori economico-financiari. Prin urmare, este foarte dificil de realizat ierarhia respectivă, iar pentru stabilirea acesteia se poate folosi analiza în componente principale;
- în cazul unei investigaţii ştiinţifice în domeniul social, având ca scop identificarea unor tipologii socio-culturale ce sunt specifice unor zone geografice, numărul de caracteristici ce au fost identificate este extrem de mare. Prin urmare, informaţiile de natură socială şi culturală disponibile pot fi utilizate pentru construirea respectivelor topologii numai în condiţiile unor metode şi tehnici adecvate;
- în activitatea de control a calităţii producţiei se doreşte ca, pe baza diverselor informaţii referitoare la desfăşurarea procesului de fabricaţie, să se definească un număr mic de indicatori relevanţi pentru a se aprecia dacă procesul se desfăşoară în parametrii calitativi corespunzători;
- într-o cercetare în domeniul economico-financiar a fost identificat un model în care variabilele sunt afectate de fenomenul de colinearitate, în aceste condiţii fiind posibil ca erorile standard ale estimaţiilor parametrilor să fie foarte mari, astfel încât calitatea modelului să fie afectată. Analiza în componente principale este o metodă prin care se poate evita acest lucru, prin substituirea variabilelor originale cu alte variabile noi, necorelate.

Analiza componentelor principale este folosită atât în problemele de analiză a datelor, atât în faza iniţială a acestora, ca tehnică de analiză preliminară, cât şi în fazele ulterioare ale acestor analize, în special în faza de interpretare a rezultatelor.

În faza preliminară, ea este folosită pentru identificarea şi evidenţierea structurii dependenţei ce caracterizează mulţimea variabilelor ce sunt supuse analizei. Prin urmare, componentele principale sunt noi variabile al căror conţinut informaţional, preluat în exclusivitate de la variabilele originale, este definit, mai ales, în raport cu legăturile care există între variabilele originale. Mai precis, componentele principale sunt variabile vectoriale abstracte, definite sub forma unor combinaţii liniare de variabile originale si care au următoarele proprietăţi fundamentale:

- sunt necorelate două câte două şi suma pătratelor coeficienţilor care definesc combinaţia liniară ce corespunde unei componente principale este egală cu unitatea;
- prima componentă principală este o combinaţie liniară normalizată, a cărei variantă este maximă, cea de-a doua componentă principală este o combinaţie liniară necorelată cu prima componentă principală şi care are o variantă cât mai mare posibilă, însă mai mică decât cea a primei componente etc.

Componentele principale sunt vectori ortogonali care preiau cât mai mult din varianta variabilelor vector originale astfel: prima componentă principală preia maximul posibil din varianta variabilelor originale, a doua componentă principală preia maximul din varianta rămasă după ce este eliminată varianta preluată de prima componentă ş.a.m.d.

Din punct de vedere geometric, variabilele numite componentele principale definesc un nou spaţiu al obiectelor, în contextul căruia sunt verificate următoarele proprietăţi relevante pentru definirea analizei componentelor principale:

- axele noului spaţiu sunt ortogonale două câte două şi definesc noile variabile numite componente principale;
- coordonatele obiectelor în noul spaţiu, adică proiecţiile obiectelor pe axele acestuia, sunt evaluări obiectelor în raport cu noile variabile şi se numesc scoruri ale componentelor principale sau scoruri principale.
- din punct de vedere teoretic, numărul de componente principale este egal cu numărul de variabile originale; nu toate componentele principale au însă o semnificaţie informaţională considerabilă, astfel cele mai puţin semnificative din punct de vedere informaţional sunt eliminate;
- componentele principale sunt combinaţii liniare de variantă maximală ale variabilelor originale;
- componentele principale sunt sculate în funcţie de magnitudinea

variantei acestora, prima fiind componenta principală cu variantă maximă, iar ultima fiind componenta principală cu variantă minimă;

- componentele principale sunt necorelate două câte două;
- suma variantelor componentelor principale coincide cu suma variantelor variabilelor originale, astfel încât componentele principale preiau în totalitate variabilitatea conţinută în variabilele originale.

Se poate spune, prin urmare, că analiza componentelor principale este o metodă de reexprimare a variabilelor originale sub forma unui număr mai mic de noi variabile, numite componente principale, care sunt combinaţii liniare de variantă maximă ale variabilelor originale.

Logica analizei componentelor principale se bazează pe ideea fundamentală că se pot face anumite transformări asupra observaţiilor iniţiale, care să determine maximizarea variantei individuale pentru anumite variabile şi minimizarea variantei pentru alte variabile.

Pe această cale, se accentuează semnificaţia logico-informaţională a unor variabile şi se diminuează cea a altor variabile. Maximizarea variantei unor variabile, în detrimentul variantei celorlalte variabile, conduce la creşterea contribuţiei variabilelor a căror variantă este maximizată la formarea variantei totale.

Maximizarea variantei unor variabile şi, pe această bază, accentuarea semnificaţiei informaţionale a acestor variabile în raport cu celelalte este cu atât mai relevantă cu cât între variabilele originale există legături mai puternice, respectiv sunt mai puternic corelate.

Ca urmare a rotaţiei axelor cu un număr oarecare de grade are loc, în mod implicit, o modificare a coordonatelor iniţiale ale obiectelor.

Putem face următoarele observaţii finale:

- rotaţia axelor iniţiale cu un anumit unghi, în vederea maximizării variantei de-a lungul unei axe, nu modifică poziţia sau configuraţia punctelor reprezentate de observaţiile originale; ceea ce se schimbă sunt doar coordonatele acestora în raport cu noile axe;
- noile axe rezultate în urma rotaţiei care maximizează varianta după prima axă definesc două noi variabile, numite componente principale şi care au proprietatea că au media nulă,
- cele două variabilele numite componente principale reprezintă combinaţii liniare de variabilele originale şi sunt necorelate între ele;
- coordonatele noilor variabile sunt proiecţiile punctelor reprezentate de observaţiile iniţiale şi se numesc scoruri ale componentelor principale;
- cele două componente principale conservă integral varianta totală corespunzătoare variabilelor originale, adică suma variantelor celor două componente principale este egală cu suma variantelor celor două variabile originale, prima componentă principală are varianţa maximală, preluând

maximum posibil din varianta totală ce caracterizează variabilele originale.

Eficienţa exprimării variabilelor originale prin intermediul componentelor principale este strâns legată de gradul de corelare a variabilelor originale şi, mai ales, de felul în care sunt structurate aceste variabile din punct de vedere al corelării.

În legătură cu gradul de corelare a variabilelor originale, se poate face o observaţie extrem de interesantă din punct de vedere teoretic şi foarte utilă din punct de vedere practic. Această observaţie se referă la faptul că există o puternică legătură între gradul de corelare a variabilelor originale şi numărul de componente principale cu ajutorul cărora pot fi reexprimate, în mod eficient, variabilele originale.

Dacă pe mulţimea variabilelor originale se evidenţiază cu claritate existenţa unor submulţimi formate din variabile care au proprietatea că sunt foarte puternic corelate între ele, pe de o parte, şi foarte slab corelate cu variabile aparţinând altor submulţimi, pe de altă parte, atunci se poate face afirmaţia că variabilele originale pot fi reexprimate suficient de bine printr-un număr de componente principale egal cu numărul de submulţimi de acest fel. Cu cât gradul de corelare a variabilelor din interiorul fiecărei submulţimi este mai ridicat şi al variabilelor din mulţimi diferite este mai scăzut, cu atât este mai mare puterea de reprezentare a informaţiei iniţiale prin intermediul unui număr de componente principale egal cu numărul submulţimilor.

De pildă, dacă gradul de corelare a oricăror două variabile din mulţimea de variabile originale este foarte scăzut, există puţine şanse de a reuşi să se exprime convenabil variabilele originale printr-un număr de componente principale mai mic decât al variabilelor originale.

Dacă, dimpotrivă, corelarea oricăror două variabile este foarte puternică, atunci variabilele originale pot fi exprimate suficient de bine chiar prin intermediul unei singure componente principale.

Modelul matematic. Soluţionarea unei probleme de analiză în componente principale este echivalentă cu a rezolva problema următoare:

$$\begin{cases} \underset{A \in M_{nxk}}{opt} \ \varphi(x, w) \\ SR : w = A^t x \end{cases}$$

unde criteriul de optim poate fi o funcţie de maxim sau de minim – natura funcţiei φ.

În scopul definirii modelului matematic al analizei componentelor principale, vom considera că vectorii $\alpha^{(i)}$ reprezintă coloanele unei matrici A de dimensiune nxn de forma:

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_1^{(1)}\alpha_1^{(2)}...\alpha_1^{(n)} \\ \alpha_2^{(1)}\alpha_2^{(2)}...\alpha_2^{(n)} \\ ..... \quad ..... \\ \alpha_n^{(1)}\alpha_n^{(2)}...\alpha_n^{(n)} \end{pmatrix}$$

De asemenea, vom presupune ca x este vectorul ale cărui coordonate sunt variabilele originale $x_1, x_2, ..., x_n$, iar w este vectorul ale cărui coordonate sunt componentele principale $w_1, w_2, ..., w_k$. Prin urmare combinaţiile liniare ce definesc componentele principale pot fi scrise sub forma:

$$\begin{cases} w_1 = \alpha_1^{(1)}x_1 + \alpha_2^{(1)}x_2 + ... + \alpha_n^{(1)}x_n \\ w_2 = \alpha_1^{(2)}x_1 + \alpha_2^{(2)}x_2 + ... + \alpha_n^{(2)}x_n \\ ..... \\ w_n = \alpha_1^{(n)}x_1 + \alpha_2^{(n)}x_2 + ... + \alpha_n^{(n)}x_n \end{cases}$$

ceea ce, în scriere matriceală, are forma:

$$\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ .... \\ w_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1^{(1)}\alpha_2^{(1)}...\alpha_n^{(1)} \\ \alpha_1^{(2)}\alpha_2^{(2)}...\alpha_n^{(2)} \\ .... \\ \alpha_1^{(n)}\alpha_2^{(n)}...\alpha_n^{(n)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ ... \\ x_n \end{pmatrix}$$

Cele n coloane ale matricii A reprezintă, de fapt, vectorii proprii normali ai matricii de covarianta Σ, iar variaţia fiecărei componente principale w_i, care este o variantă maximală în raport cu variantele componentelor principale anterioare, este reprezentată chiar prin valoarea proprie λ_i a aceleiaşi matrici de covarianţă.

Din punct de vedere teoretic, problema determinării componentelor principale poate fi formulată ca o problemă de maximizare cu restricţii, iar elementele implicate în definirea componentelor principale sunt soluţiile acestei probleme. Criteriul de optim ataşat acestei probleme de extrem este reprezentat de maximizarea variantei componentelor principale, astfel încât acestea să preia o proporţie cât mai mare din variabilitatea spaţiului cauzal iniţial.

Prin urmare, variaţia componentei principale poate fi scrisă astfel:

$$Var(w) = \alpha' \Sigma \alpha$$

Principala problemă care se pune în legătură cu definirea componentelor principale este aceea a determinării necunoscutelor reprezentate de coordonatele vectorului a, astfel încât varianta componentei principale w, adică Var(w), să fie maximă.

Din nefericire, problema determinării acestor necunoscute este o problemă nedeterminată. Astfel, admiţând că vectorul a este o soluţie a problemei, rezultă că şi produsul act, unde α este o constantă arbitrară, este o soluţie a aceleiaşi probleme, iar varianta componentei principale w este cu atât mai mare cu cât luăm o valoare mai mare pentru constanta α.

Pentru a avea asigurarea că problema enunţată este bine determinată, va trebui să impunem o restricţie asupra vectorului necunoscut a, cea mai naturală restricţie fiind dată, în acest caz, de condiţia ca lungimea vectorului α să fie unitară.

$$\alpha'\alpha = 1$$

Prin urmare, vom avea de rezolvat problema:

$$\begin{cases} \max\limits_{\alpha} \alpha' \Sigma \alpha \\ SR: \alpha'\alpha = 1 \end{cases}$$

Funcţia lagrangeană are forma următoare:

$$L(\alpha, \lambda) = \alpha' \Sigma \alpha - \lambda(\alpha'\alpha - 1)$$

Condiţiile de extrem fiind:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L(\alpha, \lambda)}{\partial \alpha} = 0 \\ \dfrac{\partial L(\alpha, \lambda)}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\Sigma\alpha - 2\lambda\alpha = 0 \\ \alpha'\alpha - 1 = 0 \end{cases}$$

Rezultatele obţinute mai sus arată că determinarea coeficienţilor combinaţiei liniare ce defineşte componenta principală w, în condiţiile maximizării variantei acestei componente principale, este echivalentă cu a alege dintre cele n valori proprii ale matricii de covarianţă Σ pe cea mai mare şi a determina componentele vectorului de ponderi a ce defineşte respectiva componentă principală prin calculul vectorului propriu al matricii Σ asociat cu acea valoare proprie.

Presupunând că cele n valori proprii ale matricii de covarianţă Σ sunt ordonate în aşa fel încât:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ... \lambda_n$$

atunci prima componentă principală w_i, care va avea cea mai mare variantă λ_1 este dată de relaţia:

$$w_1 = \left(\alpha^{(1)}\right)^t x$$

Vectorul $\alpha^{(1)}$ este acel vector propriu al matricii de covarianţă Σ căruia îi corespunde valoarea proprie cea mai mare, λ_1, adică este vectorul care verifică restricţiile de mai jos:

$$\begin{cases} \left(\Sigma - \lambda_1 \mathrm{I}\right)\alpha^{(1)} = 0 \\ \left(\alpha^{(1)}\right)^t \alpha^{(1)} = 1 \end{cases}$$

unde λ_1 este rădăcina ecuaţiei caracteristice:

$$\left|\Sigma - \lambda \mathrm{I}\right| = 0$$

Astfel, determinata componentă principală are următoarea proprietate:

$$E(w_1) = \left(\alpha^{(1)}\right)^t \mu$$
$$Var\left(w_1\right) = \lambda_1$$

După determinarea primei componente principale w_1, urmează determinarea celei de-a doua componente principale w, componentă care trebuie să fie caracterizată, la rândul său, de următoarele proprietăţi: să aibă variantă maximală şi să fie necorelată cu prima componentă principală w_1.

Prin urmare, avem în plus următoarea restricţie:

$$Cov\ (w_1, w) = \left(\alpha^{(1)}\right)^t \Sigma \alpha = 0$$

iar cea de-a doua componentă principală, fiind definită astfel:

$$w = \alpha^t x$$

Deci, determinarea componentelor vectorului α duce la următoarea problemă cu legături:

$$\begin{cases} \max\limits_{\alpha}\ \alpha^t \Sigma \alpha \\ SR\ : \begin{cases} \alpha^t \alpha = 1 \\ \left(\alpha^{(1)}\right)^t \Sigma \alpha = 0 \end{cases} \end{cases}$$

Funcţia Laplace este $L(\alpha, \lambda, \mu) = \alpha^t \Sigma \alpha - \lambda\left(\alpha^t \alpha - 1\right) - \mu\left(\alpha^{(1)}\right)^t \Sigma \alpha$, ceea ce duce la următoarele condiţii de optim

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L(\alpha, \lambda, \mu)}{\partial \alpha} = 0 \\ \dfrac{\partial L(\alpha, \lambda, \mu)}{\partial \lambda} = 0 \\ \dfrac{\partial L(\alpha, \lambda, \mu)}{\partial \mu} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\Sigma\alpha - 2\lambda\alpha - \mu\Sigma\alpha^{(1)} = 0 \\ \alpha^t \alpha = 1 \\ \left(\alpha^{(1)}\right)^t \Sigma \alpha = 0 \end{cases}$$

Înmulţind la stânga prima condiţie de extrem din cu vectorul α^t şi ţinând cont de forma transpusă a celei de-a treia condiţii de extrem, în care matricea E este simetrică, rezultă condiţia:

$$\alpha^t \Sigma \alpha = \lambda$$

Am văzut mai înainte că, din condiţiile necesare de optim impuse, pentru determinarea primei componente principale, am obţinut relaţia:

$$\Sigma \alpha^{(1)} = \lambda_1 \alpha^{(1)}$$

Dacă înmulţim la stânga această relaţie cu vectorul α^t obţinem condiţia de extrem sub următoarea formă:

$$\alpha^t \Sigma \alpha^{(1)} = \lambda_1 \alpha^t \alpha^{(1)}$$

Membrul întâi al acestei forme a condiţiei de extrem este chiar covarianţa componentelor principale w_1 şi w. Deoarece, prin ipoteza de necorelare impusă procesului de determinare a celei de-a doua componente principale, această covarianţă este nulă şi deoarece λ_1 este diferită de zero,

ca valoare proprie a unei matrici de covarianţa strict pozitiv definite, rezultă necesitatea ca:

$$\alpha' \alpha^{(1)} = 0$$

Aceasta înseamnă că vectorii ponderilor combinaţilor liniare ce definesc primele două componente principale sunt ortogonali. Înmulţind din nou prima condiţie de extrem cu vectorul $\left(\alpha^{(1)}\right)'$ vom obţine:

$$2\left(\alpha^{(1)}\right)' \Sigma \alpha - 2\lambda\left(\alpha^{(1)}\right)' \alpha - \mu\left(\alpha^{(1)}\right)' \Sigma \alpha^{(1)} = 0$$

relaţie care, ţinând seama că vectorii a şi $a^{(1)}$ sunt ortogonali şi că sunt verificate egalităţile

$$\begin{cases} \Sigma \alpha^{(1)} = \lambda \alpha^{(1)} \\ \left(\alpha^{(1)}\right)' \Sigma \alpha = 0 \end{cases}$$

va putea fi scrisa sub forma

$$\mu\left(\alpha^{(1)}\right)' \Sigma \alpha^{(1)} = \mu\lambda_1 = 0$$

Deoarece λ_1 este cea mai mare valoare proprie a matricii simetrice şi pozitiv definite Σ, rezultă că ea este strict pozitivă, adică $\lambda_1 > O$, şi deci $\mu = 0$.

Faptul că multiplicatorul μ este nul face ca prima ecuaţie din condiţiile necesare de extrem să devină identică cu cea pe care am întâlnit-o la determinarea primei componente principale şi anume

$$\Sigma\alpha = \lambda\alpha$$

Aceasta înseamnă că vectorul α, care este soluţie a problemei de extrem şi care defineşte cea de-a doua componentă principală, este, de asemenea, vector propriu al aceleiaşi matricii de covarianţă Σ, însă corespunzător valorii proprii λ. Mai mult decât atât, rezultă că varianta celei de-a doua componente principale este egală cu valoarea proprie λ.

Pentru a obţine şi în cazul celei de-a doua componente principale w_2 variantă maximă, dar mai mică decât varianta primei componente

principale w_1, va fi suficient să considerăm că valoarea proprie λ pe baza căreia se defineşte această nouă componentă principală, este cea de-a doua valoare proprie, ca mărime, a matricii Σ, adică λ_2. Dacă vectorul propriu asociat acestei valori proprii este $a^{(2)}$, atunci combinaţia liniară ce defineşte a doua componentă principală este următoarea:

$w_2 = \left(a^{(2)}\right)' x$

Felul în care a fost definită cea de-a doua componentă principală w_2 şi modul în care ea a fost determinată implică următoarele proprietăţi pentru această componentă principală:

a. $E(w_2) = \left(a^{(2)}\right)' \mu$

b. $Var(w_2) = \lambda_2$

c. $Cov(w_2,w_1) = 0$

Vectorii proprii $a^{(1)}$ şi $a^{(2)}$ ce definesc combinaţiile liniare pentru primele două componente principale au proprietatea de a fi ortogonali. Procedând similar modului de determinare a primelor două componente principale w_1 şi w_2, putem determina şi restul celor n componente principale: $w_3,w_4,...,w_n$.

Proprietăţi ale componentelor principale:

- distribuirea după legea normală;
- conservarea variantei totale;
- conservarea variantei generalizate;
- dependenta de unităţile de măsură.

In cazul în care analiza componentelor principale este folosită ca o metodă de reducere a dimensiunii spaţiului de cauzalitate, apare necesitatea rezolvării unei probleme relativ dificile. Această problemă constă în determinarea numărului minim de componente principale care asigură preluarea unui procent satisfăcător din variabilitatea spaţiului cauzal iniţial şi care determină dimensiunea noului spaţiu de cauzalitate.

Numărul de componente principale reţinute în analiză este strict dependent de cantitatea de informaţie care se acceptă a fi sacrificată odată cu renunţarea la un anumit număr de componente principale.

Indiferent de modalitatea concretă de determinare a numărului minim de componente principale reţinute în analiză, criteriul general în funcţie de care se reţin componentele principale este cel al pierderii informaţionale minime. Practic, alegerea numărului de componente principale care se vor reţine în analiză este rezultatul unui compromis:

număr cât mai mic de componente principale, dar astfel încât renunţarea la celelalte componente principale să nu determine o pierdere mare de informaţie.

Dacă notăm cu p numărul de componente principale reţinute în analiză, p verificând restricţia p < n, apare necesitatea de a verifica dacă celelalte n-p componente principale la care se renunţă sunt sau nu expresia unei variabilităţi ce reprezintă o parte nesemnificativă din variabilitatea totală a spaţiului iniţial.

Altfel spus, apare necesitatea de a verigi ca dacă noul spaţiu p-dimensional, determinat de primele p componente principale, „acoperă" suficient de mult din variabilitatea caracteristică spaţiului n-dimensional iniţial.

Criterii după care se poate determina numărul de componente principale care sa fie reţinute pentru analiza:

- criteriul valorii supraunitare;
- criteriul pantei sau „al granularităţii";
- metoda analizei paralele;
- metoda regresiei;
- criteriul procentului de acoperire.

Verificarea semnificaţiei componentelor principale se poate face prin:

- testarea semnificaţiei valorilor proprii;
- forma ipotezei nule si teste specifice;
    - testul lui Lawley;
    - testul modificat al lui Lawley.

Există în literatura de specialitate diverse variante ale analizei în componente principale, dintre care reamintim:

- analiza pe matricea produselor încrucişate;
- analiza pe matricea de covarianta;
- analiza pe matricea de corelaţie.

2.2.3. Analiza factorială

Încă de la începuturile utilizării sale în activitatea de cercetare ştiinţifică, analiza factorială a fost folosită, aproape exclusiv, pentru a fundamenta o serie de cercetări psihologice referitoare la comportamentul şi abilitatea umană. Utilizarea analizei factoriale în acest scop se bazează pe o facilitatea extraordinară pe care o oferă acest instrument, ce care constă în existenţa posibilităţii de măsurare indirectă, de cuantificare a unor factori neobservabili.

Deseori în psihologie, precum şi în alte ştiinţe din domeniul economico-social, apare frecvent necesitatea identificării şi studierii unor entităţi informaţionale complexe, care nu pot fi observabile în sens statistic, ceea ce înseamnă că, în mod implicit, aceste entităţi nu pot fi direct măsurabile. Aceste entităţi sunt cunoscute în analiza factorială sub numele de factori comuni şi factori specifici. Ca exemple de astfel de entităţi informaţionale de acest tip putem menţiona statusul social, abilitatea managerială, inteligenţa, profilul psihologic ş.a.m.d. Se pot, însă, utiliza alte entităţi informaţionale, care au proprietatea că sunt măsurabile şi care reflectă entităţile informaţionale neobservabile menţionate anterior, astfel încât, prin intermediul acestora, putem face o evaluare indirecţi a entităţilor neobservabile

Ideea fundamentală care stă la baza oricărui demers ce vizează sintetizarea relaţiilor de cauzalitate este aceea că, în general, influenţele exercitate de variabilele explicative ce intervin într-o relaţie de cauzalitate complexă reprezintă o intermediere a influenţelor unor alţi factori, comuni unor submulţimi ale acestor variabile şi aflaţi în spatele acestora. Altfel spus, se consideră că influenţele exercitate de variabilele explicative, variabile care, în aparenţă, par a fi cauze directe ce determină un anumit efect, nu sunt altceva decât forme particulare de manifestare indirectă, intermediară, ale altor influenţe de natură primordială şi sintetică, influenţe specifice unor factori neobservabili, cu caracter latent.

Acceptând ipoteza că influenţele fiecăruia din aceşti factori comuni, cu natură latentă, se manifestă prin intermediul uneia sau a mai multor variabile explicative, putem separa aceste variabile în submulţimi de variabile ce au un element comun, iar prin intermediul acestor submulţimi să definim o corectă şi sugestivă structură a dependenţei.

Printre domeniile a căror investigare presupune cu preponderenţă existenţa unui instrument de analiză care să permită depistarea substanţei comune conţinută în variabilele urmărite putem menţiona pe cel sociologic şi pe cel psihologic.

Instrumentul a cărui operaţionalitate şi eficienţă sunt unanim recunoscute în rezolvarea problemelor care au ca scop sintetizarea relaţiilor de cauzalitate este analiza factorială.

In domeniul economic aplicaţiile analizei factoriale sunt întâlnite în majoritatea analizelor şi predicţiilor care vizează prospectarea pieţii, fundamentarea strategiilor fi deciziilor manageriale la nivelul agenţilor economici, comportamentul consumatorilor sau procesul decizional din domeniul financiar-bancar.

Practic, nu există analiză de date sau predicţie din domeniul economic care să nu apeleze, cel puţin în faza preliminară, la utilizarea unui instrument cum este cel oferit de analiza factorială.

Printre cele mai frecvent întâlnite aplicaţii ale analizei factoriale în domeniul economic putem menţiona pe cele care ai ca scop determinarea unor indici agregaţi pentru diferite fenomene economice complexe sau pe cele care îşi propun clasificarea şi ierarhizarea unor opţiuni sau entităţi economice în funcţie de mai multe criterii economice şi sociale.

Din ce în ce mai mult în ultimul timp folosirea analizei factoriale este întâlnită şi în domeniul politologiei. Studiile riguroase de fundamentare a strategiilor politice folosesc analiza factorială în special pentru determinarea opţiunilor politice ale electoratului înaintea organizării scrutinurilor şi pentru cunoaşterea motivaţiilor concrete care determină aceste opţiuni

Prin intermediul tehnicilor de acest fel se încearcă aplicarea unor transformări şi aproximări, astfel încât să se obţină reprezentări în subspaţii cu mai puţine dimensiuni, respectiv în subspaţii unidimensionale, bidimensionale sau, cel mult, tridimensionale. Aceste transformări şi aproximări trebuie să fie aplicate în aşa fel încât să se verifice condiţia ca distanţele obţinute în noul spaţiu între obiecte sau variabile să reflecte cât mai bine distanţele existente între acestea în spaţiul original. Noul spaţiu rezultat din efectuarea analizei factoriale, se numeşte spaţiul factorilor

Utilizarea analizei factoriale se face sub forma a două modalităţi de abordare: modalitatea exploratorie şi modalitatea confirmatorie

In analiza factorială se lucrează cu o serie de concepte importante, al căror conţinut şi interpretare se caracterizează, de cele mai multe ori, prin multiple şi subtile aspecte informaţionale. Conceptul fundamental al analizei factoriale este cel factor comun sau fa factor latent, celelalte concepte utilizate fiind definite, într-o măsură mai mare sau mai mică, în raport cu acest concept de referinţă.

Factorul comun este o construcţie abstractă, care încearcă să exprime sub o formă numerică o entitate informaţionali neobservabilă, ascunsă în spatele unei mari varietăţi de manifestări eterogene, dar a cărei semnificaţie este extrem de importanta atât din punct de vedere teoretic, cât şi practic. Factorul comun are o natură similară cu cea a unui factor cauzal cu semnificaţie stabilă şi consistentă, a cărui existenţă şi manifestare influenţează valorile unei întregi mulţimi de indicatori.

Factorul comun reprezintă o entitate informaţională de natura generala care exprima o caracteristica esenţială a unui fenomen sau proces din realitate si care îşi exercita influenta asupra tuturor elementelor unei

mulţimi de indicatori si care nu poate fi supusa unui proces direct de observare si măsurare.

In analiza factorială se presupune că legătura dintre variabilele indicator şi factorii comuni poate fi exprimată sub o formă liniară, exprimare care conduce la necesitatea estimării coeficienţilor care intervin în definirea respectivei forme

O ipoteză importantă a analizei factoriale constă în presupunerea conform căreia nivelul unei variabile indicator se formează ca urmare a unor influenţei conjugate, exercitate atât de factorul sau factorii comuni, cât şi de un factor unic. In afara acestor influenţe cu natură semnificativă, asupra nivelului unei variabile indicator se mai exercită şi influenţa erorilor de măsurare, influenţă considerată a fi neglijabilă.

Departe de a avea o semnificaţie măcar comparabilă cu aceea a factorilor comuni, factorul unic are, totuşi, o natură similară acea a acestor factori: influenţează nivelul unei variabile indicator şi are natură neobservabilă. Spre deosebire de factorul comun, a cărui influenţă se manifestă la nivelul tuturor variabilelor indicator, factorul unic este caracterizat prin aceea că influenţa sa are o natură particulară, unilaterală, considerată a se exercita sau exprima numai la nivelul unei singure variabile indicator. Din acest motiv, numărul de factori unici coincide cu numărul de indicatori sau de teste

Factorul unic reprezintă o entitate informaţională de natura particulara, care îşi exercită influenta in mod unilateral, asupra unei singure variabile indicator si care nu poate fi supus unui proces direct de observare.

In analiza factorială variabilele indicator sunt considerate a fi dependente de factorii comuni şi de factorul unic, în mod similar cu dependenţa descrisă de modelele de regresie, în care variabila dependentă este, reprezentată de indicator sau test, variabilele independente sunt reprezentate de factorii comuni, iar termenul eroare este reprezentat de factorul unic şi de factorul rezidual.

Analiza factorială este unul dintre cele mai puternice, mai subtile şi mai utile instrumente de analiză a datelor, eficienţa utilizării ei fiind de necontestat în aproape toate fazele importante ale unui astfel de demers, inclusiv în faza exploratorie a analizei. Scopul principal al analizei factoriale este acela al deducerii unor construcţii ipotetice, al identificării unor factori iniţiali, prin intermediul cărora să poată fi explicate interdependenţele existente între elementele unei mulţimi de variabile indicator.

Spre deosebire de analiza componentelor principale, care are ca scop reexprimarea unei proporţii cat mai mari din variabilitatea spaţiului cauzal iniţial, analiza factorială îşi propune să găsească cea mai bună modalitate de reproducere a corelaţiilor manifestate între elementele unei

mulţimi de indicatori, cea mai bună modalitate de reexprimare a interdependenţelor dintre variabilele indicator

Analiza factorială este o analiza multivariată care are ca scop explicarea corelaţiilor manifestate intre o serie de variabile numite indicatori sau testăm prin intermediul unui număr mai mic de factori ordonaţi si necorelaţi, numiţi factori comuni.

Ca metodă de analiză multidimensională, analiza factorială este folosită, în principal, în rezolvarea următoarelor tipuri de probleme:

•studierea nivelelor diferite de manifestare a interdependenţelor dintre variabilele explicative, în special atunci când numărul acestora este foarte mare;

•detectarea unei structuri simplificate şi clare a reiaţilor de interdependenţă existente între variabilele explicative;

•obţinerea unei "cluster-izări", unei clasificări a variabilelor explicative prin intermediul unor entităţi numite factori, astfel încât variabilele aparţinând unui anumit factor să fie puternic intercorelate;

•obţinerea unor informaţii specifice, sub forma aşa-numiţilor factori, pe baza cărora să se poată face o interpretare sintetică a relaţiilor de cauzalitate;

•verificarea unor ipoteze cu privire la existenţa unei structuri factoriale particulare sau cu privire la existenţa unui anumit număr de factori comuni;

•sintetizarea potenţialului cauzal comun al mai multor variabile explicative sub forma unui număr cât mat redus de factori.

Etapele esenţiale ale procesului de analiza factorială:

- determinarea numărului minimal de factori comuni cu ajutorul căruia pot fi explicate în mod optimal corelaţiile existente între variabilele indicator,
- efectuarea unor rotaţii ale factorilor, în scopul determinării soluţiei factor sub cea mai simplă şi mai clară formă;
- estimarea intensităţilor factorilor, structurii legăturilor, comunalităţilor şi variantelor factorilor unici,
- deducerea unor interpretări adecvate pentru factorii comuni;
- estimarea scorurilor factorilor.

Analiza factorială exploratorie reprezintă acea modalitate de utilizare a analizei factoriale care are ca scop detectarea unei structuri, a dependentei şi generarea unor construcţii teoretice, cunoscute sub numele de factori comuni

Analiza factorială confirmatorie reprezintă acea modalitate de utilizare a analizei factoriale care are ca scop confirmarea unor ipoteze şi teorii privind structura dependentei cauzale.

Ipotezele modelului analizei factoriale:

- Prima ipoteză se referă la presupunerea că nivelul sau valorile unui ansamblu de variabile aleatoare $x_1, x_2, ...x_n$ se formează ca rezultat exclusiv al influenţei a trei categorii de factori;

• o mulţime formată din p factori comuni, $f_1, f_2, ...f_p$, a căror influenţă se consideră a se exercita asupra fiecăreia dintre cele n variabile considerate;

• o mulţime formată din n factori unici, $u_1, u_2, ...u_n$, a căror influenţă se consideră a se exercita în mod individual, fiecare factor unic influenţând una şi numai una dintre variabilele considerate;

• o mulţime de n factori reziduali, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ...\varepsilon_n$, a căror influenţă se consideră a fi exercitată tot în mod individual,fiecare factor rezidual influenţând câte o singură variabilă.

- Cea de-a doua ipoteză pe care se fundamentează analiza factorială este aceea că în conţinutul informaţional al variabilelor aleatoare $x_1, x_2, ...x_n$ se regăsesc informaţii cu privire la factorii comuni şi unici, ceea ce înseamnă că ele pot fi folosite ca indicatori ai acestor factori, ca semnale informaţionale generate de aceşti factori.

Faptul că influenţele sunt considerate pe trei categorii de factori determină o structură a modelului matematic factorial general de forma următoare:

$$x_1 = \varphi_1(f_1, f_2, ..., f_p; u_1) + \varepsilon_1$$

$$x_2 = \varphi_2(f_1, f_2, ..., f_p; u_2) + \varepsilon_2$$

.....

$$x_n = \varphi_n(f_1, f_2, ..., f_p; u_n) + \varepsilon_n$$

unde funcţiile φ_i sunt funcţii cu p+1 variabile, funcţii ce pot fi liniare sau neliniare in raport cu variabilele.

De regulă, în practică, se foloseşte varianta cu ecuaţii liniare, modelul luând forma următoare:

$$x_1 = a_{11}f_1 + a_{12}f_2 + ... + a_{1p}f_p + a_1u_1 + \varepsilon_1$$
$$x_2 = a_{21}f_1 + a_{22}f_2 + ... + a_{2p}f_p + a_2u_2 + \varepsilon_2$$
.....
$$x_n = a_{n1}f_1 + a_{n2}f_2 + ... + a_{np}f_p + a_nu_n + \varepsilon_n$$

Coeficienţii sunt cunoscuţi sub denumirea de intensitate a factorilor (factor loading). Prin mărimea sa, coeficientul măsoară intensitatea influenţei exercitate de factorul respectiv, în timp ce semnul său arată sensul influenţei exercitate.

Având în vedere că la nivelul variabilei indicator nu se poate face diferenţa clară între factorul unic şi cel rezidual, modelul devine:

$$x_1 = a_{11}f_1 + a_{12}f_2 + ... + a_{1p}f_p + a_1u_1$$
$$x_2 = a_{21}f_1 + a_{22}f_2 + ... + a_{2p}f_p + a_2u_2$$
.....
$$x_n = a_{n1}f_1 + a_{n2}f_2 + ... + a_{np}f_p + a_nu_n$$

Făcând următoarele notaţii:

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ ... \\ x_n \end{pmatrix},\ f = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ ... \\ f_p \end{pmatrix},\ u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ ... \\ u_n \end{pmatrix},\ F = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & ... & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & ... & a_{2p} \\ ... & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & ... & a_{np} \end{pmatrix},$$

$$D = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & a_2 & ... & 0 \\ ... & & & \\ 0 & 0 & ... & a_n \end{pmatrix}$$

rezultă $x = Ff + Du$

În raport cu această formă se defineşte conceptul de configuraţie factorială, concept ce poate fi folosit şi într-un sens mai larg, cu referire la întregul set de ecuaţii ce defineşte modelul.

Vom nota matricea de corelaţie a variabilelor cu R

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & ... & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & ... & r_{2n} \\ ... & & & \\ r_{n1} & r_{n2} & ... & r_{nn} \end{pmatrix}$$

având elementele diagonale egale cu unitatea, $r_{ii} = 1$.

Cum, de regulă, variabilele indicator sunt considerate a fi centrate, atunci matricea de corelaţie a acestora coincide cu matricea de covariantă. Referitor la cei n factori comuni vom nota matricea de covariantă:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & ... & \lambda_{1p} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & ... & \lambda_{2p} \\ ... & & & \\ \lambda_{p1} & \lambda_{p2} & ... & \lambda_{pp} \end{pmatrix}$$

unde elementul diagonal λ_{kk} reprezintă varianta factorului comun f_k în timp ce elementul nediagonal λ_{ij} reprezintă covarianta dintre factorul f_i şi f_j. Dacă factorii sunt mărimi standardizate, atunci matricea de corelaţie a factorilor coincide cu matricea de covariantă a acestora. În această situaţie, elementele diagonale sunt egale cu unitatea, respectiv $f_k = \lambda_{kk} = 1$.

Spaţiul test sau spaţiul factor este un spaţiu real de dimensiune (p+1) ale cărui axe sunt ortogonale două câte două şi sunt reprezentate de factorii comuni $f_1, f_2, ...f_p$ şi de factorul unic u.

Variabilitatea ce caracterizează celor două spaţii implicate în analiză, spaţiul original şi spaţiul test, este măsurată prin intermediul variantei sau dispersiei.

Componentele variantei sunt corespunzătoare celor trei categorii generale de factori consideraţi a influenţa variabila indicator x_j, respectiv comuni, unici şi reziduali, în analiza factorială se postulează ipoteza conformă căreia varianta σ_j^2, corespunzătoare variabilei x_j, poate împărţită în trei componente importante:

- componenta h_j^2, numită comunalitate, care este acea parte a variantei totale σ_j^2 ce exprimă informaţia comună tuturor variabilelor care definesc spaţiul cauzal n-dimensional şi care se formează sub influenţa factorilor comuni $f_1, f_2, ...f_p$.
- componenta a_j^2, numită unicitate, care este acea parte a variantei totale σ_j^2 ce exprimă informaţie semnificativă de natură specifică, caracteristică variabilei particulare x_j şi care

se formează sub influenţa factorului unic u_j;

• componenta e_j^2, numită rezidualitate sau eroare, care este acea parte a variantei totale σ_j^2 formată sub influenţa factorului rezidual asociat cu variabila respectivă şi exprimă informaţia nesemnificativă cu caracter specific variabilei x_j.

Cea mai importantă dintre cele trei este comunalitatea, care exprimă contribuţia factorilor la formarea variantei variabilei indicator şi care poate fi privită, la rândul său, ca o variantă. Se numeşte configuraţie factor mulţimea intensităţilor corespunzătoare factorilor comuni ce apar într-un model factorial.

Configuraţia factor este foarte importantă în cadrul analizei factoriale din mai multe puncte de vedere, în primul rând, elementele care intră în alcătuirea configuraţiei factor caracterizează intensitatea şi sensul influenţelor exercitate de factori asupra formării nivelului variabilelor indicator. De asemenea, configuraţia factor, în varianta sa extinsă, este importantă, deoarece ea se constituie ca o reprezentare simplificată şi completă a modelului factorial.

Se numeşte structura factor sau structura factorială mulţimea coeficienţilor de corelaţie dintre variabilele indicator ale unui model factorial şi factorii comuni incluşi în acel model. Importanţa structurii factor în cadrul analizei factoriale constă în aceea că ea evidenţiază corelaţiile existente între variabilele indicator şi factorii comuni şi facilitează interpretarea esenţei factorilor comuni, prin prisma naturii pe care o au variabilele indicator.

Criterii pentru alegerea numărului de factori din model:

- criteriul procentului de acoperire;
- criteriul lui Kaiser;
- criteriul „granulozităţii”.

2.2.4. Analiza canonică

Analiza canonică descrie relaţiile liniare dintre două mulţimi de variabile ce descriu acelaşi grup de indivizi. A fost propusă şi formalizată pentru prima dată de Hoteling în 1936. La un studiu mai atent, se poate observa că analiza canonică este o generalizare a regresiei liniare multiple. Contrar însă regresiei liniare, în care există o variabilă dependentă (explicată) şi o mulţime de variabile independente (explicative), în analiza canonică rolul jucat de cele două mulţimi de variabile este acelaşi. Analiza

canonică determină în ce măsură cele două grupuri de variabile reflectă, sau nu, aceeaşi realitate.

Datele sunt prezentate în doua matrice *X* şi *Y* cu *n* linii respectiv *p* şi *q* coloane, având forma următoare:

$$X_{n\times p}=\begin{pmatrix} x_1^1 & \dots & x_1^j & \dots & x_1^p \\ & & \vdots & & \\ x_i^1 & \dots & x_i^j & \dots & x_i^p \\ & & \vdots & & \\ x_n^1 & \dots & x_n^j & \dots & x_n^p \end{pmatrix},\quad Y_{n\times q}=\begin{pmatrix} y_1^1 & \dots & y_1^j & \dots & y_1^q \\ & & \vdots & & \\ y_i^1 & \dots & y_i^j & \dots & y_i^q \\ & & \vdots & & \\ y_n^1 & \dots & y_n^j & \dots & y_n^q \end{pmatrix}.$$

Datele pot fi sau centrate sau standardizate. În continuare vom prezenta varianta de analiză cu datele centrate.

Coloanele tabelului *X* definesc *p* variabile cantitative, iar coloanele tabelului *Y* definesc *q* variabile cantitative. Se presupune că matricea *X* este de rang *p*, iar matricea *Y* este de rang *q*.

Analiza canonica se desfăşoară în *k* etape având ca rezultat extragerea a *k* perechi de variabile noi numite variabile canonice (z^i,u^i), i =1,*k*. Variabilele z^i fac parte din spaţiul W_1 generat de coloanele matricei X, iar variabilele u^i fac parte din spaţiul W_2 generat de coloanele matricei Y. Variabilele dintr-o pereche canonică sunt maxim corelate între ele şi complet necorelate faţă de celelalte variabile canonice din acelaşi spaţiu.

Etapa 1. Se determină un cuplu de variabile canonice (z^1,u^1) ca o combinaţie liniară de variabilele vechi: z^1 este combinaţie liniară de variabilele $X^1,\dots,X^p$, iar u^1 este combinaţie liniară de variabilele $Y^1,\dots,Y^q$. Variabilele canonice sunt maxim corelate între ele şi sunt determinate sub condiţia de normalizare.

$$z^1 = X\cdot a^1,\ u^1 = Y\cdot b^1$$

$$z^1=\begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1p} \\ \dots & & \\ x_{n1} & \dots & x_{np} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} a_1^1 \\ \dots \\ a_n^1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} a_1^1x_{11}+\dots+a_p^1x_{1p} \\ \dots \\ a_1^1x_{n1}+\dots+a_p^1x_{np} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} z_1^1 \\ \dots \\ z_p^1 \end{bmatrix}$$

$$u^1=\begin{bmatrix} b_1^1y_{11}+\dots+b_q^1y_{1q} \\ \dots \\ b_1^1y_{n1}+\dots+b_q^1y_{nq} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} u_1^1 \\ \dots \\ u_q^1 \end{bmatrix}$$

Soluţia problemei puse la acest pas este: z^1 este primul vector propriu al matricei P_1P_2 corespunzător celei mai mari valori proprii, iar u^1 este

primul vector propriu al matricei P_2P_1 corespunzător aceleaşi valori proprii. P_1 şi P_2 sunt proiectorii liniari ortogonali pe spaţiile W_1 şi W_2 generate de coloanele matricelor X şi Y. Valoarea proprie α_1 este coeficientul de corelaţie între variabilele canonice z^1 şi u^1.

Pentru un z^1 oarecare dat, $z^1 \in R^n$, vectorul din spaţiul W_2 care face un unghi minim cu z^1 este proiecţia ortogonală a lui z^1 pe spaţiul W_2. Prin urmare, $R^2(z^1,u^1)$ este maximal dacă u^1 este coliniar cu proiecţia ortogonală a lui z^1 pe spaţiul W_2. Proiecţia lui z^1 pe axa u^1 este în acelaşi timp şi proiecţia ortogonală a lui z^1 pe spaţiul W_2, adică: $P_2z^1 = R(z^1, u^1)u^1$.

În mod simetric, pentru u^1 dat $R^2(z^1,u^1)$ este maximal dacă z^1 este coliniar cu proiecţia ortogonală a lui u^1 pe spaţiul W_1, deci:

$$P_1u^1=R(z^1,u^1)z^1.$$

$$P_1P_2z^1=P_1R(z^1,u^1)u^1=R(z^1,u^1)P_1u^1=R^2(z^1,u^1)z^1$$

$$\Rightarrow \quad P_1P_2z^1= R^2(z^1,u^1)z^1,$$

unde $R^2(z^1,u^1)$ este maximal

z^1 este vector propriu al matricei P_1P_2 corespunzător celei mai mari valori proprii $\alpha_1 = R^2(z^1,u^1)$

$$P_2P_1u^1=P_2R(z^1,u^1)z^1=R(z^1,u^1)P_2z^1=R^2(z^1,u^1)u^1$$

$\Rightarrow z^1$ este vector propriu al matricei P_2P_1 corespunzător celei mai mari valori proprii $\alpha_1 = R^2(z^1,u^1)$.

Etapa 2. Se determină al doilea cuplu de variabile canonice, z^2 şi u^2, astfel încât $R^2(z^2,u^2)$ sa fie maxim, iar $R(z^1,z^2)$ şi $R(u^1,u^2)$ sa fie 0.

Soluţiile problemei sunt vectorii proprii de ordinul 2 ai matricelor P_1P_2 şi P_2P_1 corespunzători celei de-a doua valori proprii. Valoarea proprie α_2 este coeficientul de corelaţie între variabilele canonice z^2 şi u^2.

În plus faţă de pasul 1 trebuie demonstrat că z^2 şi z^1 respectiv u^2 şi u^1 nu sunt deloc corelate, deci $(z^1)^t z^2 = 0$ şi $(u^1)^t u^2 = 0$.

Înmulţim relaţia $P_1P_2z^2= R^2(z^2,u^2)z^2$ la stânga cu $(z^1)^t$:

$$(z^1)^t P_1P_2z^2= R^2(z^2,u^2) (z^1)^t z^2$$

Deoarece matricele P_1 şi P_2 sunt simetrice: $(z^1)^t P_1P_2 = (P_2P_1z^1)^t$.

$$(P_2P_1z^1)^tz2 = R^2(z^2,u^2) (z^1)^t z^2$$

$$(z^1)^tz^2(R^2(z^1,u^1)-R^2(z^2,u^2)) = 0 \Rightarrow (z^1)^tz^2 = 0$$

Etapa k. Se determină cuplul k de variabile canonice (z^k,u^k), astfel încât acestea să fie maxim corelate, varianţa lor să fie 1, iar raportul de corelaţie cu variabilele canonice determinate la paşii anteriori să fie 0.

$$\begin{cases} \max(R^2(z^k,u^k)) \\ \mathrm{var}(z^k) = \mathrm{var}(u^k) = 1 \\ R(z^k,z^i) = R(u^k,u^i) = 0, i = 1,k-1 \end{cases}$$

Soluţiile problemei sunt vectorii proprii de ordinul k ai matricelor P_1P_2 şi P_2P_1 corespunzători valorii proprii de ordinul k.

Componentele canonice se determină şi după relaţiile:

$$z^i = X\cdot a^i,\ u^i = Y\cdot b^i,\ i=1,k$$

unde a^i şi b^i sunt factorii canonici corespunzători variabilelor canonice.

Se poate observa că matricele P_1P_2 şi P_2P_1 sunt de ordinul n. În imensa majoritate a situaţiilor, numărul de indivizi este mult mai mare decât numărul de variabile. Prin urmare, operaţiunile de determinare a vectorilor şi valorilor proprii sunt foarte costisitoare pe astfel de matrice.

La etapa k se determină z^k, vector propriu al matricei P_1P_2.

Deci: $P_1P_2z^k = R^2(z^k,u^k)z^k$.

Deoarece $P_1 = X(X^tX)^{-1}X^t$ si $P_2 = Y(Y^tY)^{-1}Y^t$ - ca urmare a regresiei multiplă - iar $z^k = Xa^k$, se obţine: $X(X^tX)^{-1}X^tY(Y^tY)^{-1}Y^tXa^k = R^2(z^k,u^k)\,Xa^k$.

Înmulţind aceasta relaţie la stânga cu $(X^tX)^{-1}X^t$ rezultă:

$$(X^tX)^{-1}X^tY(Y^tY)^{-1}Y^tXa^k = R^2(z^k,u^k)\,a^k.$$

Dacă se efectuează următoarele notaţii: $V_{11} = X^tX$, $V_{22} = Y^tY$, $V_{12} = X^tY$, $V_{21} = Y^tX$, se obţine: $V_{11}^{-1}V_{12}V_{22}^{-1}V_{21}\,a^k = R^2(z^k,u^k)\,a^k$.

În mod asemănător, se obţine relaţia: $V_{22}^{-1}V_{21}V_{11}^{-1}V_{12}\,b^k = R^2(z^k,u^k)\,b^k$.

Se poate observa că $\frac{1}{n}V_{11}$ este matricea de covarianţă între variabilele din grupa X, $\frac{1}{n}V_{22}$ este matricea de covarianţă între variabilele din grupa Y, $\frac{1}{n}V_{12}$ este matricea de covarianţă între variabilele din grupa X şi grupa Y iar $\frac{1}{n}V_{21}$ este matricea de covarianţă între variabilele din grupa Y şi grupa X.

În concluzie, a^k este vectorul propriu de ordinul k al matricei $V_{11}^{-1}V_{12}V_{22}^{-1}V_{21}$ corespunzător valorii proprii $\alpha_k = R^2(z^k,u^k)$, iar b^k este vectorul

propriu de ordinul k al matricei $V_{22}^{-1}V_{21}V_{11}^{-1}V_{12}$ corespunzător aceleaşi valori proprii. Deoarece aceste matrice au dimensiunile p respectiv q este mult mai convenabilă această modalitate de determinare a variabilelor canonice. Numărul de etape se determină după relaţia $k = \min(p,q)$.

Scopul analizei canonice este de a pune în evidenţă afinităţile dintre două grupuri de variabile urmărite la o aceeaşi mulţime de indivizi. Reprezentările grafice se realizează, aşadar, atât din perspectiva variabilelor, cât şi din aceea a indivizilor. Graficele sunt mai semnificative când se referă la primele etape ale analizei, etape în care cuplurile de variabile canonice sunt mai puternic corelate.

Reprezentarea variabilelor. Reprezentarea variabilelor se face precum la analiza în componente principale cu ajutorul cercului corelaţiilor. Spaţiul W_1 al primelor variabile este numit spaţiul primal, iar spaţiul W_2 al celui de-al doilea grup de variabile, spaţiul dual. Reprezentarea se poate face în fiecare dintre cele două spaţii sau pe un grafic comun.

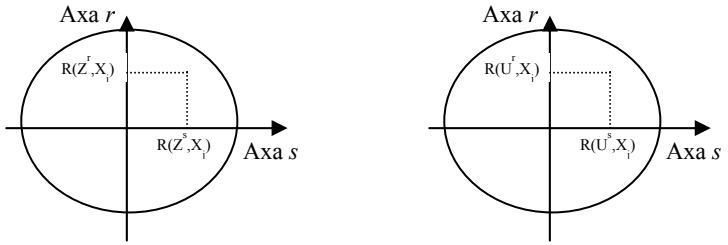


Figura 2.1. *Reprezentarea individului j în spaţiul primal şi în spaţiul dual*

Reprezentarea indivizilor. Permite evidenţierea indivizilor cu un comportament particular în raport cu cele două grupe de variabile. Astfel, dacă un individ *i* ocupă locuri complet diferite în cele două grafice, primal şi dual, atunci cele două grupe de variabile sunt complet diferite informaţional din punctul de vedere al acestui individ.

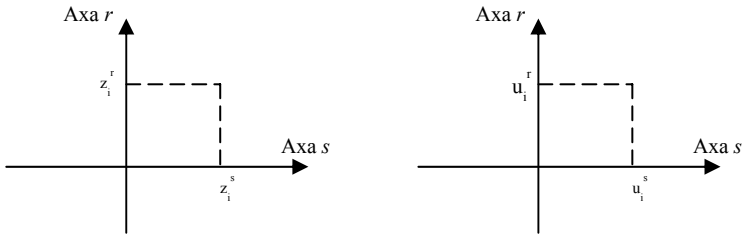


Figura 2.2. *Reprezentarea individului i în spaţiul primal şi dual*

CAPITOLUL 3
APLICARE ALGORITMI ŞI METODOLOGII PE SETUL DE DATE STOCAT, PRIVIND CRIZELE ŞI CONFLICTELE ARMATE

Testare rezultate obţinute în urma prelucrării statistice.
Studii de consistenţă statistică.
Indicatori selectaţi privind gestionarea situaţiilor de criză

INDICATORI DE STARE ŞI DE DINAMICĂ

I. Indicatori privind starea globală.
II. Indicatori privind starea continentului.
III. Indicatori privind starea regională (zona Mării Negre).
IV. Indicatori privind starea naţiunii.

Tabelul 3.1.

Indicatori	**Valori***				
	Normale	**Anormale**	**Precriză**	**Criză**	**Război**
1. Indicatori privind starea şi dinamica economică					
1.2. Indicatori privind forţa de muncă					
Gradul de încadrare a populaţiei					
1.6. Indicatori privind agricultura					
Teren arabil muncit (% din totalul terenului arabil)					
2. Indicatori privind Produsul Intern Brut					
Valoarea totală					
3. Indicatori privind starea şi dinamica financiară					
3.1. Structura sistemului financiar naţional					
Rata dobânzii					
Rata inflaţiei					
3.2. Situaţia monedei naţionale					
Curs					

3.3. Sistemul bancar					
Valoarea tranzacţiilor					
4. Indicatori privind starea şi dinamica demografică					
4.1. Structura populaţiei					
Populaţie medie					
4.2. Natalitatea					
Rata natalităţii					
Rata mortalităţii					
4.6. Mişcarea migratorie a populaţiei					
Rata migraţiei					
4.7. Creşterea demografică					
Rata creşterii totale					
9. Indicatori privind starea de securitate					
9.1. Indicatori privind securitatea externă					
9.1.2. Ameninţări financiare					
Balanţa de plăţi					
9.2. indicatori privind securitatea internă					
9.2.4. Indicatori de securitate militară					
Valoarea cheltuielilor militare (% din PIB)	0-4	4,1-6	6,1-7	7,1-8	8-50
Rata de creştere a bugetelor militare	= rPIB	> rPIB	> 7% PIB	>30% PIB	Dublu
Pierderi în vieţi omeneşti (% din efective)	0	0-1	1,1-2	2,1-4	4,1-30
11. Indicatori socio-militari					
Numărul conflictelor armate şi războaielor pe an	0				
Numărul victimelor civile ale conflictelor pe an	0	0-			
12. Indicatori militari					
Efective militare la mia de locuitori	0,1-0,5	0,6-0,8	0,8-2	2,1-8	8,1-10
Numărul statelor care deţin arma nucleară	0	5	8	8-10	>10
Număr de baze militare	0	1-5	6-10	10-15	>15

importante noi					
Numărul structurilor paramilitare	0	1-5	6-10	10-15	>15
Numărul experienţelor nucleare	0	1-2	3-4	5-6	> 6
13. Indicatori de stare şi de dinamică privind evaluarea terorismului					
13.1. Indicatori de sistem şi de stare					
Numărul organizaţiilor teroriste	0	1-10	10-20	20-40	> 40
Numărul atacurilor teroriste	0	1-10	10-20	20-40	> 40
13.2. Indicatori de dinamică					
Frecvenţa acţiunilor teroriste pe unitatea de timp (lună)	0	0,1-1	1,1-2	2-3	> 3
Media anuală a acţiunilor teroriste	0	1-10	10-20	20-40	> 40

* valorile pentru indicatorii din sfera economicului, precum şi ajustări pentru cei din sfera militară vor fi generate în anul 2007, pe baza extinderii analizei atât asupra indicatorilor cât şi asupra ţărilor analizate.

Vom nota în cele ce urmează:

C_m - reprezentând cheltuielile militare;

PIB - reprezentând Produsul Intern Brut;

R_r - reprezentând rata dobânzii;

R_i - reprezentând rata inflaţiei;

P_o - reprezentând populaţia ocupată;

N - reprezentând numărul de locuitori;

R_m - reprezentând rata migraţiei;

R_n - reprezentând rata natalităţii;

R_d - reprezentând rata mortalităţii;

A_t - reprezentând numărul atacurilor teroriste.

- Efectuând regresia dintre *Volumul cheltuielilor militare* şi *Numărul atacurilor teroriste*

$$Ch\ militare = f(Nr.\ atacuri\ teroriste) + \varepsilon$$

s-au obţinut rezultatele din tabelul următor, ceea ce arată:

- o slabă dependenţă dintre cheltuielile militare şi numărul atentatelor teroriste, pe baza istoriei dependenţelor dintre acestea (1 singur atentat în 17 ani), explicaţia constând în aceea că pregătirea împotriva unor posibile atacuri teroriste este permanentă.

Tabelul 3.2.

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics	
Multiple R	0.154534
R Square	0.023881
Adjusted R Square	-0.03713
Standard Error	0.623146
Observations	18

ANOVA

	df	*SS*	*MS*	*F*	*Significance F*
Regression	1	0.152001	0.152001	0.391442	0.540365
Residual	16	6.212976	0.388311		
Total	17	6.364978			

	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*	*Lower 95%*	*Upper 95%*	*Lower 95.0%*	*Upper 95.0%*
Intercept	1.401176	0.151135	9.271018	7.79E-08	1.080784	1.721569	1.080784	1.721569
X Variable 1	-0.40118	0.641212	-0.62565	0.540365	-1.76048	0.958132	-1.76048	0.958132

RESIDUAL OUTPUT

Observation	*Predicted Y*	*Residuals*	*Standard Residuals*
1	1.401176	-0.50118	-0.82902
2	1.401176	-0.43118	-0.71323

PROBABILITY OUTPUT

Percentile	*Y*
2.777778	0.9
8.333333	0.97

3	1	-2.2E-16	-3.7E-16	13.88889	1
4	1.401176	-0.39118	-0.64706	19.44444	1.01
5	1.401176	-0.37118	-0.61398	25	1.03
6	1.401176	-0.37118	-0.61398	30.55556	1.03
7	1.401176	-0.35118	-0.5809	36.11111	1.05
8	1.401176	-0.34118	-0.56436	41.66667	1.06
9	1.401176	-0.33118	-0.54782	47.22222	1.07
10	1.401176	-0.30118	-0.49819	52.77778	1.1
11	1.401176	-0.24118	-0.39894	58.33333	1.16
12	1.401176	-0.19118	-0.31623	63.88889	1.21
13	1.401176	-0.19118	-0.31623	69.44444	1.21
14	1.401176	-0.15118	-0.25007	75	1.25
15	1.401176	0.798824	1.321373	80.55556	2.1
16	1.401176	0.698824	1.155958	86.11111	2.2
17	1.401176	1.148824	1.900325	91.66667	2.55
18	1.401176	1.518824	2.51236	97.22222	2.92

Ecuaţia de regresie în acest caz este dată de:

$$C_m = 1.401176 - 0.40118 A_t;\ R^2 = 0.023881$$
$$(0.151135) \qquad (0.641212)$$

unde valorile din paranteză reprezintă eroarea standard.

Din reprezentările grafice obţinem următoarele:

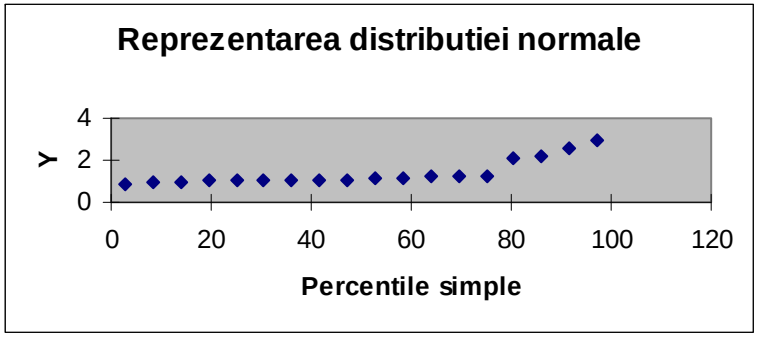


Figura 3.1.

Se constată astfel o evoluţie crescătoare a distribuţiei normale în raport cu percentilele simple.

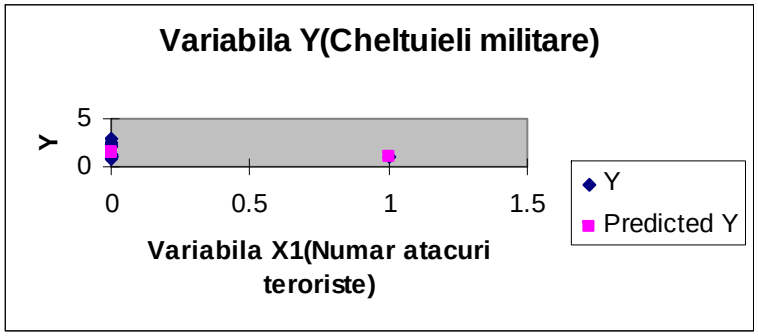


Figura 3.2.

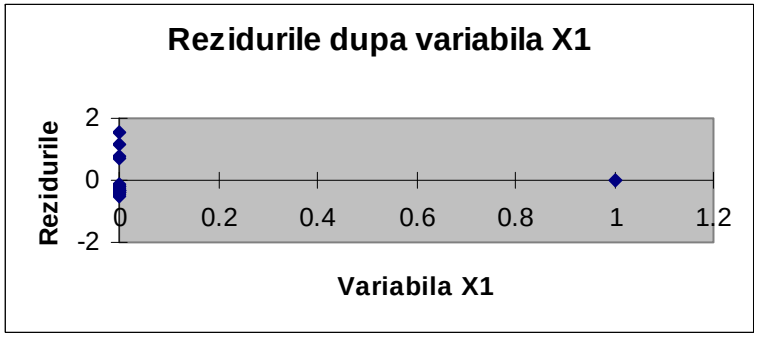


Figura 3.3.

Se constată astfel, practic o necorelare între evoluţia cheltuielile militare şi numărul atentatelor teroriste.

Pentru exemplificare, analizăm aceeaşi dependenţă la nivelul Israelului, unde din nefericire numărul atacurilor teroriste este cel mai ridicat, constatând următoarele:

Tabelul 3.3.

SUMMARY OUTPUT								
Regression Statistics								
Multiple R	0.007135							
R Square	5.09E-05							
Adjusted R Square	-0.16661							
Standard Error	0.658188							
Observations	8							
ANOVA								
	df	*SS*	*MS*	*F*	*Significance F*			
Regression	1	0.000132	0.000132	0.000305	0.986623			
Residual	6	2.599268	0.433211					
Total	7	2.5994						
	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*	*Lower 95%*	*Upper 95%*	*Lower 95.0%*	*Upper 95.0%*
Intercept	10.10535	0.384724	26.26649	2.01E-07	9.163967	11.04674	9.163967	11.04674
X Variable 1	-0.00022	0.012832	-0.01748	0.986623	-0.03162	0.031175	-0.03162	0.031175
RESIDUAL OUTPUT					PROBABILITY OUTPUT			
Observation	*Predicted Y*	*Residuals*	*Standard Residuals*		*Percentile*	*Y*		
1	10.10356	-0.77356	-1.26946		6.25	9.33		
2	10.09437	-0.60437	-0.9918		18.75	9.49		
3	10.09235	0.387653	0.63616		31.25	9.58		
4	10.10109	-0.29109	-0.4777		43.75	9.81		
5	10.09952	0.490477	0.8049		56.25	10.48		
6	10.10266	-0.52266	-0.85772		68.75	10.59		
7	10.10311	0.546888	0.897475		81.25	10.65		
8	10.10334	0.766664	1.258139		93.75	10.87		

Ecuaţia de regresie în acest caz este dată de:

$$C_m = 10.10535 - 0.00022A_t \; ; \; R^2 = 5.09E-05$$
$$(0.384724) \qquad (0.012832)$$

unde valorile din paranteză reprezintă eroarea standard.
Din reprezentările grafice obţinem următoarele:

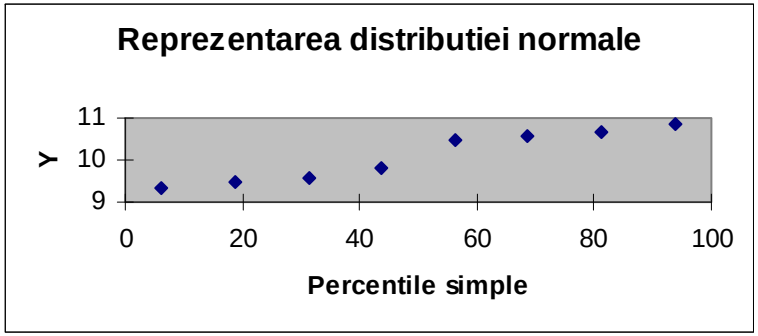


Figura 3.4.

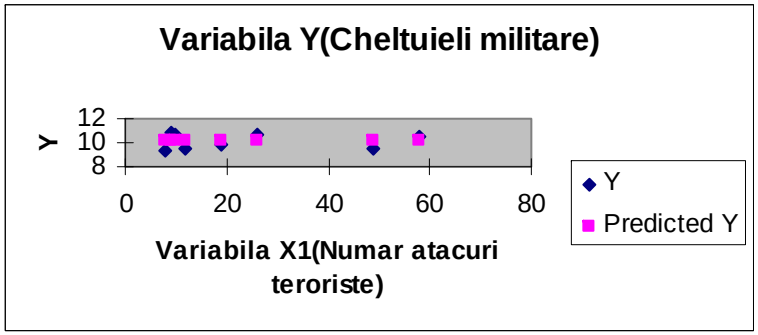


Figura 3.5.

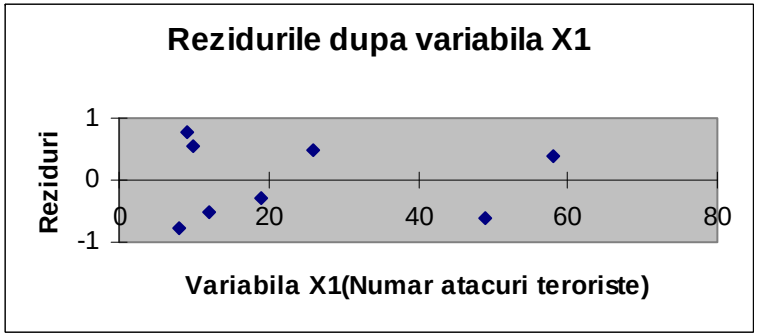


Figura 3.6.

- Efectuând regresia dintre *Volumul cheltuielilor militare* şi *Volumul PIB* şi *Rata migraţiei populaţiei*

$$Ch\ militare = f(PIB, Rata\ migratiei) + \varepsilon$$

s-au obţinut rezultatele din tabelul urmator, ceea ce arată:

- faptul că aceste două variabile endogene, *Volumul PIB* şi *Rata migraţiei populaţiei*, explică suficient de bine variabila explicată *Cheltuieli militare*, deoarece Multiple R=0.936362 şi R Square= 0.876774.

Tabelul 3.4.

SUMMARY OUTPUT								
Regression Statistics								
Multiple R	0.936362							
R Square	0.876774							
Adjusted R Square	0.859171							
Standard Error	0.232134							
Observations	17							
ANOVA								
	df	*SS*	*MS*	*F*	*Significance F*			
Regression	2	5.367746	2.683873	49.80631	4.31E-07			
Residual	14	0.754407	0.053886					

Total	16	6.122153						
	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*	*Lower 95%*	*Upper 95%*	*Lower 95.0%*	*Upper 95.0%*
Intercept	-0.93623	0.562743	-1.66368	0.11839	-2.14319	0.270739	-2.14319	0.270739
X Variable 1	0.004722	0.000535	8.822163	4.31E-07	0.003574	0.00587	0.003574	0.00587
X Variable 2	-0.12335	0.056841	-2.17002	0.047702	-0.24526	-0.00143	-0.24526	-0.00143
RESIDUAL OUTPUT					PROBABILITY OUTPUT			
Observation	*Predicted Y*	*Residuals*	*Standard Residuals*		*Percentile*	*Y*		
1	1.521492	-0.55149	-2.53978		2.941176	0.97		
2	0.867096	0.132904	0.61206		8.823529	1		
3	0.924044	0.085956	0.395853		14.70588	1.01		
4	0.945227	0.084773	0.390405		20.58824	1.03		
5	1.12691	-0.09691	-0.4463		26.47059	1.03		
6	1.422156	-0.37216	-1.71389		32.35294	1.05		
7	1.021643	0.038357	0.176646		38.23529	1.06		
8	0.900637	0.169363	0.779967		44.11765	1.07		
9	0.905123	0.194877	0.897467		50	1.1		
10	1.114356	0.045644	0.210202		55.88235	1.16		
11	1.162902	0.047098	0.216899		61.76471	1.21		
12	1.133798	0.076202	0.350933		67.64706	1.21		
13	1.539025	-0.28902	-1.33104		73.52941	1.25		
14	2.068715	0.131285	0.604607		79.41176	2.1		
15	2.168059	-0.06806	-0.31343		85.29412	2.2		
16	2.458219	0.091781	0.422676		91.17647	2.55		
17	2.640597	0.279403	1.286731		97.05882	2.92		

Ecuaţia de regresie în acest caz este dată de:

$$C_m = -0.93623 + 0.004722PI \quad B - 0.12335R_m;$$

$$R^2 = 0.876774$$

(0.562743) (0.000535) (0.056841)

unde valorile din paranteză reprezintă eroarea standard.

Din reprezentările grafice obţinem următoarele:

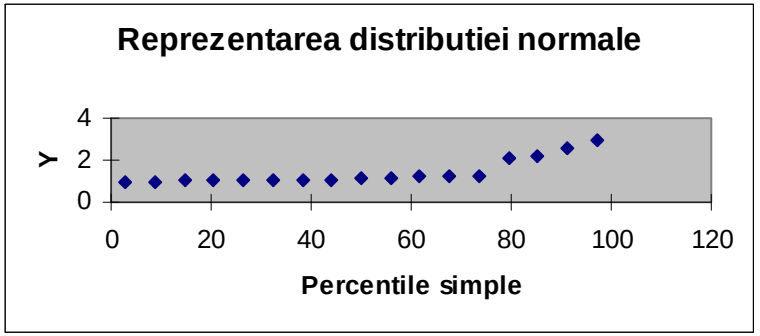


Figura 3.7.

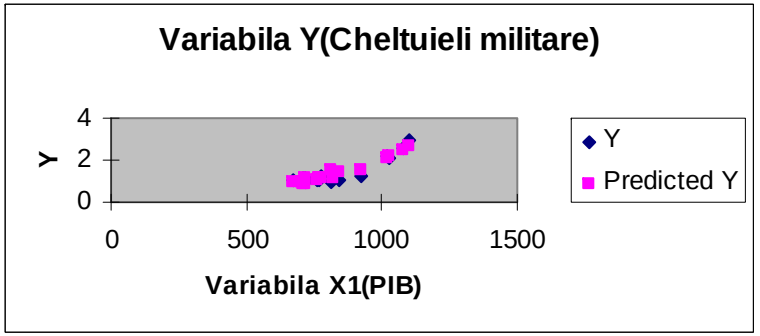


Figura 3.8.

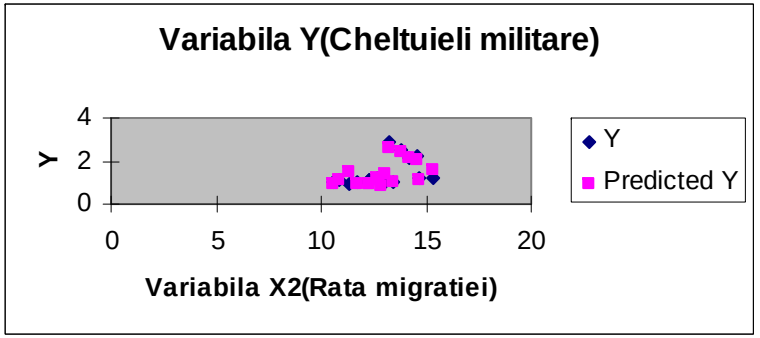


Figura 3.9.

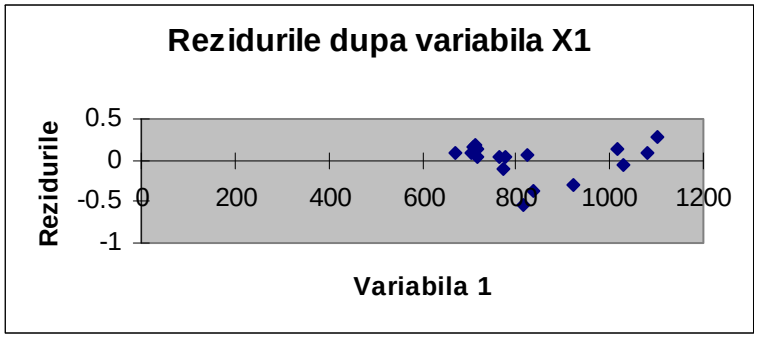


Figura 3.10.

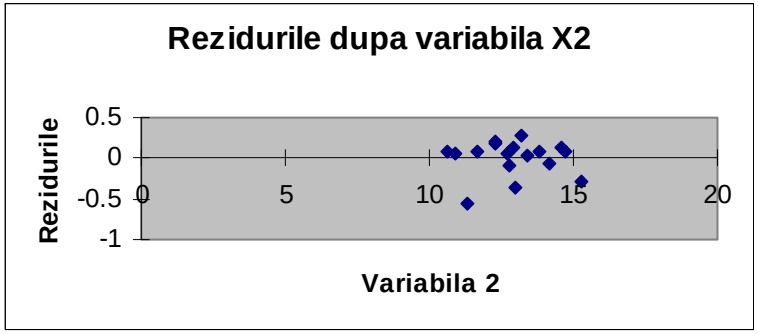


Figura 3.11.

• Efectuând regresia dintre *Volumul cheltuielilor militare* şi *PIB*, *Rata dobânzii*, *Rata inflaţiei*, *Populaţia ocupată*, *Număr locuitori*, *Rata migraţiei*, *Rata natalităţii*, *Rata mortalităţii*, *Număr atacuri teroriste*:

Ch militare = *f* (*PIB* , Rata dobanzii, *Rata* inf *latiei* , *Pop* ocupata, Nr. locuitori, Rata migratiei, Rata natalit, Rata mortalit, Nr. atacuri tero)

s-au obţinut rezultatele din tabelul următor, ceea ce arată:

- o puternică dependenţă dintre cheltuielile militare şi toate variabilele explicative luate în analiză.

Tabelul 3.5.

SUMMARY OUTPUT								
Regression Statistics								
Multiple R	0.985657							
R Square	0.97152							
Adjusted R Square	0.939481							
Standard Error	0.150529							
Observations	18							
ANOVA								
	df	*SS*	*MS*	*F*	*Significance F*			
Regression	9	6.183705	0.687078	30.32241	3.05E-05			
Residual	8	0.181273	0.022659					
Total	17	6.364978						
	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*	*Lower 95%*		*Lower 95.0%*	*Upper 95.0%*
Intercept	9.210107	4.640896	1.984554	0.082465	-1.49182	19.91204	-1.49182	19.91204
X Variable 1	0.003244	0.000705	4.600845	0.001754	0.001618	0.00487	0.001618	0.00487
X Variable 2	0.00612	0.003671	1.667008	0.134072	-0.00235	0.014586	-0.00235	0.014586
X Variable 3	0.001096	0.000816	1.343352	0.216017	-0.00079	0.002978	-0.00079	0.002978
X Variable 4	1.05E-06	3.02E-06	0.345841	0.738381	-5.9E-06	8.02E-06	-5.9E-06	8.02E-06
X Variable 5	-1.5E-07	2.11E-07	-0.71491	0.494994	-6.4E-07	3.36E-07	-6.4E-07	3.36E-07
X Variable 6	-0.04708	0.035401	-1.32984	0.220235	-0.12871	0.034557	-0.12871	0.034557
X Variable 7	-0.31494	0.135826	-2.31869	0.049019	-0.62816	-0.00172	-0.62816	-0.00172
X Variable 8	-0.31385	0.115076	-2.72736	0.025952	-0.57922	-0.04849	-0.57922	-0.04849
X Variable 9	0.186564	0.190879	0.977394	0.357001	-0.2536	0.626732	-0.2536	0.626732
RESIDUAL OUTPUT					PROBABILITY OUTPUT			
Observation	*Predicted Y*	*Residuals*	*Standard Residuals*		*Percentile*	*Y*		
1	0.91519	-0.01519	-0.1471		2.777778	0.9		
2	0.968137	0.001863	0.018043		8.333333	0.97		
3	1	-6.2E-15	-6E-14		13.88889	1		

4	1.003598	0.006402	0.061998		19.44444	1.01		
5	1.13135	-0.10135	-0.98148		25	1.03		
6	0.991469	0.038531	0.373135		30.55556	1.03		
7	1.107242	-0.05724	-0.55433		36.11111	1.05		
8	1.031275	0.028725	0.278173		41.66667	1.06		
9	0.892019	0.177981	1.723579		47.22222	1.07		
10	1.036205	0.063795	0.6178		52.77778	1.1		
11	1.14893	0.01107	0.107199		58.33333	1.16		
12	1.348042	-0.13804	-1.33681		63.88889	1.21		
13	1.20229	0.00771	0.074663		69.44444	1.21		
14	1.449394	-0.19939	-1.93095		75	1.25		
15	1.964006	0.235994	2.28538		80.55556	2.1		
16	2.211032	-0.11103	-1.07524		86.11111	2.2		
17	2.501282	0.048718	0.471789		91.66667	2.55		
18	2.918538	0.001462	0.014162		97.22222	2.92		

Ecuaţia de regresie în acest caz este dată de:

C_m = 9.210107 + 0.003244PI B + 0.00612R $_r$ + 0.001096R $_i$ + 0 .000000 105P $_o$ –

(4.640896) (0.000705) (0.003671) (0.000816)
(3.02E-06)

- 0.00000001 5N - 0.04708R $_m$ - 0.31494R $_n$ - 0.31385R $_d$ + 0.186564A $_t$

(2.11E-07) (0.035401) (0.135826) (0.115076)
(0.190879)

$$R^2 = 0.97152$$

unde valorile din paranteză reprezintă eroarea standard.

Din reprezentările grafice obţinem următoarele:

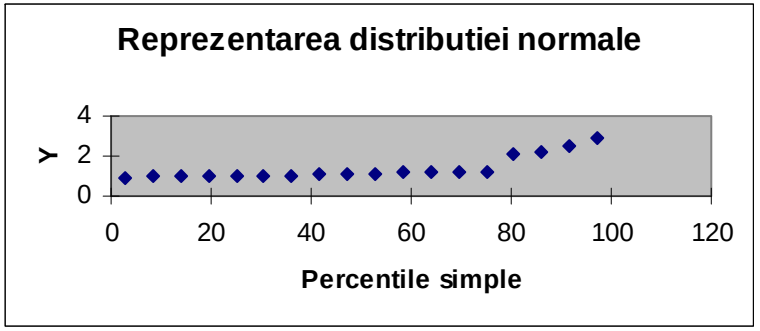


Figura 3.12.

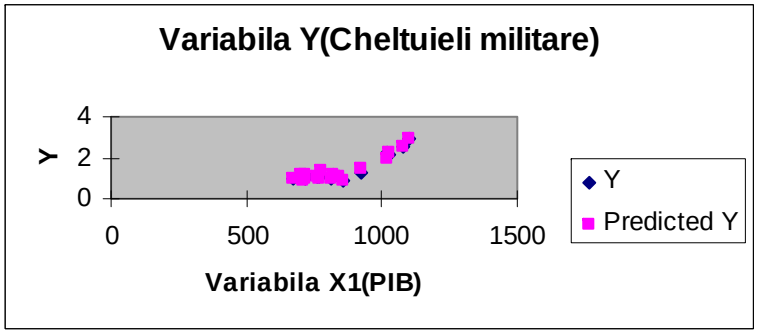


Figura 3.13.

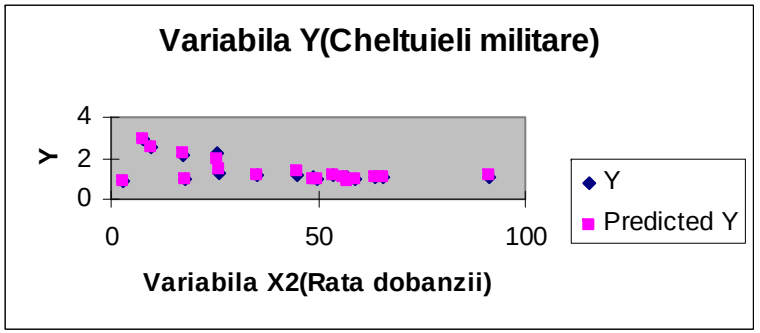


Figura 3.14.

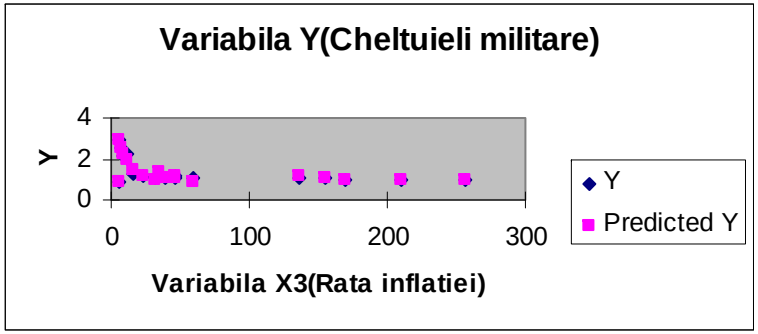


Figura 3.15.

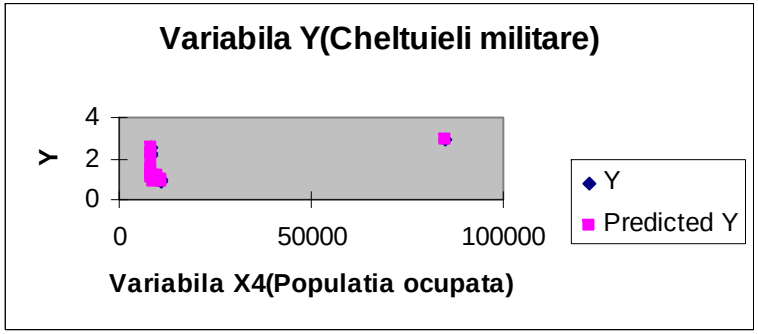


Figura 3.16.

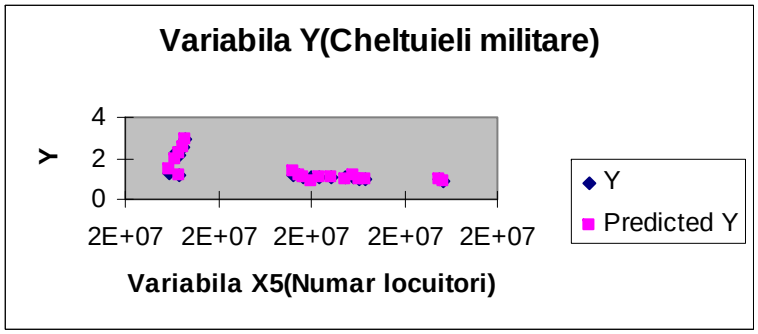


Figura 3.17.

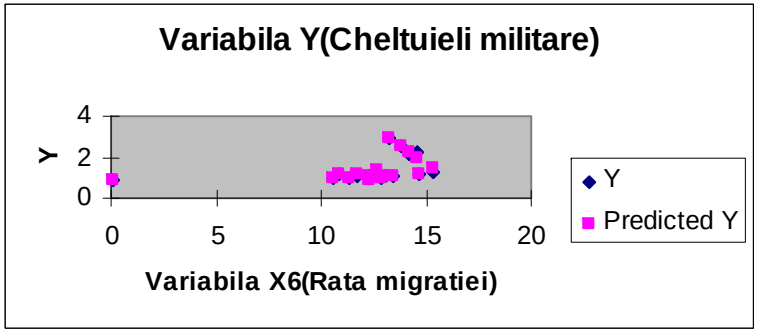


Figura 3.18.

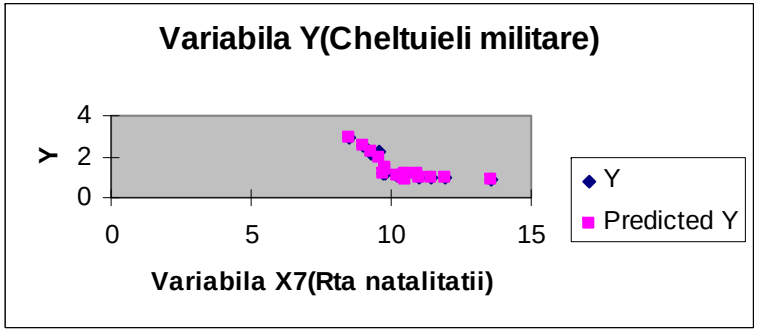


Figura 3.19.

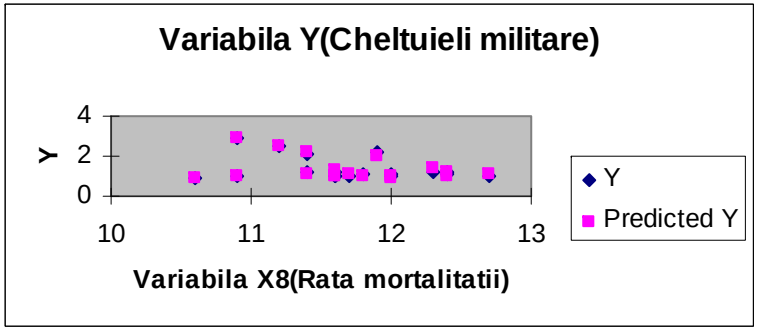


Figura 3.20.

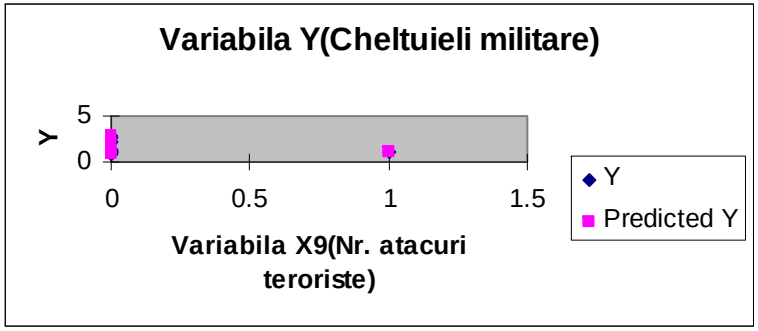


Figura 3.21.

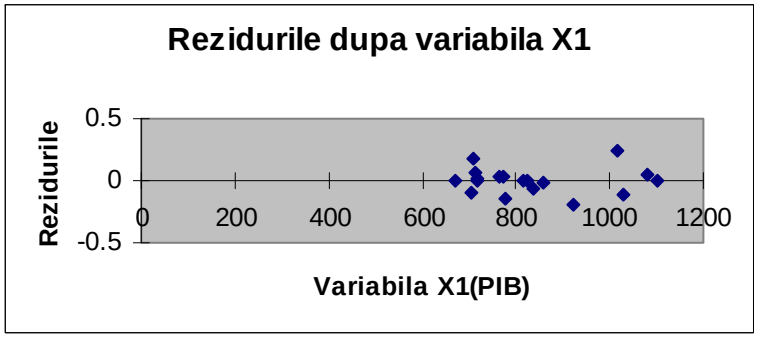


Figura 3.22.

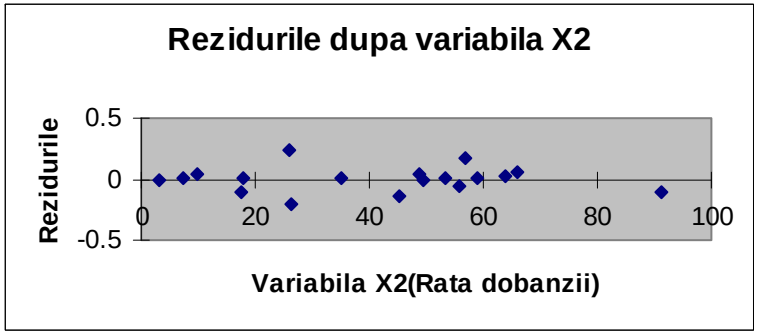


Figura 3.23.

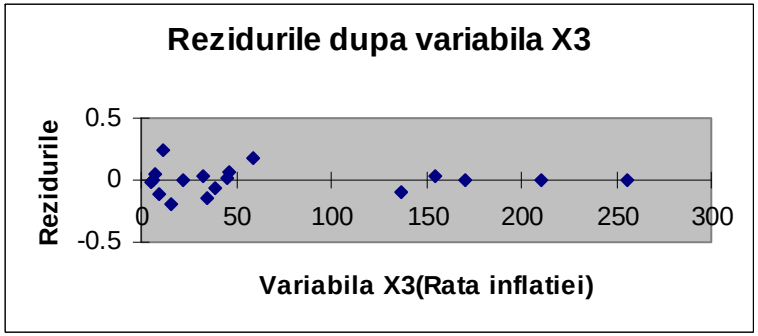


Figura 3.24.

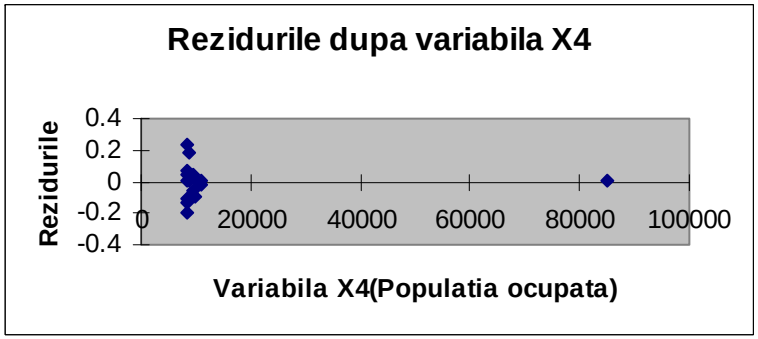


Figura 3.25.

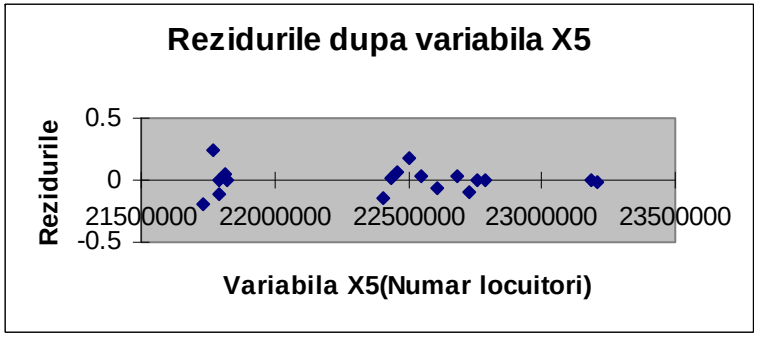


Figura 3.26.

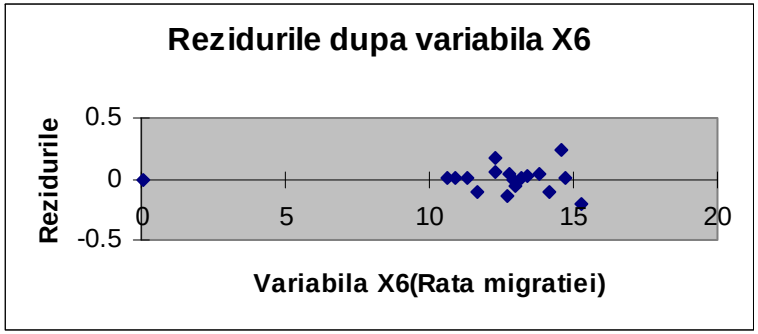


Figura 3.27.

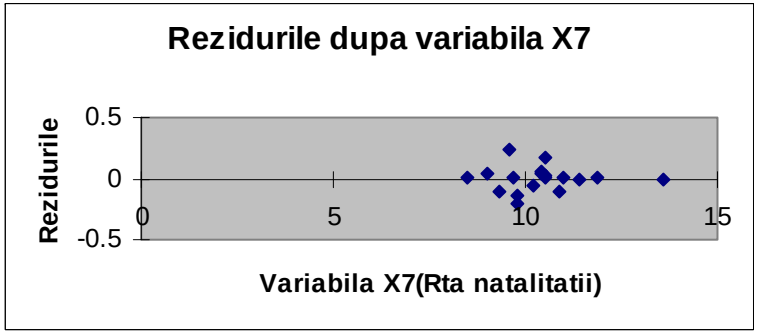


Figura 3.28.

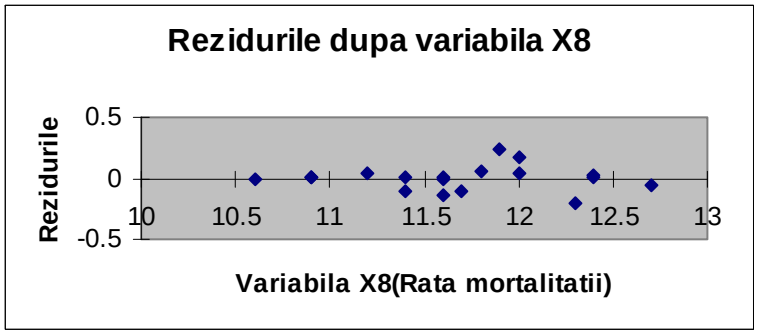


Figura 3.29.

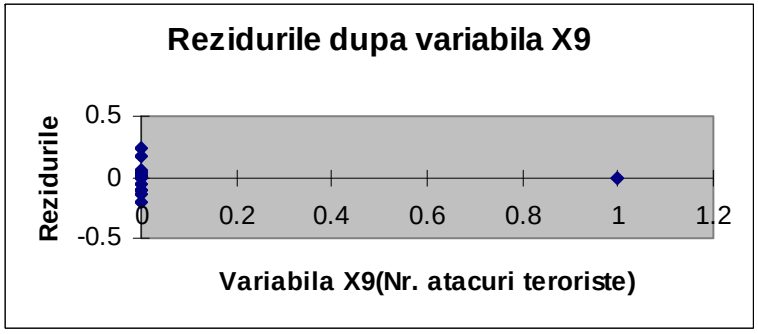


Figura 3.30.

CAPITOLUL 4
FORMULARE DE IPOTEZE STATISTICE PE BAZA INDICATORILOR DE STARE ŞI DE DINAMICĂ PRIVIND CRIZELE ŞI CONFLICTELE ARMATE

4.1. Principiul general de construire a unui test statistic

Fie un model statistic unde distribuţia de probabilitate P_θ a v.a. X depinde de un parametru necunoscut θ, care variază într-o submulţime $\Theta \in \mathbb{R}$. Presupunem, de asemenea, că această mulţime este subdivizată în două submulţimi date, Θ_0 şi Θ_1, cărora le vor fi asociate cele două *ipoteze* notate $H_0 : \theta \in \Theta_0$ şi $H_1 : \theta \in \Theta_1$.

Construirea unui *test* constă în definirea unei *reguli de decizie*, ce va asocia o decizie unui eşantion observat $(X_1, ..., X_n)$ din distribuţia lui X, cele două decizii posibile fiind:

- D_0 : acceptarea lui H_0;
- D_1 : acceptarea lui H_1.

Fiecărei decizii îi corespunde o regiune a lui $\mathbb{R}^n$, care va fi divizată, aşadar, în două submulţimi W şi $\overline{W}$, adică: dacă realizarea pe eşantion este un punct $(x_1, ..., x_n) \in W$, decidem D_1, deci respingem H_0; în caz contrar, adică pentru un punct din $\overline{W}$, decidem D_0, deci acceptăm H_0.

Definiţia 4.1. Regiunea W, de respingere a ipotezei nule H_0, se numeşte *regiune critică* a testului, iar regiunea $\overline{W}$, *regiune de acceptare*.

Construirea unui test va consta, aşadar, din determinarea acestei regiuni critice, iar metoda reţinută va depinde de consecinţele atribuite fiecărei dintre cele două erori asociate celor două decizii posibile, care sunt următoarele:

Definiţia 4.2. *Eroarea de prima speţă* constă în a decide D_1 atunci când H_0 este adevărată, adică a respinge greşit ipoteza nulă H_0.

Eroarea de a doua speţă constă în a decide D_0 atunci când H_1 este adevărată, adică a accepta greşit ipoteza nulă H_0.

4.2. Metoda Bayes

Considerăm cazul în care se atribuie aprioric probabilităţile p_0 şi $p_1 = 1 - p_0$ fiecăreia dintre ipotezele H_0, respectiv H_1, asociind totodată un cost fiecărei decizii, în funcţie de ipoteza care se realizează efectiv.

Tabelul următor conţine aceste costuri, decizia luată figurând pe coloană, iar ipoteza adevărată, pe linie:

	D_0	D_1
H_0 (p_0)	C_{00}	C_{01}
H_1 (p_1)	C_{10}	C_{11}

După realizarea $(x_1, ..., x_n)$, putem calcula, cu ajutorul teoremei lui Bayes, probabilităţile *a posteriori* π_0 şi π_1 ale ipotezelor H_0 şi H_1:

$$\pi_0 = \frac{p_0 L_0}{p_0 L_0 + p_1 L_1} \qquad \text{şi} \qquad \pi_1 = \frac{p_1 L_1}{p_0 L_0 + p_1 L_1},$$

unde am notat cu L_0 valoarea verosimilităţii $L(x_1, ..., x_n, \theta)$, când $\theta \in \Theta_0$, şi cu L_1, când $\theta \in \Theta_1$.

Putem, aşadar, să calculăm mediile costului fiecărei decizii pentru această distribuţie *a posteriori*:

$$E[C(D_0)] = C_{00}\pi_0 + C_{10}\pi_1 \qquad \text{şi}$$
$$E[C(D_1)] = C_{01}\pi_0 + C_{11}\pi_1.$$

Regula de decizie Bayes constă în a asocia observaţiei $(x_1, ..., x_n)$ acea decizie pentru care media costului este cea mai mică.

4.3. Metoda Neyman-Pearson

4.3.1. Principiul regulii Neyman-Pearson

Privilegiem o ipoteză pe care o considerăm cea mai verosimilă şi o alegem ca *ipoteză nulă* H_0. Respingerea eronată a acesteia va fi cea mai prejudiciabilă. Cealaltă ipoteză, H_1, este *ipoteza alternativă*.

Definiţia 4.3. Se numeşte *risc de prima speţă* probabilitatea de a respinge greşit ipoteza nulă, adică:

$$\alpha = P_\theta\left(D_1/H_0\right) = P_\theta\left(H_1/H_0\right) = P_\theta\left(W\middle|\theta \in \Theta_0\right).$$

Se numeşte *risc de a doua speţă* probabilitatea de a accepta greşit ipoteza nulă, adică:

$$\beta = P_\theta\left(D_0/H_1\right) = P_\theta\left(H_0/H_1\right) = P_\theta\left(\overline{W}\middle|\theta \in \Theta_1\right).$$

Privilegierea ipotezei nule revine din considerentul că cea mai gravă eroare este de a o respinge greşit. Metoda Neyman-Pearson fixează un prag maxim α_0 pentru riscul de prima speţă, deci testul se determină prin căutarea regulii de minimizare a riscului de a doua speţă.

Definiţia 4.4. Se numeşte *putere* a unui test probabilitatea de a refuza H_0 pe bună dreptate, şi anume dacă se verifică H_1, adică:

$$\eta = P_\theta\left(D_1/H_1\right) = P_\theta\left(H_1/H_1\right) = P_\theta\left(W\middle|\theta \in \Theta_1\right) = 1-\beta\,.$$

Regula de decizie Neyman-Pearson constă în determinarea regiunii critice W cu putere maximă, sub restricţia $\alpha \le \alpha_0$.

4.3.2. Ipoteze simple

O ipoteză este calificată drept *simplă* dacă distribuţia v.a. X este complet specificată în cazul realizării acestei ipoteze. În caz contrar, ea se numeşte *multiplă*.

Vom examina cazul în care parametrul θ nu admite decât două valori, θ_0 şi θ_1, ceea ce corespunde alegerii între următoarele două ipoteze simple:

$$\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta = \theta_1 \end{cases}.$$

Teorema Neyman-Pearson. Pentru un risc de prima speţă fixat la α_0, testul puterii maxime între ipotezele simple de mai sus este definit de regiunea critică:

$$W = \left\{ \left(x_1,...,x_n\right) \middle/ \frac{L_0\left(x_1,...,x_n\right)}{L_1\left(x_1,...,x_n\right)} \le k \right\},$$

unde valoarea constantei k este determinată de riscul fixat $\alpha_0 = P_\theta\left(W\middle|\theta \in \theta_0\right)$, cu $L_0\left(x_1,...,x_n\right) = L\left(x_1,...,x_n\,;\theta_0\right)$ şi $L_1\left(x_1,...,x_n\right) = L\left(x_1,...,x_n\,;\theta_1\right)$.

4.3.3. Ipoteze multiple

Vom lua în considerare numai cazul unei ipoteze simple contre unei ipoteze multiple, de forma următoare:

$$\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta \ne \theta_0 \end{cases}.$$

Determinăm mai întâi, prin metoda Neyman-Pearson, regiunea critică W a testului următor:

$$\begin{cases} H_0 : \theta = \theta_0 \\ H_1 : \theta = \theta_1 \end{cases},$$

unde θ_1 este o valoare fixată, diferită de θ_0. Dacă W nu depinde de θ_1, se cheamă că am obţinut un *test uniform de putere maximă* (TUPM), adică unul pentru care, pentru orice altă regiune critică W', vom avea $P_\theta\left(W\middle|\theta \in \Theta_1\right) \ge P_\theta\left(W'\middle|\theta \in \Theta_1\right)$ pentru orice θ din Θ_1.

Teorema lui Lehman

$$\begin{cases} H_0 : \theta \le \theta_0 \\ H_1 : \theta > \theta_0 \end{cases}$$

Presupunem că distribuţia P_θ este monotonă în raport cu verosimilităţile, adică există o statistică T_n astfel încât:

$$\frac{L(x_1,...,x_n;\theta)}{L(x_1,...,x_n;\theta')}$$

adică o funcţie crescătoare de T_n pentru toate valorile $\theta > \theta'$.

Astfel, există un test TUPM de nivel α, cu regiunea critică definită de condiţia:

$$T_n > k\ .$$

CAPITOLUL 5
TESTAREA IPOTEZELOR STATISTICE PRIN METODE SPECIFICE

5.1. Introducere în testarea ipotezelor statistice

Definiţia 5.1. Se numeşte *ipoteză parametrică* acea presupunere asupra unor parametri ai unei repartiţii.

O ipoteză parametrică se verifică folosind aşa-numitele teste parametrice.

Fiind dată o *v.a.* X pentru care se cunoaşte că funcţia de probabilitate (dacă *v.a.* este discretă), densitatea de probabilitate (dacă *v.a.* este continuă) $f(x,\theta)$ depinde de parametrul θ necunoscut, atunci ipoteza conform căreia θ are valoarea θ_0 se numeşte *ipoteza nulă* şi se notează:

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

iar orice altă ipoteză asupra lui θ se numeşte *ipoteza alternativă* (ipoteza contrară ipotezei H_0).

Fie, de asemenea, o selecţie aleatoare, $(X_i)_{i=\overline{1,n}}$ de volum *n*, extrasă dintr-o populaţie **P**, caracterizată de *v.a. X*, ce conduce la rezultatele numerice concrete $(x_i)_{i=\overline{1,n}}$ obţinute în urma unei selecţii efectiv realizate.

Definiţia 5.2. Se numeşte *eroare de ordinul întâi*, acea eroare ce constă în respingerea ipotezei nule deşi ea este adevărată.

Probabilitatea acestei erori se numeşte *prag de semnificaţie* al testului şi se notează cu ρ.

Avem astfel, că:

$$P((X_1,X_2,...,X_n) \in RR / H_0 \text{ adev}) = \rho$$

sau complementara sa

$$P((X_1,X_2,...,X_n) \in RA / H_0 \text{ adev}) = 1-\rho$$

unde

$(X_1, X_2, ..., X_n)$ este vectorul celor n observaţii independente efectuate asupra populaţiei **P**;

RR - reprezintă regiunea critică, adică regiunea de respingere a ipotezei H_0;

RA - reprezintă regiunea de acceptare a ipotezei H_0;

Definiţia 5.3. Se numeşte *eroare de ordinul doi*, acea eroare ce constă în acceptarea ipotezei nule deşi ea este falsă.

Probabilitatea acestei erori se notează cu δ, iar probabilitatea de respingere a ipotezei false va fi $1-\delta$ şi se numeşte *puterea testului*.

5.2. Teste referitoare la parametri repartiţiei normale

Fie $X \to N(m,\sigma)$, cu X *v.a.* distribuită ca o variabilă normală cu media m şi abatere medie pătratică σ^2.

Testul[1] Z relativ la media m a repartiţiei normale $N(m,\sigma)$, atunci când σ este cunoscut, verifică ipoteza nulă:

$H_0 : m = m_0$, conform căreia m ia o valoare m_0 dată faţă de una din alternativele:

a) $H_1 : m < m_0$;

b) $H_1 : m > m_0$;

c) $H_1 : m \neq m_0$.

pentru un prag de semnificaţie $\rho > 0$ foarte mic dat, şi ţinând cont de rezultatele $(x_i)_{\overline{i=1,n}}$ obţinute în urma efectuării a n observaţii independente $(X_i)_{\overline{i=1,n}}$ asupra populaţiei normale $\mathbf{P} \in N(m,\sigma)$, cu σ cunoscut.

[1] Se numeşte astfel, întrucât statistica folosită la verificarea ipotezei nule este

$$Z = \frac{\overline{X} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \in N(0,1)$$

Discuţie:

- în cazul a) se aplică *testul Z unilateral stânga*(ne situăm cu valorile lui m la stânga lui m_0), astfel:

- dacă $Z_{calc} \geq Z_\rho$, atunci se acceptă H_0 şi deci se respinge H_1;

- dacă $Z_{calc} < Z_\rho$, atunci se respinge H_0 şi deci se acceptă H_1;

unde

- $Z_{calc} = \dfrac{\overline{x} - m_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ reprezintă valoarea calculată a statisticii Z în cazul selecţiei realizate, pentru cazul când ipoteza H_0 este adevărată;

- $Z_\rho = -Z_{1-\rho}$, pentru a putea fi citit din tabelul cu valori al lui $F_{N(0,1)}$;

- $Z_{1-\rho}$ verifică relaţia $F_{N(0,1)}(Z_{1-\rho}) = 1-\rho$;

Se caută probabilitatea $1-\rho$ în interiorul tabelului ce conţine valorile lui $F_{N(0,1)}$ şi dacă aceasta se găseşte la intersecţia liniei lui *a*,*b* cu coloana lui c, atunci $Z_{1-\rho} = a,bc$.

Regiunea critică RR se construieşte unilateral stânga, ceea ce înseamnă că în RR se află toate valorile statisticii *Z* care sunt mai mici decât o limită critică h_1, adică $Z < h_1$, cu probabilitatea ρ când H_0 este adevărată, adică:

$$\rho = P(Z \in RR / H_0) = P\left(\frac{\overline{X} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < h_1 / m = m_0\right) = P\left(\frac{\overline{X} - m_0}{\sigma}\sqrt{n} < h_1\right) =$$

$$= P(Z < h_1) = F_{N(0,1)}(h_1) \text{ şi deci}$$

$$h_1 = Z_\rho$$

- în cazul b) se aplică *testul Z unilateral dreapta* (ne situăm cu valorile lui m la dreapta lui m_0), astfel:

- dacă $Z_{calc} \leq Z_{1-\rho}$, atunci se acceptă H_0 şi deci se respinge H_1;

- dacă $Z_{calc} > Z_{1-\rho}$, atunci se respinge H_0 şi deci se acceptă H_1;

Regiunea critică RR se construieşte unilateral dreapta, ceea ce înseamnă că în RR se află toate valorile statisticii *Z* care sunt mai mari decât o limită critică h_2, adică $Z > h_2$, cu probabilitatea ρ când H_0 este adevărată, adică:

$$\rho = P(Z \in RR / H_0) = P\left(\frac{\overline{X} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > h_2 / m = m_0\right) = P\left(\frac{\overline{X} - m_0}{\sigma}\sqrt{n} > h_2\right) =$$

$$= P(Z > h_2) = 1 - P(Z < h_2) \text{ de unde}$$

$P(Z < h_2) = 1 - \rho$ sau $F_{N(0,1)}(h_2) = 1 - \rho$ şi deci $h_2 = Z_{1-\rho}$

- în cazul c) se aplică *testul Z bilateral*, astfel:
- dacă $|Z_{calc}| \le Z_{1-\frac{\rho}{2}}$, atunci se acceptă H_0 şi deci se respinge H_1;
- dacă $|Z_{calc}| > Z_{1-\frac{\rho}{2}}$, atunci se respinge H_0 şi deci se acceptă H_1;

unde

- $Z_{1-\frac{\rho}{2}}$ verifică relaţia $F_{N(0,1)}(Z_{1-\frac{\rho}{2}}) = 1 - \frac{\rho}{2}$

Se caută probabilitatea $1 - \frac{\rho}{2}$ în interiorul tabelului ce conţine valorile lui $F_{N(0,1)}$ şi dacă aceasta se găseşte la intersecţia liniei lui *a*,*b* cu coloana lui c, atunci $Z_{1-\frac{\rho}{2}} = a,bc$.

Regiunea critică RR se construieşte bilateral, ceea ce înseamnă că în RR se află toate valorile statisticii Z ce îndeplinesc condiţia $|Z| > h$, cu probabilitatea ρ, când H_0 este adevărată, adică:

$$\rho = P(Z \in RR / H_0) = P\left(\left|\frac{\overline{X} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right| > h / m = m_0\right) = P\left(\left|\frac{\overline{X} - m_0}{\sigma}\right|\sqrt{n} > h\right) =$$

$$= P(|Z| > h) = 1 - P(|Z| < h) = 1 - P(-h < Z < h) =$$

$$= 1 - (F_{N(0,1)}(h) - F_{N(0,1)}(-h)) = 1 - F_{N(0,1)}(h) + F_{N(0,1)}(-h) =$$

$$= 1 - F_{N(0,1)}(h) + 1 - F_{N(0,1)}(h) = 2(1 - F_{N(0,1)}(h)) \text{ de unde}$$

$$F_{N(0,1)}(h) = 1 - \frac{\rho}{2} \text{ şi deci } h = Z_{1-\frac{\rho}{2}}$$

Testul[1] **t** relativ la media m a repartiţiei normale $N(m,\sigma)$, atunci când σ este necunoscut, verifică ipoteza nulă:

$H_0 : m = m_0$, conform căreia m ia o valoare m_0 dată faţă de una din alternativele:

a) $H_1 : m < m_0$;

b) $H_1 : m > m_0$;

c) $H_1 : m \neq m_0$.

pentru un prag de semnificaţie $\rho > 0$ foarte mic dat, şi ţinând cont de rezultatele $(x_i)_{i=\overline{1,n}}$ obţinute în urma efectuării a n observaţii independente $(X_i)_{i=\overline{1,n}}$ asupra populaţiei normale $\mathbf{P} \in N(m,\sigma)$, cu σ necunoscut.

Discuţie:

- în cazul a) se aplică *testul t unilateral stânga*, astfel:
- dacă $t_{calc} \ge t_{n-1;\rho}$, atunci se acceptă H_0 şi deci se respinge H_1;

[1] Se numeşte astfel, întrucât statistica folosită la verificarea ipotezei nule este $t_{n-1} = \frac{\overline{X} - m}{\frac{\overline{s}}{\sqrt{n}}}$

- dacă $t_{calc} < t_{n-1;\rho}$, atunci se respinge H_0 şi deci se acceptă H_1;

unde

- $t_{calc} = \dfrac{\overline{x} - m_0}{\dfrac{\overline{s}}{\sqrt{n}}}$ reprezintă valoarea calculată a statisticii t în cazul selecţiei realizate, pentru cazul când ipoteza H_0 este adevărată;
- $n-1$ reprezintă numărul gradelor de libertate;
- $t_{n-1;\rho} = -t_{n-1;1-\rho}$, pentru a putea fi citit din tabelul cu valori al lui $F_{t_{n-1}}$;
- $t_{n-1;1-\rho}$ verifică relaţia $F_{t_{n-1}}(t_{n-1;1-\rho}) = 1-\rho$;
- $t_{n-1;1-\rho}$ se citeşte din tabelul cu valori al lui $F_{t_{n-1}}$, la intersecţia liniei $n-1$ a numărului gradelor de libertate, cu coloana $1-\rho$ corespunzătoare probabilităţii.

Regiunea critică RR se construieşte unilateral stânga, ceea ce înseamnă că în RR se află toate valorile statisticii t care sunt mai mici decât o limită critică h_1, adică $t_{n-1} < h_1$, cu probabilitatea ρ când H_0 este adevărată, adică:

$$\rho = P(t_{n-1} \in RR / H_0) = P\left(\frac{\overline{X} - m}{\overline{s}}\sqrt{n} < h_1 / m = m_0\right) =$$

$$= P\left(\frac{\overline{X} - m_0}{\overline{s}}\sqrt{n} < h_1\right) = F_{t_{n-1}}(h_1)$$

de unde

$$h_1 = t_{n-1;\rho}$$

$$t_{n-1;\rho} \geq 0$$

şi deci $F_{t_{n-1}}(-t_{n-1;\rho}) = 1 - F_{t_{n-1}}(t_{n-1;\rho}) = 1-\rho$

conduce la $-t_{n-1;\rho} = t_{n-1;1-\rho}$ sau echivalent $t_{n-1;\rho} = -t_{n-1;1-\rho}$

- în cazul b) se aplică *testul t unilateral dreapta*, astfel:

- dacă $t_{calc} \leq t_{n-1;1-\rho}$, atunci se acceptă H_0 şi deci se respinge H_1;
- dacă $t_{calc} > t_{n-1;1-\rho}$, atunci se respinge H_0 şi deci se acceptă H_1;

Regiunea critică RR se construieşte unilateral dreapta, ceea ce înseamnă că în RR se află toate valorile statisticii t care sunt mai mari decât o limită critică h_2, adică $t_{n-1} > h_2$, cu probabilitatea ρ când H_0 este adevărată, adică:

$$\rho = P(t_{n-1} \in RR / H_0) = P\left(\frac{\overline{X} - m}{\overline{s}}\sqrt{n} > h_2 / m = m_0\right) =$$

$$= P\left(\frac{\overline{X} - m_0}{\overline{s}}\sqrt{n} > h_2\right) = P(t_{n-1} > h_2) = 1 - P(t_{n-1} < h_2)$$

de unde $P(t_{n-1} < h_2) = 1-\rho$ sau echivalent

$F_{t_{n-1}}(h_2) = 1-\rho$

şi deci $h_2 = t_{n-1;1-\rho}$

- în cazul c) se aplică *testul t bilateral*, astfel:
- dacă $|t_{calc}| \leq t_{n-1;1-\frac{\rho}{2}}$, atunci se acceptă H_0 şi deci se respinge H_1;
- dacă $|t_{calc}| > t_{n-1;1-\frac{\rho}{2}}$, atunci se respinge H_0 şi deci se acceptă H_1;

Regiunea critică RR se construieşte bilateral, ceea ce înseamnă că în RR se află toate valorile statisticii t_{n-1} care sunt mai mari decât o limită critică h, adică $|t_{n-1}| > h$, cu probabilitatea ρ când H_0 este adevărată, adică:

$$\rho = P(t_{n-1} \in RR / H_0) = P\left(\left|\frac{\overline{X} - m}{\overline{s}}\sqrt{n}\right| > h / m = m_0\right) =$$

$$= P\left(\left|\frac{\overline{X} - m_0}{\overline{s}}\sqrt{n}\right| > h\right) = P(|t_{n-1}| > h) = 1 - P(|t_{n-1}| < h) =$$

$$= 1 - P(-h < t_{n-1} < h) = 1 - (F_{t_{n-1}}(h) - F_{t_{n-1}}(-h)) =$$

$$= 1 - F_{t_{n-1}}(h) + F_{t_{n-1}}(-h) = 1 - F_{t_{n-1}}(h) + 1 - F_{t_{n-1}}(h) = 2(1 - F_{t_{n-1}}(h))$$

de unde $F_{t_{n-1}}(h) = 1 - \frac{\rho}{2}$ şi deci $h = t_{n-1;1-\frac{\rho}{2}}$ valoare citită din tabelul cu valori al lui $F_{t_{n-1}}$, la intersecţia liniei $n-1$ a numărului gradelor de libertate, cu coloana $1-\frac{\rho}{2}$ corespunzătoare probabilităţii.

Testul[1] χ^2 relativ la dispersia σ^2 a repartiţiei normale $N(m,\sigma)$, atunci când m este cunoscut sau necunoscut, verifică ipoteza nulă:

$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$, conform căreia σ^2 ia o valoare σ_0^2 dată

faţă de una din alternativele:

a) $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$;

b) $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$;

c) $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$.

pentru un prag de semnificaţie $\rho > 0$ foarte mic dat, şi ţinând cont de rezultatele $(x_i)_{i=\overline{1,n}}$ obţinute în urma efectuării a n observaţii

[1] Se numeşte astfel, întrucât statistica folosită la verificarea ipotezei nule este

$$\chi^2_{n-1} = \frac{(n-1)\overline{s}^2}{\sigma^2} = \frac{ns^2}{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{\sigma^2}$$

independente $(X_i)_{i=\overline{1,n}}$ asupra populaţiei normale $\mathbf{P} \in N(m,\sigma)$, cu m cunoscut sau necunoscut.

Discuţie:

- în cazul a) se aplică *testul* χ^2 *unilateral stânga*, astfel:
- dacă $\chi^2_{calc} \geq \chi^2_{n-1;\rho}$, atunci se acceptă H_0 şi deci se respinge H_1;
- dacă $\chi^2_{calc} < \chi^2_{n-1;\rho}$, atunci se respinge H_0 şi deci se acceptă H_1;

unde

- $\chi^2_{calc} = \frac{(n-1)\overline{s}^2}{\sigma_0^2} = \frac{ns^2}{\sigma_0^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{\sigma_0^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} n_i (x_i - \overline{x})^2}{\sigma_0^2}$

reprezintă valoarea calculată a statisticii χ^2_{n-1} în cazul selecţiei realizate, pentru cazul când ipoteza H_0 este adevărată;

- $n-1$ reprezintă numărul gradelor de libertate;
- $\chi^2_{n-1;\rho}$ verifică relaţia: $F_{\chi^2_{n-1}}(\chi^2_{n-1;\rho}) = \rho$;
- $\chi^2_{n-1;\rho}$ se citeşte din tabelul cu valori al lui $F_{\chi^2_{n-1}}$, la intersecţia liniei $n-1$ a numărului gradelor de libertate, cu coloana ρ a probabilităţii corespunzătoare.

Regiunea critică RR se construieşte unilateral stânga, ceea ce înseamnă că în RR se află toate valorile statisticii χ^2_{n-1} care sunt mai mici decât o limită critică h_1, adică $\chi^2_{n-1} < h_1$, cu probabilitatea ρ când H_0 este adevărată, adică:

$$\rho = P(\chi^2_{n-1} \in RR / H_0) = P\left(\chi^2_{n-1} < h_1 / \sigma^2 = \sigma_0^2\right) =$$
$$= P\left(\chi^2_{n-1} < h_1\right) = F_{\chi^2_{n-1}}(h_1)$$

de unde $h_1 = \chi^2_{n-1;\rho}$

- în cazul b) se aplică *testul* χ^2 *unilateral dreapta*, astfel:
- dacă $\chi^2_{calc} \leq \chi^2_{n-1;1-\rho}$, atunci se acceptă H_0 şi deci se respinge H_1;
- dacă $\chi^2_{calc} > \chi^2_{n-1;1-\rho}$, atunci se respinge H_0 şi deci se acceptă H_1;

unde

- $\chi^2_{n-1;\rho}$ verifică relaţia: $F_{\chi^2_{n-1}}(\chi^2_{n-1;1-\rho}) = 1-\rho$;

- $\chi^2_{n-1;\rho}$ se citeşte din tabelul cu valori al lui $F_{\chi^2_{n-1}}$, la intersecţia liniei $n-1$ a numărului gradelor de libertate, cu coloana $1-\rho$ a probabilităţii corespunzătoare.

Regiunea critică RR se construieşte unilateral dreapta, ceea ce înseamnă că în RR se află toate valorile statisticii χ^2_{n-1} care sunt mai mari decât o limită critică h_2, adică $\chi^2_{n-1} > h_2$, cu probabilitatea ρ când H_0 este adevărată, adică:

$$\rho = P(\chi^2_{n-1} \in RR / H_0) = P\left(\chi^2_{n-1} > h_2 / \sigma^2 = \sigma_0^2\right) =$$
$$= P\left(\chi^2_{n-1} > h_2\right) = 1 - P\left(\chi^2_{n-1} < h_2\right) = 1 - F_{\chi^2_{n-1}}(h_2)$$

de unde $F_{\chi^2_{n-1}}(h_2) = 1-\rho$ şi deci $h_2 = \chi^2_{n-1;1-\rho}$

- în cazul c) se aplică *testul* χ^2 *bilateral*, astfel:

- dacă $\chi^2_{calc} \in [\chi^2_{n-1;\frac{\rho}{2}}; \chi^2_{n-1;1-\frac{\rho}{2}}]$, atunci se acceptă H_0 şi deci se respinge H_1;

- dacă $\chi^2_{calc} \notin (\chi^2_{n-1;\frac{\rho}{2}}; \chi^2_{n-1;1-\frac{\rho}{2}})$, atunci se respinge H_0 şi deci se acceptă H_1;

unde

- $\chi^2_{n-1;\frac{\rho}{2}}$ verifică relaţia: $F_{\chi^2_{n-1}}(\chi^2_{n-1;\frac{\rho}{2}}) = \frac{\rho}{2}$;

- $\chi^2_{n-1;1-\frac{\rho}{2}}$ verifică relaţia: $F_{\chi^2_{n-1}}(\chi^2_{n-1;1-\frac{\rho}{2}}) = 1-\frac{\rho}{2}$;

- $\chi^2_{n-1;\frac{\rho}{2}}$ se citeşte din tabelul cu valori al lui $F_{\chi^2_{n-1}}$, la intersecţia liniei $n-1$ a numărului gradelor de libertate, cu coloana $\frac{\rho}{2}$ a probabilităţii corespunzătoare;

- $\chi^2_{n-1;1-\frac{\rho}{2}}$ se citeşte din tabelul cu valori al lui $F_{\chi^2_{n-1}}$, la intersecţia liniei $n-1$ a numărului gradelor de libertate, cu coloana $1-\frac{\rho}{2}$ a probabilităţii corespunzătoare.

Regiunea critică RR se construieşte bilateral, ceea ce înseamnă că în RR se află toate valorile statisticii χ^2_{n-1} care sunt mai mici decât o limită critică h_1, adică $\chi^2_{n-1} < h_1$ sau mai mari decât o limită critică h_2, adică $\chi^2_{n-1} > h_2$, cu probabilitatea ρ când H_0 este adevărată, adică:

$$\rho = P(\chi^2_{n-1} \in RR / H_0) = P\left(\chi^2_{n-1} < h_1 \cup \chi^2_{n-1} > h_2 / \sigma^2 = \sigma_0^2\right) =$$
$$= P\left(\chi^2_{n-1} < h_1 \cup \chi^2_{n-1} > h_2\right) = P\left(\chi^2_{n-1} < h_1\right) + P\left(\chi^2_{n-1} > h_2\right)$$

Presupunând că $P\left(\chi^2_{n-1} < h_1\right) = P\left(\chi^2_{n-1} > h_2\right)$, atunci

$$F_{\chi^2_{n-1}}(h_1) = \frac{\rho}{2} \text{ şi } F_{\chi^2_{n-1}}(h_2) = 1-\frac{\rho}{2}$$

de unde $h_1 = \chi^2_{n-1;\frac{\rho}{2}}$ şi $h_2 = \chi^2_{n-1;1-\frac{\rho}{2}}$

Testul[1] **Z** relativ la diferenţa mediilor $m_1 - m_2$ a două populaţii normale $N(m_1, \sigma_1)$ şi $N(m_2, \sigma_2)$, atunci când σ_1, σ_2 sunt cunoscute, verifică ipoteza nulă:

$H_0 : m_1 - m_2 = 0$, conform căreia $m_1 - m_2$ ia valoarea 0 faţă de una din alternativele:

[1] Se numeşte astfel, întrucât statistica folosită la verificarea ipotezei nule este

$$Z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2 - (m_1 - m_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1}} + \sqrt{\frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \in N(0,1)$$

a) $H_1 : m_1 - m_2 < 0$;

b) $H_1 : m_1 - m_2 > 0$;

c) $H_1 : m_1 - m_2 \neq 0$.

pentru un prag de semnificaţie $\rho > 0$ foarte mic dat şi pe baza a două selecţii independente de volum n_1, respectiv n_2 şi anume $(X_{1i})_{i=\overline{1,n_1}}$, respectiv $(X_{2i})_{i=\overline{1,n_2}}$ extrase din populaţia normală $\mathbf{P_1} \in N(m_1, \sigma_1)$ şi respectiv populaţia $\mathbf{P_2} \in N(m_2, \sigma_2)$, cu σ_1, σ_2 cunoscute, ce conduc la rezultatele numerice concrete $(x_{1i})_{i=\overline{1,n_1}}$, respectiv $(x_{2i})_{i=\overline{1,n_2}}$ în contextul unor selecţii realizate efectiv.

Discuţie:

- în cazul a) se aplică *testul Z unilateral stânga*, astfel[1]:
  - dacă $Z_{calc} \geq Z_\rho = -Z_{1-\rho}$, atunci se acceptă H_0 şi deci se respinge H_1;
  - dacă $Z_{calc} < Z_\rho = -Z_{1-\rho}$, atunci se respinge H_0 şi deci se acceptă H_1;

Observaţie: Regiunea critică RR se defineşte ca în cazul a) de la *testul Z* relativ la media m, de la începutul acestei prezentări.

- în cazul b) se aplică *testul Z unilateral dreapta*, astfel:
  - dacă $Z_{calc} \leq Z_{1-\rho}$, atunci se acceptă H_0 şi deci se respinge H_1;
  - dacă $Z_{calc} > Z_{1-\rho}$, atunci se respinge H_0 şi deci se acceptă H_1;

Observaţie: Regiunea critică RR se defineşte ca în cazul b) de la *testul Z* relativ la media m.

- în cazul c) se aplică *testul Z bilateral*, astfel:

[1] În toate situaţiile $Z_{calc} = \dfrac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\dfrac{\sigma_1^2}{n_1}} + \sqrt{\dfrac{\sigma_2^2}{n_2}}}$

- dacă $|Z_{calc}| \leq Z_{1-\frac{\rho}{2}}$, atunci se acceptă H_0 şi deci se respinge H_1;
- dacă $|Z_{calc}| > Z_{1-\frac{\rho}{2}}$, atunci se respinge H_0 şi deci se acceptă H_1;

Observaţie: Regiunea critică RR se defineşte ca în cazul c) de la *testul Z* relativ la media m.

Testul[1] t relativ la diferenţa mediilor $m_1 - m_2$ a două populaţii normale $N(m_1, \sigma_1)$ şi $N(m_2, \sigma_2)$, atunci când σ_1, σ_2 sunt necunoscute dar egale, verifică ipoteza nulă:

$H_0 : m_1 - m_2 = 0$, conform căreia $m_1 - m_2$ ia valoarea 0

faţă de una din alternativele:

a) $H_1 : m_1 - m_2 < 0$;

b) $H_1 : m_1 - m_2 > 0$;

c) $H_1 : m_1 - m_2 \neq 0$.

pentru un prag de semnificaţie $\rho > 0$ foarte mic dat şi pe baza a două selecţii independente de volum n_1, respectiv n_2 şi anume $(X_{1i})_{i=\overline{1,n_1}}$, respectiv $(X_{2i})_{i=\overline{1,n_2}}$ extrase din populaţia normală $\mathbf{P_1} \in N(m_1, \sigma_1)$ şi respectiv populaţia $\mathbf{P_2} \in N(m_2, \sigma_2)$, cu σ_1, σ_2 necunoscute, ce conduc la rezultatele numerice concrete $(x_{1i})_{i=\overline{1,n_1}}$, respectiv $(x_{2i})_{i=\overline{1,n_2}}$ în contextul unor selecţii realizate efectiv.

Discuţie:

- în cazul a) se aplică *testul t unilateral stânga*, astfel:

[1] Se numeşte astfel, întrucât statistica folosită la verificarea ipotezei nule este $t_{n_1+n_2-2} = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2 - (m_1 - m_2)}{\sqrt{\dfrac{(n_1-1)\overline{S}_1^2 + (n_2-1)\overline{S}_2^2}{n_1+n_2-2}}\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}} = \dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2 - (m_1 - m_2)}{\sqrt{\dfrac{n_1\overline{S}_1^2 + n_2\overline{S}_2^2}{n_1+n_2-2}}\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}}$

- dacă $t_{calc} \geq t_{n_1+n_2-2;\rho} = -t_{n_1+n_2-2;1-\rho}$, atunci se acceptă H_0 şi deci se respinge H_1;

- dacă $t_{calc} < t_{n_1+n_2-2;\rho} = -t_{n_1+n_2-2;1-\rho}$, atunci se respinge H_0 şi deci se acceptă H_1;

- în cazul b) se aplică *testul t unilateral dreapta*, astfel:

- dacă $t_{calc} \leq t_{n_1+n_2-2;1-\rho}$, atunci se acceptă H_0 şi deci se respinge H_1;

- dacă $t_{calc} > t_{n_1+n_2-2;1-\rho}$, atunci se respinge H_0 şi deci se acceptă H_1;

- în cazul c) se aplică *testul t bilateral*, astfel:

- dacă $\left|t_{calc}\right| \leq t_{n_1+n_2-2;1-\frac{\rho}{2}}$, atunci se acceptă H_0 şi deci se respinge H_1;

- dacă $\left|t_{calc}\right| > t_{n_1+n_2-2;1-\frac{\rho}{2}}$, atunci se respinge H_0 şi deci se acceptă H_1;

unde

$$t_{calc} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^{-2} + (n_2-1)s_2^{-2}}{n_1+n_2-2}}} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{n_1 s_1^{-2} + n_2 s_2^{-2}}{n_1+n_2-2}}} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} =$$

$$= \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_1}(x_{1i}-\bar{x}_1)^2 + \sum_{j=1}^{n_2}(x_{2j}-\bar{x}_2)^2}{n_1+n_2-2}}} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} =$$

$$= \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_1} n_i(x_{1i}-\bar{x}_1)^2 + \sum_{j=1}^{n_2} n_j(x_{2j}-\bar{x}_2)^2}{n_1+n_2-2}}} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}$$

5.3. Testele χ^2

5.3.1. Testul de independenţă (de omogenitate)

Pentru a testa independenţa a două caracteristici *X* şi *Y*, calitative sau cantitative, cu *r*, respectiv *s* modalităţi, prelevăm numărul n_{ij} de indivizi dintr-o populaţie de volum $n = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} n_{ij}$, care posedă simultan modalitatea *i*, $i = \overline{1,r}$, a caracteristicii *X* şi modalitatea *j*, $j = \overline{1,s}$, a caracteristicii *Y*.

Dacă p_{ij} este probabilitatea teoretică asociată, probabilităţile marginale sunt $p_{i.} = \sum_{j=1}^{s} p_{ij}$ şi $p_{.j} = \sum_{i=1}^{r} p_{ij}$, iar independenţa celor două caracteristici se traduce prin ipoteza nulă $H_0 : p_{ij} = p_{i.} \times p_{.j}$. Pentru testarea acestei ipoteze contra alternativei $H_1 : p_{ij} \neq p_{i.} \times p_{.j}$, utilizăm statistica:

$$D_n = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} \frac{\left(n_{ij} - n_{i.}n_{.j}/n\right)^2}{n_{i.}n_{.j}/n} = n\left(\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{s} \frac{n_{ij}^2}{n_{i.}n_{.j}} - 1\right),$$

unde distribuţia asimptotică sub H_0 este distribuţia χ^2 cu $(r-1)(s-1)$ grade de libertate.

Observaţie: Am notat $n_{i.} = \sum_{j=1}^{s} n_{ij}$ şi $n_{.j} = \sum_{i=1}^{r} n_{ij}$.

Regiunea critică a acestui test este de forma $D_n \geq C$; pentru un risc de prima speţă $\alpha = P\left(D_n \geq C \middle| H_0\right)$, valoarea lui *C* este aproximată de fractila de ordin $1-\alpha$ a distribuţiei $\chi^2_{(r-1)(s-1)}$.

5.3.2. Testul de ajustare

Pentru a testa ipoteza nulă că o *v.a. X* admite ca funcţie de repartiţie o funcţie dată *F*, utilizăm un eşantion de volum *n* al distribuţiei lui *X*.

Dacă distribuţia este discretă, având *k* valori posibile ale probabilităţilor $p_i = P\left(X = x_i\right)$, sau dacă observaţiile continue au fost

repartizate în k clase distincte (a_i, a_{i+1}), de această dată cu $p_i = P\{X \in (a_i, a_{i+1})\} = F(a_{i+1}) - F(a_i)$, comparăm această distribuţie teoretică cu cea empirică, definită de valorile n_i/n, unde n_i este numărul de observaţii x_i ce aparţin clasei (a_i, a_{i+1}).

Utilizăm ca distanţă între cele două distribuţii statistica:

$$D_n = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} = \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i^2}{np_i} - n,$$

unde distribuţia asimptotică sub H_0 este distribuţia χ^2 cu $k-1$ grade de libertate. Regiunea critică a acestui test este de forma $D_n \geq C$.

Pentru un risc de prima speţă $\alpha = P(D_n \geq C | H_0)$, valoarea lui C este aproximată de fractila de ordin $1-\alpha$ a distribuţiei χ^2_{k-1}.

Considerăm că această aproximaţie este posibilă dacă $np_i \geq 5$; în cazul unui efectiv al clasei prea mic pentru a fi îndeplinită această condiţie, regrupăm clasele adiacente.

Dacă distribuţia lui X sub H_0 depinde de r parametri ce trebuie estimaţi în prealabil, numărul de grade de libertate ale distribuţiei asimptotice devine $k-r-1$.

5.4. Concluzii

Alcătuirea unui test necesită, ca şi în cazul unei probleme de estimaţie, construirea în prealabil a unui model statistic unde *v.a. X* urmează o distribuţie de probabilitate P_θ, care depinde de un parametru θ necunoscut.

Facem aprioric ipoteza că valoarea acestui parametru este egală cu o valoare fixată θ_0 şi căutăm să validăm această ipoteză, pe baza unui eşantion din distribuţia lui *X*.

Ipoteza de mai sus, care este privilegiată, deoarece pare cea mai verosimilă a priori, se numeşte ipoteză nulă şi se notează H_0.

Construirea testului va consta din separarea mulţimii R^n de realizări posibile, pe eşantionul de volum n, în două regiuni: cea de

acceptare a lui H_0 şi cea în care vom decide să o respingem, pe care o vom numi regiunea critică a testului.

Pentru delimitarea acestor două regiuni, vom fixa o valoare slabă probabilităţii de eroare, care constă în decizia, în cazul verificării ei, bazată pe eşantion, de a respinge ipoteza nulă.

Această probabilitate se numeşte risc de prima speţă, valoarea sa standard fiind de 5%. Pentru că parametrul θ nu admite decât două valori distincte, θ_0 şi θ_1, teorema Neyman-Pearson este cea care permite determinarea formei regiunii critice, plecând de la raportul verosimilităţilor asociate fiecăreia dintre cele două valori posibile ale parametrului.

CAPITOLUL 6
ELABORARE DOCUMENTAŢIE AFERENTĂ MODELĂRII MATEMATICE A SITUAŢIILOR DE CRIZĂ (I)

Partea I. Modelarea matematică bazată pe teoria jocurilor, axată pe exemple diverse

6.1. Introducere în teoria jocurilor

Teoria jocurilor este axată pe acţiunile şi deciziile participanţilor care sunt conştienţi că acţiunile lor îi afectează reciproc. Când singurii doi publicişti dintr-un oraş stabilesc preţurile pentru ziarele pe care le comercializează, conştienţi că vânzările lor se determină mutual, atunci ei se află în postura de jucători. Ei nu sunt participanţi într-un joc alături de cititorii care cumpără ziarele, deoarece fiecare cititor ignoră efectul pe care l-ar avea asupra publicistului. Teoria jocurilor nu este utilă în cazul în care purtătorii de decizii ignoră reacţiile altora sau le tratează ca pe nişte forţe impersonale ale pieţei.

Cea mai bună modalitate pentru a înţelege care sunt situaţiile ce pot fi modelate ca jocuri şi care nu, este de a reflecta la exemplele următoare:

1. Membrii OPEC alegându-şi producţia anuală;
2. General Motors achiziţionând oţel de la USX;
3. Doi manufacturieri, unul de piuliţe, celălalt de zăvoare, luând decizia referitoare la utilizarea standardelor metrice sau americane;
4. Un comitet director stabilind un plan de opţiune asupra stocurilor, pentru ofiţerul executiv şef;
5. Forţele Aeriene Americane angajând piloţi pentru avioanele cu reacţie;
6. O companie de electricitate hotărând dacă să comande o nouă uzină de energie, fiind dată cererea estimată de electricitate în următorii zece ani.
7. Modelarea matematică a situaţiilor de criză.

Primele patru exemple sunt jocuri. În primul exemplu, membrii OPEC concurează într-un joc, din cauză că Arabia Saudită ştie că producţia de uleiuri a Kuwaitului este bazată pe prognoza acesteia referitoare la producţia Arabiei Saudite şi producţia celor două ţări contează în evoluţia preţului mondial.

În exemplul 2, un segment important al comerţului american de oţel este situat între General Motors şi USX, companii ce obţin cantităţi care influenţează deopotrivă preţurile. Unul doreşte ca preţul să scadă, celălalt vrea ca el să crească, aşadar este un joc conflictual între cei doi jucători.

În exemplul al treilea, manufacturierul de piuliţe şi cel de zăvoare nu sunt în conflict, dar acţiunile unuia dintre ei afectează acţiunile dorite de celălalt jucător, deci situaţia este un joc în care nimeni nu pierde, nimeni nu câştigă.

În exemplul 4, comitetul de directori alege un plan de opţiune asupra stocurilor, anticipând efectul acţiunii ofiţerului şef al opţiunii.

Teoria jocurilor este nepotrivită pentru modelarea ultimelor două exemple. În exemplul 5, fiecare pilot afectează individual, într-un mod insignifiant, Forţele Aeriene US şi fiecare pilot îşi ia decizia de angajare fără a lua în considerare impactul asupra politicii Forţelor Aeriene Americane.

În exemplul 6, compania de electricitate se confruntă cu o decizie complicată, dar nu intră în interdependenţă cu un alt agent raţional.

Aceste situaţii sunt mai potrivite pentru utilizarea teoriei deciziei decât pentru teoria jocurilor, teoria deciziei fiind analiza atentă a modului în care o persoană ia o decizie, în cazul în care ar putea să se confrunte cu o situaţie de incertitudine sau o întreagă succesiune de decizii care interacţionează unele cu altele, dar când nu este expus să interacţioneze în mod strategic cu alţi purtători individuali de decizii.

Schimbările în cadrul variabilelor economice importante pot, oricum, schimba exemplele 5 şi 6 în jocuri. Modelul adecvat se schimbă dacă Air Force se confruntă cu o uniune de piloţi sau dacă Comisia de Utilitate Publică face presiuni asupra necesităţii schimbării capacităţii de generare a energiei.

Teoria jocurilor, aşa cum va fi prezentată în continuare, este un instrument de modelare şi nu un model axiomatic.

În acest context, putem spune că teoria jocurilor este o ramură relativ nouă a microeconomiei, dezvoltată după 1940, apărând odată cu publicarea lucrării "*The Theory of Games and Economic Behaviour"* de către John von Neumann şi Oskar Morgenstern în 1944 (Princeton, New Jersey: Princeton Universitatea Press, 1944)[1]. Cei doi iluştri cercetători au definit jocul ca *orice interacţiune între agenţi, ce este condusă după un set de reguli specifice care stabilesc mutările posibile ale fiecărui participant, cât şi câştigurile pentru fiecare combinaţie de decizii*.

[1] Von Neumann (1903-1957) a fost matematician la Institutul de Studii Avansate din Princeton, şi Morgenstern (1902-1977) a fost economist la Universitatea Princeton. Von Neumann a inventat teoria jocului în anul 1928, când şi-a publicat faimoasa sa teoremă mini-max.

Această descriere corespunde în extensie oricărui fenomen economico-social, aşteptându-se de la aceasta rezolvarea numeroaselor situaţii în care rezultatul acţiunilor jucătorilor depinde nu numai de acestea, ci şi de acţiunile celorlalţi participanţi la joc.

6.2. Elementele componente ale unui joc

Atât în economie, cât şi în celelalte domenii ale vieţii economico-sociale şi politice, între indivizi sau grupuri de persoane organizate apar o serie de interdependenţe legate de scopul pe care fiecare îl urmăreşte.

Jocul poate fi definit astfel ca o reprezentare formală a unei situaţii în care un număr de n-indivizi interacţionează în cadrul unei interdependenţe strategice.

Apare astfel ca necesară cunoaşterea următoarelor elemente:

Indivizii sunt participanţii la joc (jucătorii, actorii)

Exemplul 6.1.

a) Aruncarea a două monede, fiecare din cei doi participanţi la joc alegând una din feţele monedelor;

b) Două firme ce îşi dispută întâietatea pe piaţa unui anumit produs.

Interdependenţa strategică este rezultat al faptului că referitor la joc trebuie să se cunoască:

- Care sunt jucătorii atraşi;
- Când mută fiecare? Ce cunosc când mută? Ce pot face?
- Care este rezultatul jocului pentru fiecare pereche de situaţii în parte?
- Care este câştigul - rezultatul celei mai bune alegeri?

Pentru a defini termenii utilizaţi mai sus şi pentru a arăta diferenţa dintre teoria jocurilor şi teoria deciziei, vom presupune exemplul unui antreprenor ce urmează să decidă dacă va înfiinţa o curăţătorie într-un oraş în care există deja o astfel de firmă. Vom numi cele două firme „Curăţătoria nouă" şi „Curăţătoria veche". „Curăţătoria nouă" se află în incertitudine, după cum economia se va situa într-o perioadă de recesiune sau nu, lucru ce va afecta numărul de consumatori care vor plăti pentru serviciile oferite de firmă şi trebuie, de asemenea, să aibă grijă dacă „Curăţătoria veche" va replica noii intrări pe piaţă cu un „război" al preţului sau păstrându-şi preţurile iniţiale ridicate.

Ca urmare, jocul este format din patru componente şi anume:

i_1) **jucătorii** - cei care participă la joc (firme, consumatori etc. şi care vor fi notaţi cu I={1, 2, 3, ..., i, ..., *n*}.

Altfel spus, **jucătorii** sunt indivizii care iau decizii. Scopul fiecărui jucător este să maximizeze utilitatea sa prin alegerea acţiunilor.

În jocul curăţătoriilor, trebuie specificat faptul că jucătorii sunt „Curăţătoria nouă" şi „Curăţătoria veche". Indivizi pasivi precum clienţii, care reacţionează predictibil la modificările preţului fără nicio intenţie de a încerca să schimbe comportamentul cuiva, nu sunt jucători, ci parametri de mediu (ambientali). Simplitatea este scopul în domeniul modelării, iar idealul este să se păstreze numărul jucătorilor la nivelul minim care păstrează reprezentativitatea situaţiei.

Uneori este util să se includă în mod explicit indivizi în cadrul modelului, numiţi *pseudo-jucători*, ale căror acţiuni sunt preluate într-o manieră pur mecanică.

Natura este un pseudo-jucător care determină acţiuni întâmplătoare la anumite momente în timpul jocului, cu probabilităţi specifice.

În jocul curăţătoriilor, vom modela posibilitatea recesiunii ca o mişcare a naturii. Putem presupune astfel că, cu probabilitatea 0.3, natura decide că va fi o recesiune şi cu probabilitatea 0.7 decide contrariul.

i_2) **strategiile** - acţiunile pe care fiecare jucător la va întreprinde în fiecare etapă de evoluţie a jocului.

Vom nota cu S_i - spaţiul strategiilor la nivelul jucătorului *i*, unde:

$$S_i = \{s_{i1}, s_{i2}, ..., s_{ij}, ..., s_{im}\}$$

Observaţie: a) Pentru simplificarea notaţiilor vom pune $s_i \in S_i$, reprezentând o strategie oarecare la nivelul jucătorului *i*.

b) Vom nota cu s_{-i} o pereche oarecare de strategii de la nivelul celorlalţi $n - 1$ jucători

$$\left(s_{-i} = \left(s_1, .., s_{i-1}, s_{i+1}, ..., s_n\right) \in \underset{\substack{k=1 \\ k \neq i}}{\overset{n}{X}} S_k \right)$$

Vom avea astfel $s = (s_i , s_{-i})$.

În jocul curăţătoriilor, încercăm să determinăm dacă „Curăţătoria nouă" va intra sau nu pe piaţă, pentru aceasta nu este important a intra în detaliile tehnice referitoare la echipamentele de curăţat şi în practicile de muncă. În plus, nu va fi în interesul Curăţătoriei Noi să pornească la un război al preţurilor, până când nu va fi posibil să excludă Curăţătoria Veche, deci, putem să eliminăm acea decizie din modelul nostru. Setul de acţiuni (strategii) al Curăţătoriei Noi poate fi foarte simplu modelat ca {*Intră*, *Nu intră*}. Se poate specifica, de asemenea, setul de acţiuni pentru Curăţătoria Veche care poate fi simplu: acela de a alege preţul între {*Scăzut*, *Ridicat*}, sau setul de strategii poate fi:

{*Preţ ridicat în cazul în care Curăţătoria Nouă a intrat pe piaţă, Preţ scăzut dacă nu a intrat, Preţ scăzut în cazul în care Curăţătoria Nouă a intrat, Preţ ridicat dacă nu a intrat, Preţ ridicat indiferent de situaţie, Preţ scăzut indiferent de situaţie*}

i_3) **câştigul** - ceea ce se obţine în urma unei combinaţii posibile de strategii.

Altfel spus, prin **câştigul** jucătorului *i*, $\pi_i(s_1,...,s_n)$, înţelegem ori:

(1) Utilitatea (recompensa) pe care jucătorul *i* o primeşte după ce toţi jucătorii şi Natura au selecţionat strategiile şi jocul a fost încheiat, sau

(2) Utilitatea (recompensa) aşteptată pe care el o primeşte ca o funcţie de strategiile proprii şi de ceilalţi jucători.

Pentru început, se consideră „strategia" ca un sinonim pentru „acţiune". Definiţiile (1) şi (2) sunt distincte, dar în literatura de specialitate şi în consecinţă în continuare, termenul „recompensă" este folosit atât pentru câştigul actual cât şi pentru cel aşteptat. Contextul va face să fie mai clar despre ce e vorba. Dacă una este modelarea unei situaţii particulare din lumea reală, redarea recompenselor este adesea cea mai grea parte din construcţia unui model.

Pentru perechea de curăţătorii, vom presupune că recompensele sunt cele oferite de tabelul 6.1a, dacă economia este normală în timp ce în cazul unei recesiuni economice, câştigul fiecărui jucător care operează pe piaţă este cu 60.000 euro mai mic, aşa cum se arată în tabelul 6.1b.

Curăţătoria Veche - mii euro -

	Preţ scăzut	Preţ ridicat
Intră	-100, -50	100,100
Nu intră	0,50	0,300

Curăţătoria Nouă

Tabelul 6.1a. *Jocul Curăţătoriilor în cazul unei economii normale*

Curăţătoria Veche - mii euro –

	Preţ scăzut	Preţ ridicat
Intră	-160,-110	40,40
Nu intră	0,-10	0,240

Curăţătoria Nouă

Tabelul 6.1b. *Jocul Curăţătoriilor în cazul unei recesiuni economice*

În ambele tabele recompensele pentru (Curăţătoria Nouă, Curăţătoria Veche) sunt exprimate în mii euro.

Informaţiile sunt modelate folosind conceptul **set de informaţii**, care la nivelul unui jucător, pot face referire la cunoştinţele sale într-un moment particular asupra valorilor şi diferitelor variabile.

Elementele setului de informaţii sunt diferite valori pe care jucătorul le consideră probabile. Dacă setul de informaţii are multe elemente, există multe valori pe care jucătorul nu le poate menţine, dacă are un singur element, el ştie precis valoarea.

Un set de informaţii la nivelul unui jucător include nu numai distincţii între valorile variabilelor, precum puterea combustibilului cerut spre exemplu, dar de asemenea, cunoştinţe despre ce acţiuni au fost luate anterior, în aşa fel încât setul de informaţii să se modifice pe parcursul jocului.

În jocul curăţătoriilor, în momentul alegerii (stabilirii preţului), Curăţătoria veche va cunoaşte decizia de intrare pe piaţă a noii firme. Dar ce ştie firma despre recesiune? Dacă ambele firme cunosc ce înseamnă recesiunea, vom modela ca şi cum Natura se modifică înaintea apariţiei Noii Curăţătorii. În cazul în care numai Curăţătoria Veche ştie, vom considera o mutare a naturii după cea a noii firme, în timp ce dacă niciuna dintre firme nu cunoaşte dacă există o recesiune la momentul la care trebuie să ia deciziile, vom pune pe ultimul plan influenţa naturii.

Este convenabil să aranjăm informaţiile şi acţiunile într-o **ordine a jocului**. În continuare, se prezintă ordinea jocului specificat pentru cazul curăţătoriilor:

1. Curăţătoria Nouă alege decizia intrării pe piaţă {*Intră*, *Nu intră*}
2. Curăţătoria Veche alege preţul {*Scăzut*, *Ridicat*}
3. Natura „selectează" cererea C, urmând a fi recesiunea cu probabilitatea 0.3 sau o cerere normală cu probabilitatea 0.7.

Scopul modelării este de a explica cum se leagă un set de circumstanţe de un rezultat particular. Rezultatul interesului este cunoscut ca fiind venitul.

Rezultatul jocului este un set de elemente pe care modelatorul le selectează din valorile acţiunilor, recompenselor şi altor variabile, după ce jocul a fost încheiat.

Definiţia efectului jocului pentru orice model particular depinde de variabilele pe care modelatorul le găseşte interesante.

O modalitate de definire a efectului Jocului Curăţătoriilor ar putea fi în egală măsură *Intră* sau *Nu intră.* O altă modalitate, potrivită dacă modelul a fost construit pentru a ajuta la planificarea finanţelor Curăţătoriei Noi, este precum recompensa realizată de aceasta, care este conform tabelelor 6.1.a şi 6.1.b un element al setului {0,100,-100,40,-160}.

Având schiţate presupunerile modelului, ne vom întoarce la ce este special în legătură cu modul în care teoria jocurilor modelează o situaţie.

Teoria deciziei pune la dispoziţie regulile jocului în cel mult acelaşi mod ca teoria jocurilor, dar o privire din afară demonstrează că este fundamental diferită dintr-un anumit punct de vedere: *există un singur jucător*.

Revenind la decizia noii firme de intrare pe piaţă, în teoria deciziei, metoda standard este de a construi un **arbore decizional** din regulile jocului, care reprezintă doar un mod grafic de a înfăţişa ordinea jocului.

Figura 6.1. prezintă un arbore decizional pentru Jocul Curăţătoriilor. El arată toate schimbările existente la dispoziţia Noii Curăţătorii, probabilităţile asociate stărilor naturii (acţiuni pe care firma nu le poate controla), şi plăţile pentru Noua Curăţătorie depinzând de alegerile sale şi de cum se prezintă mediul înconjurător. Notăm că, deşi am specificat probabilitatea modificării Naturii de 0.7 pentru o economie normală şi 0.3 pentru o economie în recesiune, avem nevoie de asemenea să specificăm o probabilitate pentru modificarea survenită în Curăţătoria Veche, care este predispusă la o probabilitate de 0.5 pentru un preţ scăzut şi 0.5 pentru un preţ ridicat.

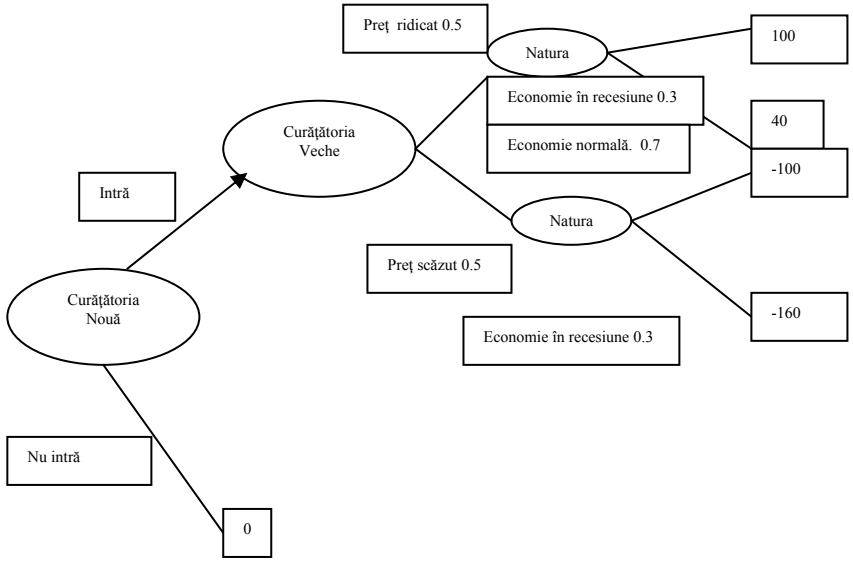


Figura 6.1. *Jocul Curăţătoriilor reprezentat ca un arbore de decizie*

Odată ce arborele de decizie a fost schiţat, putem rezolva problema pentru decizia optimă care maximizează câştigul aşteptat.

Presupunând că firma nouă a pătruns pe piaţă, dacă firma deja existentă alege un preţ ridicat, atunci Curăţătoria Nouă se aşteaptă ca recompensa să fie 82, adică 0.7(100)+0.3(40).

Dacă firma veche alege un preţ scăzut, atunci venitul la care se aşteaptă Curăţătoria Nouă este -118, reprezentând 0.7(-100)+0.3(-160).

Întrucât există o şansă egală pentru fiecare modificare a firmei vechi, cea nouă se aşteaptă la un venit total din *Intră* de -18. Această variantă este mai rea decât valoarea 0, pe care firma ar putea-o obţine selectând *Nu intră*, deci predicţia e ca Noua Curăţătorie să nu intre în concurenţă, ceea ce este, oricum, greşit.

Acesta este un joc, nu doar o problemă de decizie. Eroarea în raţionament pe care o precizam este presupunerea că Vechea Curăţătorie va alege preţul ridicat, cu o probabilitate de 0.5.

Dacă folosim informaţii despre rezultatele frmei existente şi înţelegem ce schimbări va face Vechea Curăţătorie pentru rezolvarea problemei de maximizare a profitului propriu, vom ajunge la o concluzie diferită.

În primul rând, vom înfăţişa ordinea jocului ca un **arbore al jocului,** în loc de arbore de decizie. Figura 6.2. prezintă modelul în discuţie ca pe un arbore al jocului, cu toate mişcările şi veniturile Curăţătoriei Vechi.

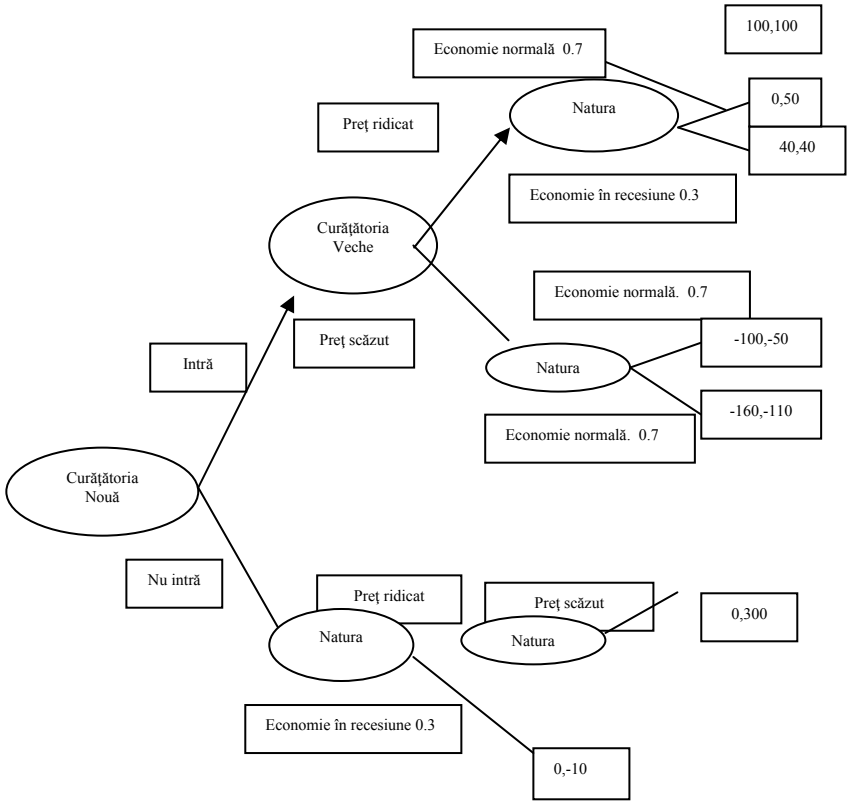


Figura 6.2. *Jocul Curăţătoriilor ca arbore al jocului*

Privind situaţia ca joc, trebuie să ne gândim la luarea deciziilor de către ambii participanţi la joc.

Presupunem că firma nouă a intrat pe piaţă. Curăţătoria Veche alege preţul ridicat, atunci profitul aşteptat este de 82, adică 0.7(100)+0.3(40).

În cazul în care Curăţătoria Veche alege preţul scăzut, atunci profitul aşteptat este -68, adică 0.7(-50)+0.3(-110). Astfel, Curăţătoria

Veche va alege preţul ridicat şi cu probabilitatea de 1.0, nu 0.5 (săgeata din diagramă pentru preţul ridicat arată această concluzie a raţionamentului nostru). Acest lucru înseamnă, pe rând, că Noua Curăţătorie se poate aştepta la un venit aşteptat de 82, adică 0.7(100)+0.3(40), din varianta *Intră*.

Presupunând că noua firmă nu a intrat, în cazul în care Curăţătoria Veche alege preţul mare, profitul aşteptat al acesteia este 282, adică 0.7(300)+0.3(240), în timp ce în cazul în care Vechea Curăţătorie alege preţul scăzut, profitul aşteptat va fi de 32, adică 0.7(50)+0.3(-10).

Ca urmare, vechea firmă va alege preţul ridicat, aşa cum se arată prin săgeata din *Preţ ridicat*. Dacă noua firmă alege să stea în afara pieţei, va avea un rezultat egal cu zero şi întrucât acesta este mai grav decât 82, pe care l-ar putea spera din strategia *Intră*, rezultă că decizia finală va fi de a intra pe piaţă.

Această permutare, din punct de vedere al unui jucător la viziunea celuilalt jucător, este caracteristică teoriei jocurilor.

Conceptul strategiei este util datorită acţiunii pe care jucătorul doreşte să o selecteze, adesea depinzând de acţiunile trecute ale naturii şi ale altor jucători. Extrem de rar se pot preconiza acţiunile unui jucător, în mod necondiţionat, dar putem adesea prezice cum va răspunde el la modificările din lumea exterioară jocului.

Este de reţinut astfel că strategia unui jucător este un set complet de instrucţiuni pentru el, îndrumându-l astfel ce fel de acţiuni să aleagă în fiecare situaţie, chiar dacă nu se aşteaptă la acea situaţie.

i_4) **funcţia obiectiv** - care este rezultatul cel mai bun la nivelul fiecărui jucător. La nivelul firmelor funcţia obiectiv este presupusă în mod tradiţional cea a profitului, iar la nivelul consumatorilor este utilitatea.

Exemplul 6.2. Presupunem aruncarea unei monede, cei doi jucători convenind următoarele:

- jucătorul 1 aruncă moneda şi jucătorul 2 este cel ce alege;
- dacă în urma aruncării faţa este cea solicitată de jucătorul 2, atunci acesta va primi de la jucătorul 1 o unitate monetară indiferent dacă acesta din urmă a intuit sau nu faţa respectivă;
- „câştigul" este în acest caz suma obţinută după aruncarea monedei şi observarea feţei.

Presupunem următoarea reprezentare prin căsuţe a jocului:

		jucătorul 2 s_{21}	s_{22}	
jucătorul	s_{11}	-1, 1	1, -1	, unde s_{11}, s_{21} - reprezintă cap
1	s_{12}	1, -1	-1, 1	unde s_{12}, s_{22} - reprezintă pajură

Figura 6.3. *Descrierea componentelor unui joc*

În consecinţă, dacă în urma aruncării monedei de către jucătorul 1, dacă jucătorul 2 a ales cap, faţa vizibilă este cap, jucătorul 2 va câştiga 1 u.m. de la jucătorul 1. Jucătorul 1 va câştiga dacă va fi cap numai dacă jucătorul 2 a ales pajură. Situaţia se analizează similar dacă faţa vizibilă este pajură.

Se observă că valorile **α, β** din fiecare căsuţă reprezintă "câştigul" fiecăruia din cei doi jucători.

Strategiile pe care le adoptă fiecare jucător pot fi la rândul lor: **strategii pure** al căror rezultat este chiar valoarea (α, β) corespunzătoare fiecărei căsuţe, sau **strategii mixte**.

Strategiile mixte apar ca urmare a faptului că cel puţin unul dintre jucători nu este sigur de ceea ce face unul sau mai mulţi jucători cu care este în joc, deşi, cunoaşte toate posibilităţile de strategii ale acestora.

Definiţia 6.1. Fie S_i - mulţimea strategiilor pure la nivelul jucătorului i, unde: $S_i = \{s_{i1_1}, s_{i2_2}, ..., s_{ij}, ..., s_{im}\}$, cu *i* şi *m* finite.

Numim **strategie mixtă** pentru jucătorul *i* şi notăm cu $p_i : S_i \to [0, 1]$, probabilitatea ataşată fiecărei strategii pure $s_i \in S_i$, unde p_i (s_i) - este o probabilitate cu $p_i(s_i) \geq 0$ şi $\sum_{s_i \in S_i} p_i(s_i) = 1$

Vom nota cu $\overset{\approx}{S}_i = \{(p_{i_1}, ..., p_{ij}, ..., p_{im}) \in R^m, p_{ij} \geq 0, (\forall) j = \overline{1,m}$ şi $\sum_{j=1}^{m} p_{ij} = 1$, unde $p_{ij} = p_{ij}(s_{ij})\}$.

În consecinţă, strategia mixtă pentru jucătorul *i* o reprezintă distribuţia de probabilitate peste strategiile din spaţiul S_i (unde S_i cuprinde numai strategii pure).

Observaţie: Cazurile particulare de strategii mixte la nivelul jucătorului *i*, pentru care perechile de probabilităţi sunt de forma:

(1, 0, . . ., 0), (0, 1, 0, . . . , 0), . . . , (0, 0, . . . , 0, 1)
de m-1 ori de m - 2 ori de m - 1 ori

reprezintă de fapt strategii pure: în primul caz jucătorul *i* va juca strategia pură s_{i1}, în al doilea caz va juca strategia pură s_{i2} , ş.a.m.d.

Exemplul 6.3. Fie jocul reprezentat prin următoarea diagramă[1]:

jucătorul 2

		p_1^2	p_2^2	p_3^2
	p_1^1	π^1_{11}, π^2_{11}	π^1_{12}, π^2_{12}	π^1_{13}, π^2_{13}
jucătorul	p_2^1	π^1_{21}, π^2_{21}	π^1_{22}, π^2_{22}	π^1_{23}, π^2_{22}
1	p_3^1	π^1_{31}, π^2_{31}	π^1_{32}, π^2_{32}	π^1_{33}, π^2_{33}
		s_{21}	s_{22}	s_{23}

Figura 6.4. *Descrierea componentelor jocului*

unde $p^1{}_k = \sum_{j=1}^{3} p_{kj}, k=1,2,3$ pentru linii (p_{kj} reprezentând probabilitatea de realizare a strategiei (s_k, s_j) $p^2{}_k = \sum_{j=1}^{3} p_{jk}, k=1,2,3$ pentru coloane.

Câştigul jucătorului 1 pentru $p^1 = (p_1^1, p_2^1, p_3^1)$ şi $p^2 = (p_1^2, p_2^2, p_3^2)$ este:

$$\pi_1(p^1, p^2) = p^1{}_{11}(p^2{}_1\pi^1_{11} + p^2{}_2\pi^1_{12} + p^2{}_3\pi^1_{13}) + p^1{}_2(p^1{}_2\pi^1_{21} + p^2{}_2\pi^1_{22} + p^2{}_3\pi^1_{23}) +$$
$$+ p^1{}_3(p^2{}_1\pi^1_{31} + p^2{}_2\pi^1_{32} + p^2{}_3\pi^1_{33}) = \sum_{k=1}^{3} p^1{}_k \left(\sum_{j=1}^{3} p^2{}_j \pi^1{}_{kj} \right)$$

(6.1.a)

sau ţinând cont că $p^1{}_k \cdot p^2{}_j = p_{kj}$, avem:

$$\pi_1(p^1, p^2) = p_{11}\pi^1_{11} + p_{12}\pi^1_{12} + p_{13}\pi^1_{13} + p_{21}\pi^1_{21} + p_{22}\pi^1_{22} + p_{23}\pi^1_{23} +$$
$$+ p_{31}\pi^1_{31} + p_{32}\pi^1_{32} + p_{33}\pi^1_{33} = \sum_{k=1}^{3}\sum_{j=1}^{3} p_{kj}\pi^1{}_{kj}$$

(6.1.b)

Pentru un caz concret presupunând:

jucătorul 2

[1] S-a notat cu $\pi^i{}_{kj}$ - câştigul jucătorului i atunci când acesta urmează strategia k iar celălalt urmează strategia j.

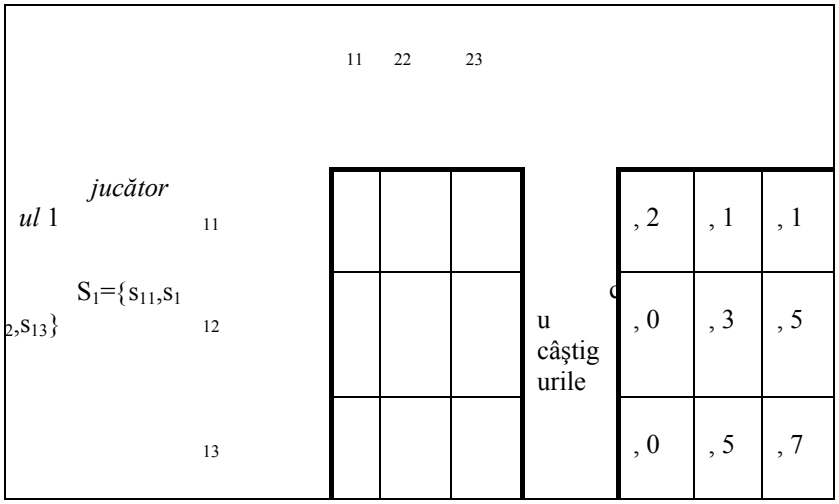


Figura 6.5.a **Figura 6.5.b**

rezultă că:

$$\pi_1(p^1,p^2)=0\cdot 3+\frac{1}{6}\cdot 4+\frac{1}{6}\cdot 5+0\cdot 1+\frac{1}{6}\cdot 7+\frac{1}{6}\cdot 2+0\cdot 2+\frac{1}{6}\cdot 8+\frac{1}{6}\cdot 1=$$

$$=\frac{4+5+7+2+8+1}{6}=\frac{27}{6}=\frac{9}{2};$$

$$\pi_2\left(p^1,p^2\right)=0\cdot 2+0\cdot 0+0\cdot 0+\frac{1}{6}\cdot 1+\frac{1}{6}\cdot\cdot 3+\frac{1}{6}\cdot 5+\frac{1}{6}\cdot 1+\frac{1}{6}\cdot 5+\frac{1}{6}\cdot 7=$$

$$=\frac{1+3+5+1+5+7}{6}=\frac{22}{6}=\frac{11}{3}$$

(am folosit de fiecare dată relaţia (6.1.b)).

6.3. Jocuri în formă normală (jocuri strategice) şi jocuri în formă extinsă

Vom analiza pentru început jocurile în care strategiile sunt pure.

Definiţia 6.2. Fie jocul cu n actori pentru care mulţimea strategiilor la nivelul fiecăruia este $S_i = \{s_{i1},..., s_{im}\}$ cu $i=\overline{1,n}$, iar funcţiile câştig sunt $\pi_i(S_i)$, $i=\overline{1,n}$.

Numim joc *în forma normală* acel joc de forma:

$$J_N=\left\{n,\left\{S_i\right\}_{1\le i\le n},\left\{\pi_i(\cdot)\right\}_{1\le i\le n}\right\} \qquad (6.2.a.)$$

De regulă jocurile în formă normală sunt reprezentate grafic prin intermediul căsuţelor. Pentru jocuri cu strategii mixte forma normală a acestora este:

$$\tilde{J}_N=\left\{n,\left\{\tilde{S}_i\right\}_{1\le i\le n},\left\{\pi_i(\cdot)\right\}_{1\le i\le n}\right\} \qquad (6.2.b.)$$

Un caz particular de jocuri în forma normală sunt acele *jocuri cu suma nulă,* care se caracterizează prin aceea că suma câştigurilor obţinute de participanţii la joc este nulă, adică: $\sum_{i=i}^{n}\pi_i(S)=0,(\forall)S$ (6.3.)

unde am notat cu $S=\overset{n}{X}_{i=1}S_i$.

Un exemplu de joc normal cu sumă nulă este cel prezentat în E6.2., unde, indiferent de combinaţia strategiilor pure aleasă, ceea ce câştigă unul dintre jucători, reprezintă pierderea pentru celălalt.

Spre deosebire de jocurile în formă normală, **jocurile în formă extinsă** sau mai simplu **jocuri extinse** presupun o mai laborioasă cunoaştere a jocului în sine.

Astfel, în acest caz, jocul specifică:

i1

– numărul jucătorilor n;
– setul finit de noduri ce compun jocul, notat cu N;
– mulţimea acţiunilor posibile A.

Exemplul 6.4. Presupunem că jucătorii au fiecare câte o monedă în mână pe care urmează să o pună pe masă. Regulile jocului:

r_1) dacă ambele monede au aceeaşi faţă câştigă 1 u.m. jucătorul 2, altfel câştigă jucătorul 1 o unitate monetară;

r_2) jocul este secvenţial în sensul că mai întâi pune jucătorul 1 moneda jos după care pune şi jucătorul 2.

Acest joc poate fi reprezentat grafic cu ajutorul arborelui, astfel:

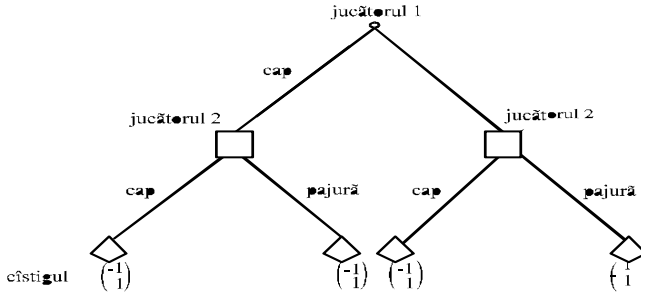


Figura 6.6. *Reprezentarea arborescentă a jocului*

În figura de mai sus nodul O este nod decizional iniţial unde jucătorul 1 face mutarea sa, nodurile pătratice sunt noduri decizionale pentru jucătorul 2, iar nodurile rombice sunt finale.

Parantezele corespunzătoare nodurilor finale dau câştigul pe fiecare ramură a arborelui decizional pentru fiecare din cei doi jucători.

i_2) – o funcţie r: $N \to \{N \cup \varnothing\}$ ce specifică singurul nod predecesor al fiecărui nod din arborele decizional.

Observaţii: a) Singurul nod care nu are predecesor este nodul iniţial x_0 .

b) Nodurile succesoare ale unui nod x sunt date de funcţia $s(x) = r^{-1}(x)$.

Vom nota cu T mulţimea nodurilor finale, unde:

$$T = \{x \in N / \ s(x) = \varnothing\}$$

Toate nodurile ce nu sunt finale sunt cunoscute ca fiind noduri decizionale. Mulţimea acestor noduri este $N \setminus T$.

i_3) – o funcţie z: $N \setminus \{x_0\} \to A$ ce conduce la determinarea nodurilor neiniţiale pornind de la predecesorul $r(x)$ şi satisfăcând proprietatea că dacă x_i şi $x_j \in s(x)$, $x_i \neq x_j$ atunci: $z(x_i) \neq z(x_j)$.

Mulţimea alegerilor posibile la nodul decizional x este:

$a(x) = \{d \in A / d = z(x_i)$ pentru acei $x_i \in s(x)\}$

i_4) – o mulţime de informaţii [1] $\boldsymbol{E}$ şi o funcţie E: $N \to \boldsymbol{E}$ ataşată fiecărui nod decizional x, cu: E(x) $\in \boldsymbol{E}$, $\boldsymbol{E} \in P(N)$.

3 Prin set de informaţii (elemente ale unui set de informaţii) se înţelege un set de noduri decizionale ale jucătorilor sau jucătorului dacă este vorba de un set de informaţii de la nivelul unui jucător.

Observaţie: Dacă E(x) = E(x') atunci $a(x) = a(x')$, adică toate noduri decizionale ataşate la un singur set de informaţii conduc la aceeaşi alegere.

Putem spune astfel că: $A(\mathbf{E})=\{d \in A / d \in a(x)$, oricare ar fi $x \in E\}$

i_5) – o funcţie $h : \varepsilon \to \{0, 1, 2, \ldots, n\}$ ataşată fiecărui set de informaţii cu valori în mulţimea jucătorilor (unde "0" specifică cel de-al n+1–lea jucător şi anume natura).

Avem astfel mulţimea informaţiilor de la nivelul jucătorului i, şi anume:

$$\varepsilon_i = \{E \in \varepsilon / h = h(E)\}$$

i_6) – o funcţie $x : E_0 \times A \to [0, 1]$ ataşând probabilităţi de acţiune la mulţimea informaţiilor, unde:

a) $x(E, d) = 0$, dacă $d \notin A(E)$ şi

b) $\sum_{d \in A(E)} x(E,d) = 1$, pentru toţi $E \in E_0$.

i_7) – o mulţime de funcţii de câştig $\pi(\cdot) = \{\pi_1(\cdot), \ldots, \pi_2(\cdot)\}$ ataşată jucătorilor pentru fiecare nod final ce poate fi atins, unde:

$$\pi_i(\cdot) : T \to R.$$

Definiţia 6.3. Se numeşte joc în formă extinsă acel joc ce conţine următoarele elemente: $J_E = \{n, N, A, r(\cdot), z(\cdot), \varepsilon, E(\cdot), h(\cdot), x(\cdot), \pi\}$ (6.4.)

Pornind de la unele elemente ale jocului în forma extinsă putem da o definiţie a strategiei pure (deterministe).

Definiţia 6.4. Fie:

$\in_i$ - mulţimea informaţiilor de la nivelul jucătorului i;

A - setul de acţiuni posibile ataşate mulţimii informaţiilor H.

$A(E) \subset A$, setul de acţiuni posibile ataşate mulţimii informaţiilor H.

O strategie pentru jucătorul i este o funcţie $\in_i \to A /$ şi $(E) \in A(E)$, $(\forall) E \in \in_i$.

Tot în acest context putem defini mult mai riguros şi strategia pentru un jucător i.

Definiţia 6.5. Fie jocul în forma extinsă J_E dat de relaţia (6.4.). Numim strategie pentru jucătorul i, probabilitatea $\beta_i(d, E) \geq 0$ cu:

$$\sum_{d \in A(E)} \beta_i(d, E) = 1, (\forall) E \in \in_i \text{ şi acţiunea } d \in A(E)$$

Aşa cum a fost prezentată în acest context, mulţimea A poate cuprinde atât strategii pure cât şi mixte, caz în care definiţia jocului în formă extinsă (6.4.) rămâne valabilă.

6.4. Clasificarea jocurilor

Cunoaşterea tipurilor de jocuri existente este necesară pentru a cunoaşte care sunt mijloacele de analiză cu privire la existenţa echilibrului, unicitatea acestuia etc.

Există mai multe criterii de clasificare a jocurilor, şi anume:

c_1) - după timpul în care jucătorii fac mutările:

- **jocuri statice** (cu mutare simultană) - în care toţi jucătorii mută o singură dată şi în acelaşi timp;
- **jocuri dinamice** (cu mutare secvenţială) - în care jucătorii mută unul după celălalt.

c_2) - după caracterul informaţiilor deţinute de către jucători:

- **jocuri în condiţii de informaţie completă**, ceea ce înseamnă în esenţă că câştigurile jucătorilor sunt informaţii comune, pentru fiecare combinaţie posibilă de strategii, adoptate de cei n-jucători;
- **jocuri în condiţii de informaţie incompletă**, în care cel puţin un jucător este incert cu privire la funcţia câştig a celorlalţi jucători.

c_3) - în funcţie de cunoaşterea istoriei jocului, jocurile în condiţii de informaţie completă se clasifică în:

- **jocuri în condiţii de informaţie completă şi perfectă**, care presupune cunoaşterea de către fiecare jucător a istoriei jocului.

Definiţia 6.6. Un joc în condiţii de informaţie completă este perfect (în condiţii de informaţie completă şi perfectă) dacă fiecare set de informaţii conţine un singur nod decizional.

- **jocuri în condiţiile de informaţie completă şi imperfectă**, sunt acelea în care istoria jocului nu este cunoscută de către fiecare jucător, ceea ce în mod mai riguros presupune că fiecare set de informaţii nu conţine obligatoriu un singur nod decizional, şi există în consecinţă cel puţin un set de informaţii cuprinzând mai mult de un nod decizional.

c_4) - în funcţie de numărul jucătorilor şi al strategiilor avem:

- **jocuri finite**, sunt acelea formate dintr-un număr finit[1] de jucători şi de asemenea număr finit de strategii;
- **jocuri infinite** în care unul din cele două elemente (număr de jucători sau strategii) este infinit;

[1] Număr finit de noduri.

c_5) - în raport cu numărul de jucători

- **jocuri cu doi jucători**;
- **jocuri multipersoană**;
- **jocuri contra naturii**.

c_6) - în funcţie de caracterul repetitiv, sau nu al relaţiilor, avem:

- **jocuri repetitive**, în care relaţiile între jucători se repetă de la o mutare la alta;
- **jocuri nerepetitive**, ce reprezintă contrariul

c_7) - în raport cu structura câştigurilor

- **jocuri de sumă nulă**, adică acelea în care suma câştigurilor este zero;
- **jocuri de sumă nenulă**, adică acelea în care suma câştigurilor este diferită de zero.

c_8) - în raport cu modul în care comunică jucători între ei, avem:

- **jocuri cooperative**, adică acelea în care jucătorii comunică între ei înainte de luarea deciziilor şi pot face anumite promisiuni ce urmează a fi respectate înainte de alegerea strategiilor;
- **jocuri necooperative**, adică acelea în care jucătorii nu comunică între ei înainte de luarea deciziilor.

În consecinţă, există patru mari clase de jocuri care vor fi analizate în continuare, şi anume: jocuri statice în informaţie completă, jocuri dinamice în informaţie completă, jocuri statice în informaţie incompletă şi jocuri dinamice în informaţie incompletă.

Totodată, corespunzător celor patru clase de jocuri, există patru tipuri de echilibre întâlnite şi anume: *echilibrul Nash, echilibrul perfect în subjoc, echilibrul Bayesian şi echilibrul Bayesian perfect.*

CAPITOLUL 7
ELABORARE DOCUMENTAŢIE AFERENTĂ MODELĂRII MATEMATICE A SITUAŢIILOR DE CRIZĂ (II)

Partea a II-a. Modelarea matematică bazată pe teoria jocurilor, axată pe exemple diverse

7.1. Strategii pure dominate şi posibilităţi de eliminare a acestora

Găsirea echilibrului pentru un joc - în formă normală sau extinsă - impune cunoaşterea strategiilor fezabile şi care sunt dominate.

Definiţia 7.1. Fie jocul în forma normală[1]

$$J_N = \{n, \{S_i\}_{1 \le i \le n}, \pi_i\{.\}\}_{1 \le i \le n}\}$$

cu s_i şi s_i' două strategii fezabile pentru jucătorul i ($s_i \neq s_i'$ şi $s_i, s_i' \in S_i$).

Spunem că strategia s_i este strict dominată de strategia s_i' dacă oricare ar fi combinaţia strategiilor celorlalţi jucători, s_{-i}, atunci:

$$\pi_i(s_i , s_{-i}) < \pi_i(s_i' , s_{-i}) \qquad (7.1.)$$

Observaţii: 1) Dacă relaţia (7.1.)) se realizează cu "≤" atunci spunem că strategia s_i este dominată slab de strategia s_i' .

2) Strategia s_i' se numeşte strategia dominantă.

Exemplul 7.1. Fie două firme f_1 şi f_2 (doi jucători) cu spaţiile strategiilor

$S_1 = \{s_{11}, s_{12}\}$ respectiv $S_2 = \{s_{21}, s_{22}, s_{23}\}$.

Matricea câştigurilor este

[1] Problema se pune similar şi pentru jocul în forma extinsă.

Firma f_2

Firma f_1

	s_{21}	s_{22}	s_{23}
s_{11}	2 ,1	1 ,3	1, 1
s_{12}	, ,4	, ,2	3, 1

Tabelul 7.1. *Matricea iniţială a câştigurilor*

Observaţii: 1. Strategia s_{23} este strict dominată de strategia s_{22}, deoarece pentru s_{11} şi s_{12} avem câştigul firmei f_2: 3 > 1 respectiv 2 > 1.

Deci firma f_2 nu va juca strategia s_{23}. Noua matrice a câştigurilor va fi:

Firma f_2

Firma f_1

	s_{21}	s_{22}
S_{11}	2,1	3,3
s_{12}	1,4	1,2

Tabelul 7.2. *Noua matrice a câştigurilor*

2. Firma f_1, cunoscând că firma f_2 nu va juca strategia s_{23}, are strategia s_{12} strict dominată de strategia s_{11}, deoarece pentru s_{21} şi s_{22} câştigul firmei f_1 va fi 2 > 1, respectiv 3 > 1.

Noua matrice a câştigurilor este:

Firma f_2

Firma f_1

	s_{21}	s_{22}
s_1 1	2, 1	3, 3

Tabelul 7.3.

3. Firma f_1 jucând obligatoriu strategia s_{11}, atunci, firma f_2 are de ales între s_{21} şi s_{22}. Deoarece 3 > 1, se deduce că firma f_2 alege strategia s_{22}.

Concluzie: Strategia optimă la nivelul celor două firme este (s_{11}, s_{22}) cu câştigul (3, 3).

Există situaţii în care nu se pot găsi strategii dominate, caz în care problema se complică.

Exemplul 7.2. Enunţ asemănător ca la E7.1, numai că matricea câştigurilor este:

Firma f_1 \ Firma f_2	s_{21}	s_{22}
s_{11}	**Error! Bookmark not defined.**3,2	0,1
s_{12}	1,1	2,3

Tabelul 7.4.

Observaţie: Pentru firma f_1 nu există nici o strategie dominată (deoarece 3 > 1 şi 0 < 2) şi, de asemenea, pentru firma f_2 (2 > 1 şi 1 < 3).

Exemplul 7.3. *(strategii slab dominate)* Enunţ asemănător ca la E1 numai că matricea câştigurilor este:

Firma f_1 \ Firma f_2	s_{21}	s_{22}
s_{11}	3,2	5,1
s_{12}	3,0	4,2
s_{13}	1,1	5,3

Tabelul 7.5. *Matricea câştigurilor pentru un joc cu strategii slab dominate*

Observaţii:

1. Strategia s_{11} domină slab strategiile s_{12} (deoarece 3 ≥ 3 şi 5 ≥ 4) respectiv s_{13} (deoarece 3 ≥ 1 şi 5 ≥ 5).

2. Întotdeauna în alegerea strategiilor se va considera că jucătorii au un ***comportament raţional***, adică vor alege de fiecare dată cea mai bună variantă din cele posibile, cunoscând, de asemenea, ce vor face ceilalţi jucători.

3. Un comportament raţional în ceea ce priveşte interesul personal nu conduce întotdeauna la un optim social.

Exemplul 7.4. (Dilema prizonierului). Fie doi prizonieri ce au săvârşit fapte penale, pentru care matricea câştigurilor - în cazul acesta numărul de ani de detenţie la care pot fi condamnaţi - este dată de tabelul următor:

Prizonierul 1 \ Prizonierul 2	*Nu recunoaşte fapta sa* s_{21}	*Recunoaşte fapta sa* s_{22}
Nu recunoaşte fapta sa (s_{11})	-3, -3	-8, -2
Recunoaşte fapta sa (s_{12})	-2, -8	-4, -4

Tabelul 7.6.

Comentarii: - strategia s_{21} este dominată strict de strategia s_{22} (deoarece -3 < -2 şi - 8 < -4). Noua matrice devine:

Prizonierul 1 \ Prizonierul 2 s_{22}	
s_{11}	-8, -2
s_{12}	-4, -4

Tabelul 7.7.

- cum -8 < - 4, rezultă că prizonierul 1 va alege s_{12}, de unde strategia optimă pe baza comportamentului raţional este (s_{12}, s_{22}) cu câştigul (- 4,- 4), ceea ce înseamnă că dacă ambii prizonieri vor recunoaşte fapta, pedeapsa lor cumulată este de opt ani.

- dacă niciunul din cei doi prizonieri nu şi-ar recunoaşte fapta, pedeapsa cumulată ar fi de şase ani (optimul social).

- **Algoritm de eliminare a strategiilor dominate în cazul jocului sub formă normală cu strategii pure**

Pasul 1: Se alege un jucător i şi se iau strategiile două câte două. Fie deci $(s_i , s_i^{/})$ perechea de strategii arbitrare.

Pasul 2: Se cercetează dacă este îndeplinită condiţia (7.1.)

Există două posibilităţi:

DA - se elimină strategiile dominate;

NU - se continuă cu alegerea de perechi. Se reia Pasul 2 până când toate perechile rămase neeliminate au fost cercetate.

Pasul 3: Se iau pe rând ceilalţi jucători şi se aplică P_1 şi P_2.

Algoritmul se opreşte în momentul când au fost exploraţi toţi jucătorii.

Exemplul 7.5 (Modelul Bismark-Modelul bătăliei de pe marea Bismark)

Acest model este un joc ce aparţine lui Haywood (1954) şi se referă la fapte petrecute în Sudul Pacificului, în 1943.

Generalul Imamura a ordonat să se transporte în Japonia trupe de-a lungul mării Bismark în Noua Guinee, şi Generalul Kenney a dorit să bombardeze transporturile de trupe. Imamura trebuia să aleagă între o rută nordică mai scurtă sau una sudică mai lungă spre Noua Guinee, şi Kenney trebuia să decidă unde să-şi trimită avioanele pentru a-i localiza pe japonezi. Dacă Kenney îşi trimite avioanele pe ruta greşită, el le poate rechema, dar numărul zilelor de bombardare este mai mic.

Jucătorii presupuşi sunt Kenney şi Imamura şi au acelaşi set de acţiuni {Nord, Sud}, dar câştigurile lor, date în tabelul 7.8, nu sunt niciodată aceleaşi. Imamura pierde exact ceea ce câştigă Kenney. Din cauza acestei trăsături speciale, rezultatele pot fi reprezentate cu doar 4 numere, în loc de 8. Forma 2-cu-2, cu doar 4 intrări este un *joc matriceal*, în timp ce tabelul echivalent cu 8 intrări este un *joc bimatriceal*. Jocurile pot fi reprezentate ca jocuri matrice sau bimatrice chiar dacă au mai mult de două mutări, atâta timp cât numărul de mutări este finit.

		Imamura	
		Nord	Sud
Kenney	Nord	**2,-2**	2,-2
	Sud	1,-1	3,-3

Tabelul 7.8. *Modelul bătăliei pe marea Bismark*
Rezultatele pentru: (Kenney, Imamura)

Strict vorbind, niciun jucător nu are o strategie dominantă.

Kenney ar alege Nord dacă el crede că Imamura ar alege Nord, dar ar alege Sud dacă ar crede că Imamura ar alege Sud.

Similar, Imamura ar alege Nord dacă ar crede că Kenney ar alege Sud şi ar fi indiferent dacă ar gândi că Kenney ar alege Nord. Aceasta este ceea ce se evidenţiază pe baza tabelului 7.8. Dar, putem găsi un echilibru plauzibil, folosind conceptul de dominanţă slabă?

Se constată că eliminarea strategiile slab dominate nu ne ajută prea mult în acest exemplu al Bătăliei pe marea Bismark. Strategia lui Imamura de a alege Sudul este slab dominată de strategia Nord, datorită faptului că recompensa pentru Nord nu este niciodată mai mică decât câştigul său pentru Sud şi este mai mare dacă Kenney alege Sudul.

Pentru Kenney, nicio strategie nu este nici măcar slab dominată.

Aplicat la Bătăliei pe marea Bismark, conceptul de echilibru cu strategii dominate iterativ implică faptul că Kenney decide ceea ce va alege Imamura: Nord deoarece este slab dominant, deci Kenney elimină „Imamura alege Sud". Având ştearsă o coloană a tabelului 7.8, Kenney are o strategie dominantă puternică: el alege Nord, care aduce venituri strict mai mari decât Sud. Profilul strategiei (Nord, Nord) este un echilibru, şi într-adevăr (Nord, Nord) a fost rezultatul în 1943.

Este interesant să considerăm modificarea ordinii jocului sau structura informaţiilor în bătălia pe marea Bismark. Dacă Kenney mută primul, mai curând decât simultan cu Imamura (Nord, Nord) ar rămâne un echilibru, dar (Nord, Sud) ar deveni de asemenea echilibru. Plăţile ar trebui să fie aceleaşi, pentru ambele echilibre, dar câştigurile să fie diferite.

Dacă Imamura mută primul, (Nord, Nord) ar fi singurul echilibru. Ceea ce este important la jucătorul care mută primul este că îi dă celuilalt mai multe informaţii înainte să acţioneze.

Dacă Kenney ar fi spart codul japonez şi ar ştiut planul lui Imamura, atunci n-ar fi contat că cei doi jucători mută simultan sau secvenţial.

Dacă Imamura mută primul sau dacă codul japonez este spart, setul informaţional al lui Kenney devine {Imamura mută Nord} sau {Imamura mută Sud}după decizia lui Imamura, deci strategia de echilibru a lui Kenney este specificată ca { Nord, dacă Imamura mută Nord, şi respectiv Sud, dacă Imamura mută Sud}.

Există o diferenţă semnificativă între dominanţa strictă şi cea slabă.

Este evident că niciun jucător raţional nu ar folosi o strategie strict dominată, dar este mai greu de argumentat împotriva strategiilor slab dominate.

În modelele economice, firmele şi indivizii sunt adesea indiferenţi în legătură cu ce comportament adoptă la echilibru. În modelele standard ale competiţiei perfecte, firmele obţin profituri zero, dar este crucial ca unele firme să fie active pe piaţă şi unele să stea în afară şi să nu producă nimic.

Pe de altă parte, dacă un monopolist ştie că un client îşi doreşte să plătească 10 euro pentru un produs, monopolistul va încărca nota de plată a clientului respectiv la echilibru cu exact 10 euro, lucru care îl face pe client să fie indiferent în legătură cu cumpărarea sau ignorarea produsului, ceea ce conduce la lipsa echilibrului în cazul în care clientul nu mai cumpără produsul.

O altă dificultate este cazul echilibrului multiplu. Se ştie astfel că echilibrul strategiei strict dominante al unui joc, dacă există, este unic. Fiecare jucător are o cea mai bună strategie care conferă un câştig strict mai mare decât în cazul altei strategii, deci doar un singur profil al strategiei

poate fi modelat de strategii dominante. În timp ce un echilibru obţinut în cazul eliminării strategiilor dominate, dacă există, este unic, un echilibru obţinut în cazul strategiilor slab dominate poate chiar să nu existe, deoarece ordinea în care strategiile sunt şterse poate conta la soluţia finală.

7.2. Echilibrul Nash în cazul strategiilor pure

Fie jocul în forma normală:

$$J_N = \{n, \{S_i\}_{1 \le i \le n} \{\pi_i(.)\}_{1 \le i \le n}\} .$$

Definiţia 7.2. Strategia (s_i^* , s_{-i}^*) este un *echilibru Nash*, dacă pentru fiecare jucător *i*, s_i^* este cel mai bun răspuns la strategiile anunţate de ceilalţi *n*-1 jucători, adică:

$$\pi_i(s_i^* , s_{-i}^*) \ge \pi_i(s_i , s_{-i}^*) \text{ oricare ar fi } s_i \in S_i. \quad (7.2)$$

Observaţie. Problema scrisă într-o formă echivalentă, pentru (7.2) este:

$$[\max]_{s_i \in S_i} \pi_i(s_i , s_{-i}^*) \quad (7.2')$$

O altă modalitate de caracterizare a echilibrului de tip Nash se bazează pe construirea corespondenţei celui mai bun răspuns al jucătorului *i*, adică: b_i: $S_{-i} \to S_i$, cu

$$b_i(s_{-i}) = \{s_i \in S_i / \pi_i(s_i, s_{-i}) \ge \pi_i(s_i', s_{-i}), (\forall) s_i' \in S_i\} \quad (7.3)$$

şi $S_{-i} \overset{def}{=} \underset{\substack{k=1 \\ k \ne}}{\overset{n}{X}} S_k$.

Definiţia 7.2'. Strategia $(s_i^* , s_{-i}^*) \in R^n$ este un *echilibru Nash* pentru jocul în forma normală: $J_N = \{n, \{S_i\}_{1 \le i \le n}, \{\pi_i(.)_{1 \le i \le n}\}$ dacă şi numai dacă:

$$s_i^* \in b_i(s_{-i}^*) , (\forall) i = \overline{1,n} . \quad (7.4)$$

Algoritmul de determinare a Echilibrului Nash (algoritmul maximizării câştigurilor relative) este următorul:

- pentru fiecare jucător *i* vom determina cel mai bun răspuns pe care îl poate da în raport cu alegerile celorlalţi jucători (în matricea jocului, se vor sublinia câştigurile jucătorului *i* ce sunt obţinute prin alegerea celui mai bun răspuns);

- dacă există o combinaţie de strategii care să maximizeze câştigurile tuturor jucătorilor, respectiv o casuţă a matricei în care să fie subliniate ambele câştiguri, atunci acesta constituie echilibrul Nash al jocului determinat prin algoritmul celui mai bun răspuns.

Pentru un joc în formă normală format din doi jucători f_1 şi f_2, o pereche de strategii este un echilibru Nash (*EN*) dacă alegerea lui f_1 este optimă dând alegerea lui f_2 şi de asemenea alegerea lui f_2 este optimă dând alegerea lui f_1.

Exemplul 7.6. Fie jocul în formă normală:

Firma f_2		s_{21}	s_{22}
Firma f_1	s_{11}	3,2	0,0
	s_{12}	0,0	1,4

Tabelul 7.9. *Determinarea echilibrului Nash (EN)*

Avem următoarele variante de alegere optimă:

* Dacă f_1 alege s_{11}, atunci cel mai bun răspuns pentru f_2 este s_{21}:
Dacă f_2 alege s_{21}, atunci cel mai bun răspuns pentru f_1 este s_{11}.
=>că (s_{11}, s_{21}) este un echilibru Nash.

** Dacă f_1 alege s_{12}, atunci cel mai bun răspuns pentru f_2 este s_{22};
Dacă f_2 alege s_{22}, atunci cel mai bun răspuns pentru f_1 este s_{12}.
=> că (s_{12}, s_{22}) este de asemenea un echilibru Nash.

Observaţii: 1. Se constată că pentru acest joc nu există strategii dominate.

2. Revenind cu discuţia la E7.1 se constată că echilibrul Nash se obţine în urma operaţiilor de eliminare a strategiilor dominate.

Dar, totodată, trebuie specificat faptul că există şi jocuri în forma normală ce nu au un echilibru de tip Nash.

Exemplul 7.7. Fie jocul în formă normală:

Firma f_2

		s_{21}	s_{22}
Firma f_1	s_{11}	3,2	2,1
	s_{12}	4,0	1,4

Tabelul 7.10. *Matricea câştigurilor*

Discuţie:

* Dacă f_1 alege s_{11}, atunci cel mai bun răspuns pentru f_2 este s_{21};
Dacă f_1 alege s_{21}, atunci cel mai bun răspuns pentru f_1 este s_{12}.

** Dacă f_1 alege s_{12}, atunci cel mai bun răspuns pentru f_2 este s_{22};
Dacă f_2 alege s_{22}, atunci cel mai bun răspuns pentru f_1 este s_{11}.

Remarcă: pentru acest joc nu există echilibru Nash pentru strategii pure.

Concluzii:

1. Prin eliminarea strategiilor dominate se poate obţine un echilibru Nash.

Dacă în urma eliminării strategiilor dominate se obţine o singură soluţie optimă atunci aceasta este automat un EN. Jocul poate avea şi alte perechi ce formează echilibre Nash.

2. Atunci când nu există strategii dominate este posibil totuşi ca jocul să aibă un echilibru Nash,dar care să nu fie obţinut prin acest procedeu..

Exemplul 7.8. Fie jocul în formă normală:

Firma f_2

		s_{21}	s_{22}
Firma f_1	s_{11}	$(3,2)^{EN}$	2,1
	s_{12}	0,0	$[1,2]^{EN}$

Tabelul 7.11. *Matricea câştigurilor*

Observaţii:

1. Strategia s_{11} domină strict strategia s_{12} (3 > 0 şi 2 > 1).

2. Perechea (s_{11}^*, s_{21}^*) este o soluţie optimă a jocului, EN. Dar şi perechea (s_{12}^*, s_{22}^*) este un echilibru Nash verificând condiţia(7.2.).

3. Există două perechi de strategii ce formează echilibrul Nash, dintre care unul s-a obţinut în urma algoritmului de eliminare a strategiilor dominate, iar celălalt se găseşte în cadrul perechilor de strategii ce au fost eliminate.

Teorema 7.1. Fie jocul în formă normală $J_N = \{n, \{S_i\}, \{\pi_i(.)\}\}$.

Dacă perechea de strategii (s_i^*, s_{-i}^*) este un echilibru Nash, rezultă că această pereche provine în urma iteraţiilor de eliminare a strategiilor strict dominate (în joc fie nu au existat strategii dominate, fie au fost, dar s-a recurs la eliminarea lor).

Demonstraţie: prin reducere la absurd.

Presupunem că perechea de strategii (respectiv numai o strategie din perechea respectivă) este eliminată prin procedeul iterativ de înlăturare a strategiilor strict dominate.

Fie astfel perechea (s_i^*, s_{-i}^*) un echilibru Nash pentru jocul normal J_N deja şi presupunem că strategia s_i^* a fost eliminată printr-o iteraţie de înlăturare a strategiilor dominate.

Deci, există strategia $s_i^{/} \in S_{-1}$ care domina strict strategia s_i^*, adică:

$$\pi_i(s_i^*, s_{-i}) < \pi_i(s_i', s_{-i}) \qquad (7.5)$$

oricare ar fi $s_{-i} \in S_{-1}$.

Din relaţia (7.5) avem că: $\pi_i(s_i^*, s_{-i}) < \pi_i(s_i', s^*_{-i})$ $(7.5^{/})$

Ca urmare, relaţia $(7.5^{/})$ este în contradicţie cu echilibrul Nash, deoarece s_i^* este cel mai bun răspuns la perechea de strategii $s_{-i}^* = (s_1^*, s_2^*, ..., s_{-i}^*, s_{i+1}^*, ..., s_n^*)$

adică: $b_i(s_{-i}^*) = s_i^*$ (7.6)

Teorema 7.2. Fie jocul în formă normală $J_N=\{n,\{S_i\}, \pi_i(.)\}\}$.

Dacă în urma iteraţiilor de eliminare a strategiilor dominate rămâne perechea de strategii (s_i^*, s_{-i}^*), atunci această pereche este un echilibru Nash unic.

Demontraţie: Prin metoda reducerii la absurd.

Presupunem că în urma eliminării strategiilor dominate rămâne perechea (s_i^*, s_{-i}^*), dar aceasta nu reprezintă un echilibru Nash.

Rezultă că există jucătorul i şi strategia $s_i \in S_i$, astfel încât aceasta nu aparţine EN, cu

$$\pi_i(s_i^*, s^*_{-i}) < \pi_i(s_i, s^*_{-i}) \qquad (7.7)$$

şi s_i este strict dominantă de o altă strategie $s_i^{/} \in S_i$, cu $s_i^* \in S_i$.

Mulţimii strategiilor rămase la aceeaşi etapă pentru jucătorul i, astfel încât:

$$\pi_i(s_i, s_{-i}) < \pi_i(s_i', s^*_{-i}) \qquad (7.8)$$

pentru fiecare pereche (s_i, s_{-i}) construită din strategiile rămase în spaţiile celorlalţi jucători la aceeaşi etapă a procesului.

Rezultă deci că perechea (s_i^*, s_{-i}^*) nu va fi eliminată niciodată.

Din (7.8) avem că: $\pi_i(s_i, s^*_{-i}) < \pi_i(s_i', s^*_{-i})$ (7.9)

Discuţie:

Pasul 1: Dacă $s_i^* = s_i'$ (înlocuind în (7.8) semnificând că s_i^* domină strict pe s_i), atunci relaţiile (7.7) şi (7.9) sunt în contradicţie. STOP

Pasul 2: Dacă $s_i^* \neq s_i'$, atunci rezultă că există o altă strategie $s_i'' \in S_i$ ce va domina strict strategia s_i', adică s_i' nu va mai rămâne în proces (joc) după iteraţia următoare de eliminare a strategiilor dominate.

Relaţiile (7.8) şi (7.9) devin schimbate după noua iteraţie de eliminare a strategiilor dominate, în sensul că s_i' înlocuieşte în algoritm pe s_i, iar s_i'' înlocuieşte pe s_i' .

Pasul 3: Dacă $s_i^* = s_i''$, rezultă din nou contradicţie.

Dacă $s_i^* \neq s_i''$ atunci algoritmul se reia în mod asemănător de la Pasul 2.

Exemplul 7.9. (Bătălia sexelor) Acest joc presupune un conflict între soţ care doreşte să meargă la o partidă de lupte şi soţie care doreşte să meargă la un spectacol de balet.

Dacă unul din ei cedează, atunci cel care cedează va avea câştigul 1, iar cel care nu cedează, va câştiga 2.

În cazul în care niciunul nu cedează, atunci vor rămâne acasă, iar câştigul fiecăruia va fi zero.

Matricea jocului este următoarea:

Soţie

Soţ		Lupte	Balet
	Lupte	**2,1** ↑	←0,0 ↓
	Balet	0,0→	**1,2**

Tabelul 7.12. *Bătălia sexelor*[6]

Câştigurile pentru: (Soţ, Soţie). Săgeţile arată cum îşi poate un jucător maximiza câştigul.

Bătălia sexelor nu are un echilibru determinat prin eliminarea strategiilor dominate. Cele două echilibre Nash sunt:

- perechea de strategii {Lupte, Lupte}. Dacă soţul alege să meargă la Lupte, atunci cel mai bun răspuns al soţiei este să cedeze, (deoarece dacă nu cedează câştigă zero, în timp ce dacă va ceda va câştiga 1). Dacă soţia alege să meargă la Lupte, evident pentru soţ este optim să aleagă aceeaşi strategie;
- perechea de strategii {Balet, Balet}. Raţionamentul este analog.

Observăm că, în cazul acestui joc, avem două echilibre Nash în strategii pure, adică{Lupte, Lupte}, respectiv {Balet, Balet}, cu câştigurile (2,1), respectiv (1,2).

Dacă ei nu comunică dinainte, bărbatul ar putea merge la balet, iar femeia la lupte, fiecare interpretând greşit convingerile celuilalt. Dar, deşi jucătorii nu comunică, echilibrul Nash este uneori justificat prin repetarea jocului. Dacă cuplul nu vorbeşte, dar repetă jocul seară de seară, se poate presupune că ei, în cele din urmă, vor stabili unul din echilibrele Nash.

Fiecare din echilibrele Nash, din Bătălia Sexelor este Pareto eficient; nicio altă pereche de strategii nu creşte câştigul unui jucător fără a-l diminua pe al celuilalt. În multe jocuri echilibrul Nash nu este optim Pareto: (*Recunoaşte, Recunoaşte*), de exemplu, este unicul echilibru Nash al Dilemei Prizonierului, deşi câştigurile lui de (-4, -4) sunt Pareto inferioare faţă de (-3, -3) generat de (*Nu recunoaşte, Nu recunoaşte*).

În Bătălia sexelor este important cine mută primul, spre deosebire de jocul din Exemplul 7.5. Dacă el ar putea cumpăra biletul la lupte în avans, angajamentul său ar determina-o pe femeie să meargă cu el. În multe jocuri, dar nu în toate, jucătorul care mută primul (care este echivalent cu angajamentul) are un **avantaj al primei mutări**.

Bătălia sexelor are multe aplicări în economie. Una este alegerea unui standard industrial când două firme au preferinţe diferite, dar ambele doresc un standard comun de încurajare a consumatorilor de a cumpăra produsul.

[6] Corectitudinea politică a condus la versiuni distorsionate ale acestui joc prezentate în multe cărţi despre teoria jocurilor. Acesta este jocul original, varianta modificată.

Alt exemplu este alegerea limbii utilizate într-un contract când două firme vor să formalizeze un acord de vânzări dar ei preferă termeni diferiţi. Ambele părţi pot, de exemplu, să dorească să adauge o clauză de „daune/despăgubiri contractuale prestabilite" care specifică daunele pentru încălcarea convenţiei mai curând decât să aibă încredere în instanţa judecătorească pentru estimarea unei sume mai târziu, dar o firmă ar putea să ceară 10.000 euro şi altă firmă 12.000 euro.

Exemplul 7.10. (modelul duopolului Cournot)

Fie două firme pe piaţa unui anumit produs, fiecare urmărind să îşi maximizeze profitul propriu. Fie, de asemenea, $y = y_1 + y_2$ reprezentând outputul adus pe piaţă de cele două firme, cu funcţia inversă a cererii corespunzătoare.

$$p(y) = \begin{cases} a - by, \text{ pentru } y < \frac{a}{b}, b > 0 \\ 0, \text{ pentru } y \geq \frac{a}{b}, b > 0 \end{cases}$$

bunul este considerat normal, iar funcţiile de cost:

$C_i(y_i) = c\,y_i$, $c = ct$, $i = 1, 2$ (firmele f_1, respectiv f_2).

Stabilim pentru început elementele jocului:

- jucătorii - sunt firmele aflate în competiţie pe piaţa produsului respectiv: f_1, f_2;

- strategiile posibile pentru fiecare jucător (firmă) $S_i = [0, \infty]$, unde o strategie s_i reprezintă cantitatea aleasă ($y_i \geq 0$) a fi produsă de către firma f_i.

Mai mult $0 \leq y_i < \frac{a}{b}$ deoarece pentru $y \geq \frac{a}{b}$, $p(y) = 0$.

- câştigul fiecărei firme (jucător) f_i, care îl vom presupune ca fiind profitul firmei respective.

Pentru firma f_i:

$$\pi_i(y_i, y_k) = p(y_i + y_k)\,y_i - c\,y_i = [a - b(y_i + y_k) - c]\,y_i$$

Echilibrul Nash pentru acest joc este perechea de strategii pure (y_1^*, y_2^*) pentru care:

$$[\max]_{0 \leq y_i < \frac{a}{b}} \pi_i(y_i, y_k^*) = [a - b(y_i + y_k^*) - c]\,y_i$$

Condiţia necesară de optim (CNO) este dată de:

$$\frac{\partial \pi_i(y_i, y_k^*)}{\partial y_i} = 0 \text{ implica } y_i^* = \frac{a - b y_k^* - c}{2b}, \; i = 1, 2$$

sau echivalent:

$$\begin{cases} y_1^* = \dfrac{a - b y_2^* - x}{2b} \\ y_2^* = \dfrac{a - b y_1^* - c}{2b} \end{cases} \qquad (7.10)$$

Rezolvând sistemul (7.10) se obţine perechea de strategii ce formează echilibrul Nash: $y_1^* = y_2^* = \frac{a - c}{3}$, cu $a \geq c$ şi $\frac{a - c}{3} \leq \frac{a}{b}$.

Lema 7.1. Fie mulţimea $\{S_i\}_{1 \leq i \leq n}$, cu

a) S_i compactă, convexă şi nevidă, oricare ar fi $i = \overline{1, n}$;

b) $\pi_i(.)$ continuă în (s_i, s_{-i});

c) $\pi_i(.)$ quasiconcavă în s_i.

Atunci, mulţimea $b_i(.)$ este nevidă, convexă şi superior semicontinuă (unde $b_i(.)$ este corespondenţa celor mai bune răspunsuri).

Teorema 7.3. În jocul în formă normală $J_N = \{n, \{S_i\}, \{\pi_i(.)\}$ există un echilibru Nash dacă oricare ar fi $i = 1, 2, ..., n$ avem îndeplinite următoarele condiţii:

a) $S_i \neq \emptyset$, convexă, compactă cu $S_i \subset R^m$;

b) $\pi_i(s_1, ..., s_n)$ este continuă în $(s_1, ..., s_n)$ şi quasiconcavă în s_i.

Jocuri de coordonare

Uneori se poate folosi mărimea câştigurilor pentru a alege între echilibrele Nash. În jocul următor, jucătorii X şi Y încearcă să decidă dacă

să alcătuiască designul computerelor pe care le vând pentru a folosi floppy-disk-uri mari sau mici. Ambii jucători vor vinde mai multe computere dacă driverele lor sunt compatibile, aşa cum se arată în tabelul următor:

	Y: Mare	Y: Mic
X: Mare	**2,2**	← -1, -1
X: Mic	↑ -1, -1→	↓ **1,1**

Tabelul 7.13. *Coordonarea în lanţ. Câştigurile pentru: (X, Y). Săgeţile arată cum îşi poate mări un jucător câştigul*

Perechile de strategie (*Mare, Mare*) şi (*Mic, Mic*) sunt ambele echilibre Nash, dar (*Mare, Mare*) domină Pareto (*Mic, Mic*). Ambii jucători preferă (*Mare, Mare*) şi majoritatea modelatorilor ar folosi echilibrul Pareto eficient pentru a preconiza rezultatul actual. Ne putem imagina ce rezultă din comunicarea între X şi Y înainte de începerea jocului, dar chestiunea interesantă este ce se întâmplă în cazul în care comunicarea este imposibilă. Mai este echilibrul Pareto eficient? Chestiunea este una mai mult de psihologie decât economică.

Coordonarea în lanţ este una dintr-o clasă extinsă de jocuri numite **jocuri de coordonare**, care au în comun caracteristica necesităţii coordonării între mai multe echilibre Nash. Coordonarea în lanţ are trăsătura că echilibrele pot fi ordonate după criteriul Pareto.

Coordonarea periculoasă poate avea aceleaşi echilibre ca şi coordonarea în lanţ, dar diferă prin rezultatele din afara echilibrului. Dacă ar fi iniţiat un experiment în care studenţii ar juca Coordonarea periculoasă unul împotriva celuilalt, nu ar fi surprinzător dacă strategia (*Mic, Mic*), ar fi singurul echilibru Pareto-dominant jucat.

Acest lucru este adevărat chiar dacă (*Mare, Mare*) este chiar un echilibru Nash: dacă X crede că Y va alege *Mare*, X este mai degrabă doritor să aleagă el însuşi *Mare*. Problema este că dacă presupunerile modelului sunt slăbite şi X nu poate să aibă încredere în Y că ar gândi raţional, atunci X va fi rezervat în alegerea variantei *Mare*, deoarece câştigul său, dacă Y alege *Mic* este -1,000. El ar juca în siguranţă, alegând *Mic* şi asigurând un câştig de cel puţin -1.

În realitate, oamenii fac greşeli şi cu o asemenea diferenţă extremă în cadrul câştigurilor, chiar o mică probabilitate a erorii este importantă, de aceea (*Mare, Mare*) ar fi o predicţie greşită.

Y

X \ Y	Mare	Mic
Mare	**2,2**	← -1000,-1 ↓
Mic	↑ -1,-1 →	**1,1**

Tabelul 7.9. *Coordonare periculoasă. Câştigurile pentru: (X, Y). Săgeţile indică cum îşi poate un jucător maximiza câştigurile sale*

7.3. Strategii mixte dominate şi echilibrul Nash

Ştim că **strategiile raţionale** ale unui jucător sunt acelea pe care acesta le alege pornind de la considerentul că sunt admise şi de către partenerii de joc;

- există situaţii când jocul normal cu strategii pure nu posedă strategii dominate, în timp ce, prelungit într-un joc cu strategii mixte, acesta posedă astfel de strategii.
- unele jocuri în formă normală nu au echilibru Nash dacă sunt luate în calcul numai strategiile pure (vezi E.7.6.)

Se impune astfel introducerea strategiilor mixte.

Definiţia 7.3. Fie jocul în formă normală cu strategii mixte $J_N = \{n\ ,\ \{\widetilde{S}_i\}\ ,\ \{\pi_i(.)\}\}$.

Strategia mixtă $p_i \in \widetilde{S}_i$ este strict dominată dacă există o altă strategie $p_i^{/} \in \widetilde{S}_i$ astfel încât: $\pi_i(p_i\ ,\ p_{-i}) < \pi_i(p_i^{/}\ ,\ p_{-i})$ (7.11.)

oricare ar fi $p_{-i} \in \underset{\substack{k=1 \\ k \neq i}}{\overset{n}{X}} \widetilde{S}_k$

Definiţia 7.4. Strategia $p_i^* \in \widetilde{S}_i$ este cel mai bun răspuns pentru jucătorul *i*, în raport cu strategiile jucătorilor concurenţi p^*_{-i}, dacă:

$\pi_i(p_i^*\ ,\ p^*_{-i}) \geq \pi_i(p_i^{/}\ ,\ p^*_{-i})$, oricare ar fi $p_i^{/} \in \widetilde{S}_i$.

Observaţie: Sunt întâlnite foarte frecvent situaţii când nu există strategii pure strict dominate, în timp ce o strategie mixtă domină strict o strategie pură.

Exemplul 7.9. Fie un joc în formă normală, cu două firme (jucători), firma f_1 având strategiile s_{11}, s_{12}, iar firma f_2 cu strategiile s_{21}, s_{22} şi s_{23}. Matricea câştigurilor este: Firma f_2

Firma f_1		s_{21}	s_{22}	s_{23}
	s_{11}	0,4	0,2	0,0
	s_{12}	0,0	0,2	0,4

Tabelul 7.14. Matricea câştigurilor

Comentarii: 1. Se observă că pentru firma f_1 nu există strategie pură strict dominată de o alta tot pură, ca de altfel nici pentru firma f_2;

2. Presupunem că jucătorul f_2 consideră că f_1 va juca cele două strategii ale sale cu probabilităţile (q, 1-q) indiferent de strategia urmată de f_2.

În aceste condiţii, indiferent de ceea ce joacă f_1, câştigul firmei f_2 este, în funcţie de strategia urmată:

- pentru s_{21}: $= 4q$; s_{22}: $= 2q + 2(1 - q) = 2$; s_{23}: $= 4(1 - q)$.

Discuţie: 1) Dacă $0 \le q \le \frac{1}{2}$, atunci cel mai bun răspuns al firmei f_2 este s_{23} (deoarece $4q < 2 < 4(1 - q)$);

2) Dacă $\frac{1}{2} < q \le 1$, atunci cel mai bun răspuns al firmei f_2 este s_{21} (deoarece $4q > 2 > 4(1 - q)$);

3) Dacă $q = \frac{1}{2}$, atunci oricare din strategiile s_{21}, s_{22}, s_{23} conduce la acelaşi câştig.

3. Vom presupune că jocul normal ales este finit.

4. Similar cu cazul strategiilor pure, în situaţia strategiilor mixte, strategia mixtă a unuia dintre jucătorii cuprinşi în echilibrul Nash este cea mai bună alegere a sa în raport cu strategiile mixte ale celorlalţi jucători.

Fie pentru început un joc în formă normală format de doi jucători f_1 şi f_2.

Fie, de asemenea, S_i - spaţiul strategiilor pure ale firmei i, i = 1, 2, cu:

$$S_i = \{s_{i1}, s_{i2}, \ldots, s_{ij}, \ldots, s_{im_i}\}$$

unde m_i - reprezintă numărul total de strategii pure la nivelul jucătorului f_i.

Presupunem, de asemenea, că s_{1h} 1 şi s_{2k} sunt două strategii pure arbitrare din S_1, respectiv S_2.

În aceste condiţii, câştigul aşteptat al jucătorului f_1 atunci când alege strategia pură s_{1j_1}, anticipând că jucătorul f_2 va juca strategiile $(s_{21}, \ldots, s_{2k}, \ldots, s_{2m_2})$ cu probabilităţile $(p_{21}, \ldots, p_{2k}, \ldots, p_{2m_2}) = p_2$ este:

$$\sum_{k=1}^{m_2} p_{2k}\, \pi_1(s_{1k}, s_{2k}) \qquad (7.13.)$$

Dacă şi jucătorul f_1 alege strategia mixtă:

$P_1 = (p_{11}, \ldots, p_{1m}, \ldots, p_{1m_1})$, atunci câştigul aşteptat de jucătorul f_1 va fi:

$$\pi_1(p_1, p_2) = \sum_{h=1}^{m_1} p_{1h} \sum_{k=1}^{m_2} p_{2k}\, \pi_1(s_{1h}, s_{2k}) \qquad (7.14.)$$

unde $p_{1h} \bullet p_{2k}$ este probabilitatea ca f_1 să joace s_{1h}, iar f_2 să joace s_{2k}.

Definiţia 7.5. Strategia mixtă $p_1 = (p_{11}, \ldots, p_{1h}, \ldots, p_{1m_1})$ este cea mai bună alegere a jucătorului f_1, în raport cu strategia mixtă $p_2 = (p_{21}, \ldots, p_{2k}, \ldots, p_{2m_2})$ dacă:

a) $p_{1h} > 0$, $(\forall)\ h = \overline{1, m_1}$

b) $\sum_{k=1}^{m_2} p_{2k} \bullet \pi_1(s_{1h}, s_{2k}) \ge \sum_{k=1}^{m_2} p_{2k} \bullet \pi_1(s_{1h}, s_{2k})$, $(\forall)\ s_{1h} \in S_1$.

Pentru a determina echilibrul Nash al jocului normal finit cu doi jucători, este necesar a cunoaşte şi strategia mixtă a lui f_2,

$p_2 = (p_{21},\dots,p_{2m_2})$, care reprezintă cea mai bună alegere a sa în condiţiile în care jucătorul f_1 alege strategiile pure $(s_{11},\dots,s_{1h},\dots,s_{1m_1})$ cu probabilităţile

$$(p_{11},\dots,p_{1h},\dots,p_{1m_1}).$$

Avem

$$\pi_2(p_1, p_2) = \sum_{k=1}^{m_2} p_{2k} \sum_{h=1}^{m_1} p_{1h} \bullet \pi_2(s_{1h}, s_{2k}) \qquad (7.14.')$$

Definiţia 7.6. (EN pentru un joc cu doi participanţi)

În jocul în forma normală cu doi jucători

$$J_N = \{2, \{S_1, S_2\}, \{\pi_1(.), \pi_2(.)\}\},$$

perechea de strategii mixte (p_1^*, p_2^*) este un echilibru Nash dacă strategia mixtă a fiecărui jucător este cea mai bună alegere în raport cu strategia mixtă a celuilalt jucător, adică:

a) $\pi_1(p_1^*, p_2^*) \geq \pi_1(p_1, p_2^*)$ oricare ar fi $p_1 \in S_1$. (7.15.a)

b) $\pi_2(p_1^*, p_2^*) \geq \pi_2(p_1^*, p_2)$ oricare ar fi $p_2 \in S_2$. (7.15.b)

Propoziţia 7.1. Fie $S_i^* \subset S_i$, unde S_i^* reprezintă mulţimea strategiilor pure pe care jucătorul i le joacă în cadrul strategiilor mixte $p = (p_1,\dots,p_n)$. Vectorul probabilităţilor p este un echilibru Nash pentru jocul normal J_N dacă şi numai dacă:

a) $\pi_i(s_i, p_{-i}) = \pi_i(s_i', p_{-i})$ oricare ar fi $s_i, s_i' \in S_i^*$;

b) $\pi_i(s_i, p_{-i}) \geq \pi_i(s_i', p_{-i})$ oricare ar fi $s_i \in S_i^*$ şi $s_i' \in S_i^*$, cu $i = \overline{1,n}$.

Corolar: Strategia pură $s = (s_1,..., s_n)$ este un echilibru Nash al jocului în formă normală $J_N = \{n, \{S_i\}, \{\pi_i(.)\}\}$ dacă şi numai dacă este un echilibru Nash al jocului $J_N = \{n, \{\widetilde{S}_i\}, \{\pi_i(.)\}\}$.

Teorema 7.4. (E.N. în jocul cu n-participanţi)

Fie $J_N = \{n, \{S_i\}, \}\pi_i(.)\}\}$ un joc în formă normală, cu n-jucători.

Dacă n este finit şi S_i sunt finite, oricare ar fi $i = \overline{1,n}$ atunci există cel puţin un echilibru Nash, fiind posibil a cuprinde şi strategii mixte

7.4. Puncte focale

Cartea scrisă de Thomas Schelling, în 1960, *Strategia Conflictului* este clasică în teoria jocurilor, chiar dacă nu conţine nicio ecuaţie sau litere greceşti. Deşi a fost publicată acum mai mult de 40 de ani, este surprinzător de modernă în spirit. Schelling nu este un matematician, dar este un bun strateg şi examinează asemenea lucruri precum ameninţările, angajamentele, ostaticii şi delegaţiile. Dacă aţi fi puşi în faţa acestor probleme, ce aţi face?

1. Încercuieşte unul din următoarele numere: 100, 14, 15, 16, 17, 18.
2. Încercuieşte unul din următoarele numere: 7, 100, 13, 261, 99, 666.
3. Numeşte *Începutul* sau *Sfârşitul*.
4. Numeşte *Sfârşitul* sau *Începutul*.
5. Tu trebuie să împarţi o plăcintă şi nu capeţi nimic dacă proporţiile tale adună mai mult de 100%.
6. Trebuie să întâlneşti pe cineva în New York. Unde? Când?

Fiecare din jocurile de mai sus are multe echilibre Nash.

În exemplul 1, dacă fiecare jucător gândeşte că fiecare alt jucător va alege 14, el va alege de asemenea 14 şi este însuşi confirmat; dar acelaşi lucru este adevărat dacă fiecare alt jucător va alege 15. Într-o extindere mai mare sau mai mică, ei au, de asemenea, echilibre Nash care par mai adecvate. Anumite profiluri de strategie sunt **puncte focale**: echilibrele Nash care, din motive psihologice, sunt obligatorii, în mod particular.

Formalizarea a ceea ce transformă un profil al strategiei în punct focal este dificilă şi depinde de context. În exemplul 1, 100 este un punct focal, deoarece este un număr clar diferit de toate celelalte, este cel mai mare şi este primul pe listă.

În exemplul 2, Schelling a găsit cifra 7 ca fiind cea mai comună strategie, dar într-un grup de satanişti, 666 poate constitui punctul focal. În jocuri repetate, punctele focale sunt adesea furnizate de istoria trecută.

Exemplele 3 şi 4 sunt identice, exceptând ordinea alegerii, dar acea ordine poate genera o diferenţă.

În exemplul 5, dacă tăiem o plăcintă prima oară, vom stabili convenţia 50:50. Dar, dacă anul trecut am tăiat o plăcintă în raportul 60:40, acest lucru furnizează un punct focal pentru acest an.

Exemplul 6 este cel mai interesant. Schelling a constatat acorduri surprinzătoare în alegeri independente, dar locul ales a depins dacă jucătorii au ştiut New York-ul bine sau nu erau familiarizaţi cu oraşul.

Hotarul este un tip particular de punct focal. Dacă jucătoarea Rusia alege acţiunea de a-şi aşeza trupele sale oriunde, de la 1 inch la 100 mile depărtare de frontiera chineză, jucătoarea China nu va reacţiona. Dacă alege să-şi distribuie trupele de la 1 inch la 100 mile dincolo de hotar, China declară război. Există o discontinuitate arbitrară în comportamentul la frontieră. Un alt exemplu, aproape clar în arbitrajul său, este strigătul de întrunire, „54 40 sau luptă!", care se referă la paralela geografică pretinsă de către americanii şovinişti ca fiind frontiera în disputa Oregon dintre Britania şi Statele Unite în anii '40.[7]

Odată ce graniţa a fost stabilită, aceasta are o semnificaţie aparte, deoarece comportamentul la graniţă al uneia dintre ţări transmite anumite informaţii.

Problema graniţelor poate fi ridicată, de asemenea, în afaceri: două companii care produc un produs periculos, trebuie să fie de acord să nu menţioneze despre sănătate în reclama lui, ci o regulă de frontieră cum ar fi: „Menţionează aspectul toxicităţii dacă vrei, dar nu pune accent pe el".

Medierea şi comunicarea sunt ambele importante în absenţa unui punct focal. Dacă jucătorii pot comunica, ei îşi pot spune unul altuia ce acţiuni vor lua şi uneori, precum în Coordonarea în lanţ, acest lucru funcţionează, deoarece nu au niciun motiv să mintă.

Dacă jucătorii nu pot comunica, un mediator poate fi capabil să ajute sugerând un echilibru tuturor. Ei nu au niciun motiv să nu preia sugestia şi ar folosi mediatorul chiar dacă serviciile lui ar fi costisitoare. Medierea în cazuri ca acesta este la fel de eficientă ca arbitrajul, în care o parte din afară impune o soluţie.

Un dezavantaj al punctelor focale este că fiecare conduce către inflexibilitate. Presupunem echilibrul Pareto superior: (*Mare, Mare*) că ar fi fost ales ca un punct focal în Coordonarea în lanţ, iar jocul a fost repetat pe un interval mare de timp. Numerele din matricea de rezultate se pot uşor schimba până când (*Mic, Mic*) şi (*Mare, Mare*) sunt ambele câştiguri să spunem de 1.6 şi (*Mic, Mic*) începe să domine. Unde se poate schimba echilibrul?

[7] Ameninţarea nu era credibilă: acea paralelă este acum chiar în Columbia Britanică.

În Coordonarea în lanţ, ne-am aştepta ca după un timp o firmă să oscileze iar cealaltă să o urmeze. Dacă ar exista comunicare, punctul de oscilaţie ar fi la nivelul de 1.6. Dar, dacă prima firmă care schimbă va fi penalizată mai mult? Aceasta este situaţia în formarea preţului de oligopol. Dacă costurile cresc, aşa trebuie să evolueze şi preţul de monopol, dar oricare firmă care şi-ar creşte preţul suferă prima o pierdere a unui segment de piaţă.

BIBLIOGRAFIE

1. **Andrei T., Stancu S.,** *Statistica - teorie şi aplicaţii, ediţia I*, Editura Economica, Bucureşti, 1995;
2. **Andrei T., Stancu S., Pele D.,** *Statistica - teorie şi aplicaţii, ediţia a II-a adăugată şi revizuită,* Editura Economica, Bucureşti, 2002;
3. **Barry B., Weaver O., Jaap W.,** *Security. A New Framework for Analysis*, Lynne Reiner Publishers Inc., London, 1998;
4. **Bălan N., Iacob D.,** *Teoria organizaţiilor,* Buletinul Învăţământului Militar, anul III, nr. 1-2, Bucureşti, 1996;
5. **Brzezinski Z.**, *Comment l'Amerique doit vivre avec la nouvelle Europe*, în *Commentaire*, vol. 23, no. 91, 2000;
6. **Bonciu C.,** *Instrumente manageriale psihosociologice*, ALL BECK, Bucureşti, 2000;
7. **Buzărnescu Şt.,** *Introducere în sociologia organizaţională şi a conducerii*, Editura Didactică şi Pedagogică, R.A., Bucureşti, 1995;
8. **Johns G.,** *Comportament organizaţional*, Editura Economică, Bucureşti, 1996.
9. **Mătieş M.,** *Noile politici de securitate ale statelor occidentale în secolul XXI*, în *Securitate naţională, politică de apărare şi istorie*;
10. **Stan V.,** *România şi eşecul campaniei pentru Vest*, Editura Universităţii Bucureşti, 1999;
11. **Stancu S.,** *Microeconomie. Comportamentul Agenţilor Economic- teorie şi aplicaţii,*Editura Economica, Bucureşti, 2006;
12. **Stancu S., Mihail N.,** *Metode şi tehnici de conducere,* Editura Economica, Bucureşti, 2006;
13. **Stancu S., Chiriţă N.,** *Decizii economice în condiţii de incertitudine - cu aplicaţii pe piaţa financiară,* Editura Economică, Bucureşti, 2004;
14. **Stancu S.,** *Modelarea cibernetică a fenomenelor economice,* Editura ASE, Bucureşti, 2003;
15. **Stancu S.,** *Teoria contractelor - negocierea şi derularea contractelor economice,* Editura A.S.E., Bucureşti, 2002;

16. **Stancu S.,** *Competiţia pe piaţă şi echilibrul economic,* Editura Economica, Bucureşti, 2002;
17. **Stoica M.,** *Managementul organizaţiilor militare*, Buletinul Învăţământului Militar, anul III, nr. 3-4, Bucureşti, 1996;
18. **Zorlenţan T., Burduş E., Căprărescu Gh.,** *Managementul organizaţiei*, Editura Economică, Bucureşti, 1998.
19. **Wallace H., Wallace W.,** *Policy Making in the European Union*, ediţia a 4-a, 2000, Oxford University Press, Marea Britanie
20. **Wohlfeld M.,** *The Effects of Enlargement on Bilateral Relations in Central and Eastern Europe*, Institutul pentru Studii de Securitate al UEO, 1997;

21. *** Colecţia revistei *The Economist,* 2000-2006;
22. *** Colecţia electronică a cotidianului *Daily Telegraph*, 2000-2006;
23. *** Colecţiile cotidienelor *Adevărul*, *Azi*, *Cotidianul*, *Cronica Română*, *Curentul*, *Jurnalul naţional*, *România liberă* şi *Ziua,* 2000-2006;
24. *** Ministerul Apărării Naţionale, *Strategia Militară a României. Securitate militară prin: capacitate defensivă credibilă, restructurare şi modernizare, parteneriat operaţional intensificat, integrare graduală*, 2000, Ed. Militară, Bucureşti;
25. *** Ministerul de Externe al Marii Britanii (FCO), *Joint Declaration Issued at the British-French Summit, Saint-Malo, France, 3–4 December 1998*, din pagina de Internet a Ministerului, www.fco.gov.uk/news/ newstext.asp?1795, tipărit la 17 februarie 2000;
26. *** *Observatorul Militar*, Anul XVI, Nr.3(731) din 21-27 ianuarie 2004;
27. *** The Economist, *Enlarging the European Union. A New Pace?*, articol publicat pe 2 octombrie 1999, pp. 32–33;
28. *** The Economist, *A Survey of Europe. A Work in Progress*, supliment editat pe 23 octombrie 1999.

UNIVERSITATEA „ŞTEFAN CEL MARE” SUCEAVA

STUDII TEORETICE ŞI ANALIZE EMPIRICE ÎN DOMENIUL MANAGEMENTULUI CRIZELOR LA NIVEL ECONOMICO-FINANCIAR

AUTORI:
Prof. univ. dr. Gabriela PRELIPCEAN – coordonator
Lector univ. drd. Mariana LUPAN
Lector univ. drd. Eugenia IANCU
Ing. ec. Ovidiu HURJUI
Prep. univ. Angela COZORICI
Prep. univ. Liviu SCUTARU

CAPITOLUL 1
STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRII TEORETICE ÎN DOMENIUL MANAGEMENTULUI CRIZELOR ECONOMICO-FINANCIARE

1.1. Introducere

Pe 2 iulie 1997, guvernul tailandez a abandonat eforturile de a menţine rata de schimb fixă a monedei naţionale, bath-ul. Valuta naţională s-a depreciat brusc cu peste 20%; în câteva zile, majoritatea ţărilor din regiune au fost practic forţate să urmeze exemplul din Tailanda, depreciind (deşi la un nivel mai redus) rata de schimb a propriilor valute.

Ceea ce a forţat declanşarea procedurii de depreciere a valutei tailandeze a fost procesul îndelungat de speculare pe activele având ca suport bath-ul, speculaţii care doar în câteva luni au secat rezervele valutare. De ce speculatorii au ales să atace atât de agresiv pieţele financiar valutare din Tailanda? Desigur, datorită aşteptărilor viitoare ale speculatorilor că, mai devreme sau mai târziu, bath-ul va urma să se deprecieze.

Acest proces complex, în care investitorii îşi lichidează poziţiile de pe o valută, deoarece se aşteaptă, mai devreme sau mai târziu, la o depreciere a acesteia se numeşte proces autocondiţionat probabil. Această imensă presiune asupra valutei tailandeze a venit, în mare măsură, tocmai din lipsa de încredere a investitorilor şi defineşte trăsătura de bază a crizelor valutare, a anticipării de către piaţă şi a modului de amorsare extrem de rapid şi brutal. Ar trebui însă menţionat faptul că întotdeauna se previzionează o criză valutară abia după ce aceasta devine vizibilă. De obicei, vizibilitatea apare însă mult prea târziu şi atunci practic nu se mai poate face nimic. Deceniul 1990-2000 a oferit trei seturi regionale distincte de crize valutare: criza europeană, criza latină, criza asiatică, la care s-a adăugat criza rusă.

Crizele valutare au reprezentat subiectul unei vaste literaturi, atât analitice, cât şi empirice. Marea majoritate a problemelor însă rămâne nerezolvată şi fiecare set nou de crize se prezintă într-un tablou diferit, absolut nou. În continuare, se face o trecere în revistă a stadiului actual al cercetării în domeniul crizelor valutare.

Mai întâi, se prezintă modelele „canonice” de criză, numite şi modele de primă generaţie, o analiză sugestivă simplă dezvoltată în urmă cu

peste 20 ani, dar care rămâne un punct de referinţă în abordările ulterioare. În ciuda virtuţilor modelelor „canonice", ele sunt criticate, deoarece eşuează în a oferi un tablou realist al modului de acţiune a băncii centrale sau a restricţiilor acesteia; astfel, se trece la o descriere a modelelor de generaţia a doua în care se încearcă remedierea efectelor unor ipoteze simplificatoare incorecte.

Modelele de generaţia a doua au sugerat o reconsiderare a ecuaţiei de bază la care modele de generaţia întâi se pare că au răspuns insuficient de precis: sunt crizele valutare întotdeauna justificate? Astfel, valutele sunt atacate datorită percepţiei pieţei (corectă sau greşită), datorită unor incompatibilităţi referitoare la politicile naţionale sau reprezintă procese care se declanşează cvasialeatoriu în ţări ale căror valute, ar rămâne dealtfel robuste? Se propun diverse scenarii de crize valutare care nu sunt datorate indicatorilor fundamentali incluzând crizele în care politicile endogene sfârşesc tragic, justificând pesimismul investitorilor, spiritul de „turmă" al investitorilor şi manipulările pieţei de către agenţii mari (gen Soros). Strict legat de chestiunea unei crize locale arbitrare, există în contextul actual al globalizării, fenomenul de contagiune, prin care o criză valutară dintr-o ţară declanşează imediat alte crize în ţări învecinate sau nu cu care, de altfel, legăturile economice nu sunt neapărat semnificative (Mexic şi Argentina, Tailanda şi Filipine).

În continuare, se trec în revistă câteva cazuri concrete, analizând cele trei mari crize regionale din anii 1990-2000 şi marea criză rusă. Comparaţiile dintre acestea conduc la o nouă enigmă, şi anume: dacă amorsarea crizelor a fost oarecum similară, consecinţele crizelor au fost radical diferite în cazul Europei, faţă de criza latină sau cea asiatică.

În final, se pune întrebarea dacă există modalităţi de rărire a crizelor şi ameliorare a consecinţelor acestora.

1.2. Clasificarea crizelor

Este foarte greu de făcut o clasificare stricto senso a crizelor, mai ales în contextul episoadelor din ultimul deceniu în care comportamentul şi consecinţele s-au modificat substanţial. O primă clasificare a crizelor porneşte de la pieţele afectate şi mecanismele specifice de acţiune:

a) Crize valutare

O politică a ratei de schimb fixată artificial la un nivel ce conduce la creşterea deficitului conduce inevitabil la un atac asupra valutei, o pierdere a rezervelor valutare şi o scădere corectivă a ratei de schimb.

Valuta se poate situa la un nivel care să producă un deficit fie datorită setării iniţiale prea sus, fie datorită faptului că inflaţia internă determină o necompetitivitate a preţurilor internaţionale (considerând rata de schimb) sau datorită deprecierilor valutei din ţările competitoare sau similare.

De exemplu, Tailanda a fixat în 1987 paritatea de 25 bath la dolar şi a promis utilizarea tuturor politicilor necesare pentru a o menţine la acest nivel. În a doua jumătate a deceniului trecut, bath-ul a fost puternic supraevaluat conducând la un deficit de cont curent (combinaţia dintre deficitul comercial dobânda netă din datoriile externe) de 8% din PNB, unul din cele mai mari din lume.

Orice deficit de cont curent trebuie finanţat cu fluxuri mari de intrare din exterior. Deoarece promisiunea guvernului tailandez era considerată credibilă, băncile şi afacerile din afara sectorului financiar se finanţau prin împrumuturi în dolari la rate reduse ale dobânzii. Băncile şi finanţatorii internaţionali au recunoscut că exista un risc semnificativ. Acest deficit imens putea fi susţinut doar atâta timp cât finanţările continuau. Echilibrarea deficitului de cont curent impunea o valoare mai redusă a bath-ului pentru ca exporturile să devină mai atractive şi reducerea importurile. Scăderea bath-ului ar fi avut implicaţii negative asupra băncilor şi mediului de afaceri care împrumutaseră masiv dolari. De asemenea, în cazul deprecierii pierd şi străinii care au împrumutat dolari pentru că mediul de afaceri devenea incapabil să-şi mai plătească obligaţiile.

În mod surprinzător, masivul deficit de cont curent şi finanţările străine corespunzătoare au rezistat mult timp. Odată ce bath-ul a început să cadă, nervozitatea investitorilor cu active în bath a fost inflamată de întrebarea unde s-ar opri acest declin (scăderea a fost de la 25 bath per dolar la peste 50).

De remarcat faptul că Tailanda ar fi putut evita pierderile masive din rezerva valutară şi probabil o ajustare mai puţin dureroasă dacă ar fi abandonat regimul ratei fixe mai devreme. Ţările asiatice au evitat abandonarea ratei fixe sau deprecierea, deoarece inevitabil ar fi urmat inflaţie, rate mari ale dobânzii. Pe de altă parte, exista întotdeauna speranţa că supraaprecierea se poate autocorecta fără modificarea ratei de schimb nominale dacă preţurile interne ar scade (aşa s-a întâmplat în Argentina, unde s-au redus preţurile prin creşterea productivităţii) sau dacă dolarul (valuta ancoră) ar fi scăzut în valoare relativă faţă de alte valute forte.

O valută supraevaluată şi fluxurile de capital de intrare asociate sunt posibile atâta timp cât permit menţinerea preţurilor de import la valori reduse şi cele de export la valori mari, deci furnizând finanţarea investiţiilor interne profitabile. După un deceniu de deficit de cont curent, Tailanda spera

că va avea capacitatea de finanţare a acestor deficite şi astfel să relanseze productivitatea exclusiv pe baza a economisirilor interne.

În cazul Tailandei, deprecierea era însă inevitabilă în contextul declinului yenului japonez şi fragilităţilor apărute în economia japoneză. Totuşi, situaţia nu era sigură şi această ţară dispunea de lichiditate internaţională suficientă - rezerve valutare mari şi acces suplimentar la credite în dolari sau yeni - putea să încerce susţinerea valorii ridicate a valutei proprii.

Având o suficientă lichiditate, o ţară poate anula acţiunile speculatorilor şi altor vânzători de valută prin intervenţii directe de cumpărare. Specularea împotriva valutei este un procedeu costisitor datorită situaţiei ratelor dobânzii superioare faţă de cele la yen sau dolar. Astfel speculatorii atacă doar valutele cu grad foarte mare de vulnerabilitate. Rezervele valutare mari (la acest indicator Tailanda era excelent situată) şi accesul la finanţări suplimentare reduc această vulnerabilitate şi cresc încrederea în valuta respectivă.

Decizia momentelor de utilizare a rezervelor în acest mod şi a eventualei acceptări a deprecierii nu sunt de natură pur economică (cu o soluţie tehnică corectă ce poate fi furnizată de FMI sau alţi consultanţi) şi implică în mod esenţial asumarea responsabilităţii guvernamentale.

b) Crizele de pe pieţele de obligaţiuni

Şi în cazul acestor titluri există o diferenţă între valoarea fundamentală şi cea speculativă justificată de eficienţa informaţională a pieţelor financiare şi eficienţa economică a alocării capitalului. Existenţa riscului de creditare conduce uneori la testarea lichidităţii pieţii. În cazul pieţelor nelichide, caracteristice pieţelor emergente, apare fenomenul de autoreferenţialitate - preţurile apar în urma unor fluctuaţii independente de variaţiile valorii fundamentale, generate de deplasările şi deformările curbei ratei dobânzii. Pieţele pot să se deprecieze puternic sau chiar să dispară. Exemple celebre în acest sens sunt:

- toamna lui 1989, criza junk bonds (obligaţiuni cu risc şi randament mare);
- începutul 1995, criza Tesobonus- titluri de stat mexicane în dolari;
- august 1998, criza GKO-urilor ruseşti (titluri emise de statul federal în ruble, pe termen scurt şi cu dobândă foarte mare).

În cazul ţărilor dezvoltate, obligaţiunile de stat emise de acestea nu intră sub incidenţa riscului de credit (marea forţă financiară a acestor state induce o perfectă solvabilitate) şi reprezintă investiţii de refugiu pe perioade de criză (aşa-numitul proces flight to quality).

Crizele de obligaţiuni au mai fost numite şi crize de credit şi sunt rezultate directe ale subevaluării riscurilor private sau ale excesului de îndatorare. Sunt procese caracterizate prin dezordine cu incidenţe mai latente, dar uneori mai insidioase asupra economiei reale (Japonia în anii 1990). Gravitatea acestor crize constă în restrângerea creditului ca urmare a degradării bilanţurilor bancare şi ale clienţilor acestora.

Criza obligaţiunilor din februarie-mai 1994 a reprezentat un exemplu al dinamicilor ce pot genera declanşarea de speculaţii autoreferenţiale şi pe obligaţiunile pe termen lung (acestea având cea mai mare garanţie legată de acoperirea în lichidităţi). În februarie 1994, după o perioadă în care curba americană a dobânzilor era extrem de abruptă, Rezerva Federală a surprins piaţa speculativă prin creşterea dobânzilor. Reacţia din piaţă nu a produs însă restructurarea portofoliilor în sensul revizuirii aşteptărilor şi s-a confirmat aplatisarea curbei dobânzilor cu o foarte probabilă creştere a dobânzilor pe termen scurt. Pe toate pieţele de obligaţiuni s-a instaurat panica, acţionându-se în sensul părăsirii vechilor poziţii perdante, fapt care a antrenat creşterea dobânzilor pe termen lung (amplitudine superioară faţă de mişcările la nivelul obligaţiunilor pe termen scurt). A apărut în plus şi contagiunea internaţională

c) Crize de lichidităţi

Lichiditatea reprezintă expresia de confirmare a încrederii în preţul de piaţă, astfel încât dacă investitorii îşi exprimă dorinţa de a vinde titlurile, există o contrapartidă fermă la cumpărare. În pieţele emergente şi în perioadele turbulente, lichiditatea poate deveni elementul critic esenţial, deoarece există situaţii când nivelul de încredere este influenţat de diferenţa dintre raţionalitatea individuală şi cea colectivă, lichiditatea fiind strâns legată de valoarea speculativă de suport. Datorită simplităţii mecanismului, crizele de lichidităţi sunt cele mai rapide forme de propagare şi se pot găsi fie la nivelul băncilor (lichidarea depozitelor sau întreruperea angajamentelor interbancare), fie la nivelul pieţelor. Un exemplu celebru îl reprezintă criza generală de lichidităţi din octombrie 1998 după problemele grave apărute la nivelul fondului speculativ (hedging) LTCM, în siajul crizei ruse. Criza de lichidităţi, care a cuprins toate pieţele financiare internaţionale, a destabilizat structura pieţelor obligaţiunilor şi, ca urmare, a spreadului imens, finanţarea firmelor a devenit practic imposibilă. Au rezultat lichidări forţate ale activelor şi doar intervenţia FED, cu garanţiile necesare, a liniştit situaţia care risca să conducă la o implozie a bilanţurilor firmelor implicate în arbitraje speculative ale nivelului ratei dobânzii.

O ţară caracterizată printr-un regim cu rată flotantă şi un surplus de cont curent poate fi supusă atacurilor dacă datoriile (private şi

guvernamentale) pe termen scurt depăşesc rezervele sale valutare. O astfel de ţară poate fi solvabilă deoarece poate plăti datoriile în valută cu veniturile din exporturile viitoare, dar temporar este nelichidă deoarece nu dispune de fondurile necesare plăţii obligaţiilor imediate. Dacă creditorii străini au încredere în această ţară şi în valuta acesteia, atunci se acceptă rostogolirea datoriilor pe termen scurt sau extinderea maturităţii acestora. În caz contrar, investitorii nu mai continuă împrumuturile şi ţara e forţată să ajungă în criză sau să îşi reeşaloneze datoriile concomitent cu deprecierea valutei, în scopul creşterii veniturilor din export pentru plata mai rapidă a debitelor.

Un alt exemplu tipic este Coreea (decembrie 1997). După liberalizarea sistemului bancar, de la începutul anilor 1990, un grup de mici bănci de investiţii a utilizat noua posibilitate de împrumut valută forte în scopul investirii în active pe suport won şi în unele active internaţionale cu risc ridicat ca, de exemplu, obligaţiuni ruseşti. La sfârşitul lui 1997, valoarea obligaţiilor străine pe 12 luni depăşea rezerva valutară oficială a ţării. După colapsul bath-ului tailandez şi a altor valute asiatice, care au urmat lunile următoare, investitorii internaţionali şi-au revizuit semnificativ atitudinea faţă de risc şi s-au concentrat asupra problemei balanţei de plăţi a Coreei şi datoriilor acesteia, începând să vândă woni.

Coreea ar fi putut, fără probleme, să stopeze împrumutul extern şi având excelente performanţe ale exportului să obţină valuta necesară plăţii obligaţiilor. Dar acest lucru nu putea fi făcut suficient de rapid în condiţiile concrete în care creditorii străini solicitau ferm plăţile refuzând rostogolirea obligaţiilor existente. Imediat Coreea, deşi era solvabilă (capabilă să-ţi plătească obligaţiile), a devenit nelichidă.

Investitorii internaţionali au sancţionat inadecvarea lichidităţii coreene şi au vândut wonii pe dolari sau au realizat împrumuturi în woni pentru ca, ulterior, să transforme aceste fonduri în dolari. La sfârşitul anului s-a produs colapsul, iar guvernul coreean a fost nevoit să accepte managementul FMI.

d) Crize de evaluare şi crahuri bursiere

Pieţele bursiere sunt cele mai vulnerabile în faţa crizelor de evaluare rezultate din divergenţa dintre valoarea fundamentală (care are o importanţă tot mai redusă în cazul acţiunilor) şi preţul de piaţă. Formarea cursurilor bursiere reprezintă procese complexe, cu variaţii bruşte şi de scurtă durată, cu fluctuaţii puternice care exagerează mişcările ciclului economic. Trendul de scădere a preţului real din perioada 1965-1982 a fost urmat de un trend de creştere în 1982-2000. Volatilitatea randamentului de piaţă nu a fost staţionară, iar prima de risc a pieţei nu este în acord cu modelele de eficienţă.

În formarea preţului există o grijă pentru lichiditate guvernată de logica autoreferenţială. Apar comportamente dominante strategice iar logica fundamentalistă îşi diminuează importanţa. Fiecare actor al pieţei urmăreşte să descopere aşteptările celorlalţi şi rezultă un joc al anticipaţiilor cu echilibru veşnic schimbător. Rezultă, pe fondul restricţiilor de lichiditate, un caracter convenţional al preţurilor bursiere.

O caracteristică de bază a crizelor financiare este capacitatea de propagare a unui accident bine localizat, la nivelul întregului sistem financiar (aici intervin şi externalităţile, inerente în cazul prezenţei riscului de sistem).

Crahul bursier din octombrie 1987 a fost anunţat de slăbiciunea bursei manifestată încă de la începutul lunii septembrie, ca urmare a deciziei de creştere a ratei dobânzilor obligatjare. În perioada 25 august (nivel de maxim)-16 octombrie 1987, indicele Dow Jones a pierdut 17,5% iar în 19 octombrie, sub presiunea unui volum record de vânzări (100 milioane tiluri) indicele a mai pierdut 22,6%. Dar cel mai periculos aspect nu au fost pierderile masive de capital, ci evaporarea, la 20 octombrie, a lichidităţilor cu ameninţarea proceselor de compensare şi reglementare (Brimmer, 1989). Pentru menţinerea unui echilibru al pieţii bursiere şi a contractelor la termen, casele emitente de titluri au avansat sume de credit gigantice, acţionând ca formatori-salvatori de piaţă (Kidder Peabodz şi Goldman-Sachs au avansat în doar două şedinţe 1,5 miliarde dolari). Dar aceşti susţinători ai pieţei erau ei înşişi verigi slabe, având nevoie disperată de lichidităţi. Băncile nu mai furnizau aceste lichidităţi şi apăruse spectrul falimentelor acestor firme ce ar fi putut distruge sistemele de reglementare a titlurilor şi paraliza sistemul plăţilor interbancare. Preşedintele FED, Alan Greenspan, a anunţat oficial disponibilitatea de a oferi lichidităţile necesare susţinerii sistemului financiar. Concomitent, Federal Reserve Bank a insistat pe lângă marile bănci să acorde împrumuturi nelimitate caselor emitente de tiluri (în două zile au fost acordate 7,7 miliarde) garantându-le deschiderea ferestrei scontului.Aceste intervenţii de ultim moment au evitat paralizia pieţelor, declanşând redresarea bursei (la sfârşitul şedinţei din 20 octombrie Dow Jones a recuperat 5%). Acest crah ar fi trebuit stopat printr-o intervenţie masivă a băncilor centrale.

e) Crize bancare

Din punct de vedere istoric, falimentele bancare reprezintă primele episoade centrale ale crizelor financiare. S-a demonstrat econometric că, în timpul Marii Depresiuni, valurile de falimente contribuiau la adâncirea crizei şi a recesiunii economice prin canale de distrugere a rezervelor (Bernanke,1983). Au existat trei valuri de falimente:

-noiembrie-decembrie 1930 - s-a spulberat stabilizarea la care se ajunsese în primăvară care dădea speranţa revenirii din crahul bursier din octombrie 1929;

-iunie-octombrie 1931 - ca ricoşeu contagios al crizelor bancare europene

-octombrie 1932- martie 1933 (punctul de minim al depresiunii)- închiderea băncilor. Faţă de septembrie 1929, producţia industrială scăzuse cu 50%, dar efectul major al acestor crize bancare recurente a fost dezorganizarea intermedierii financiare, funcţia de prim ordin a băncilor, de a deţine informaţii despre debitori, fiind imposibil de îndeplinit. Costul real al intermedierii a crescut odată cu asimetria informaţiei, strangulând creditul, aspect dovedit esenţial în transformare crizei într-o depresiune catastrofală.

Crizele bancare rezultă din propagarea comportamentului de neîncredere faţă de bănci, materializat prin următoarele surse de panică:

- solicitarea contagioasă de convertire a depozitelor în numerar;
- insuficienta reglementare în materie de plăţi interbancare;
- scăderea calităţii creanţelor bancare prin deteriorare.

Guttentag, Herring (1986) au arătat că exacerbarea vulnerabilităţii băncilor şi creşterea gradului de incertitudine sunt o consecinţă firească a universalizării proceselor de miopie intrinsecă (concurenţa ofertanţilor de împrumuturi conduce la subevaluarea riscurilor prin atitudinea de renunţare la investiţia în resurse necesare obţinerii de informaţii din domeniul riscurilor).

Au existat crize bancare de proporţii în Marea Britanie în anii 1970 (bănci secundare), de două ori în SUA în anii 1980 (case de economii) şi în cele trei ţări nordice (bănci comerciale). Referitor la episoadele punctuale de criză, care au lovit însă instituţii de prim rang, pot fi menţionate băncile Herstatt (Germania,1974), Continental Ilinois (SUA, 1984), BCCI (Marea Britanie,1991), Credit Lyonnais (Franţa, 1993).

Datorită poziţiei centrale a sistemului bancar în cadrul unei economii monetare, fenomenele de contagiune sunt absolut devastatoare. Iată motivele ce fac din bănci vectori de transmisie a externalităţilor (care constituie dinamica riscului de sistem):

- şocul suferit de o bancă se transmite şi la alte instituţii bancare;
- contagiunile se produc mult mai repede şi se extind pe o zonă mult mai mare, întrucât asimetriilor informaţionale li se acordă o atenţie deosebită de către creditori;
- contagiunea generalizată acţionează rapid şi violent distrugând depozitele existente şi nicidecum redistribuindu-le în sistem;

- având un nivel de capitalizare mai redus decât al altor instituţii financiare, rezultă un surplus de fragilitate; dacă pierderile depăşesc capitalul mobilizabil rezultă repercusiuni ce ies din sistemul bancar şi afectează întreaga economie.

Este interesantă remarca monetaristului Schwartz (1992), care delimitează foarte restrictiv crizele financiare veritabile de pseudocrize şi introduce în primul caz obligativitatea panicii în sistemul bancar.

f) Crize gemene (valutar-bancare)

O trăsătură comună a crizelor asiatice a fost efectul acestora asupra sistemului bancar, ca rezultat direct al declinului valutelor naţionale (astfel, a crescut valoarea relativă a datoriei în dolari faţă de activele pe suport local). De asemenea, o influenţă negativă au avut-o creditele acordate în dolari (Tailanda), deoarece firmele aveau veniturile în valuta locală. Dar chiar înainte de declinul valutelor, situaţia sistemului bancar era negativă, deoarece se acumulaseră multe credite neperformante şi alte investiţii riscante.

Băncile pot reţine depozitele clienţilor doar atâta timp cât aceştia au încredere că îşi pot oricând recupera sumele deţinute. La un moment dat, nervozitatea poate produce frica unor ieşiri masive din bănci, atitudine autocondiţionat probabilă în avalanşă.

Depozitarii pot să aibă un sentiment rezervat şi datorită percepţiei modului de acţiune a băncii centrale ca ultim împrumutător al băncilor cu probleme temporare de lichiditate. Aceştia nu cunosc însă situaţia reală a băncilor (nelichiditate temporară sau insolvabilitate - obligaţiile depăşesc valoarea reală a activelor) şi atunci, preventiv, preferă retragerea fondurilor deţinute şi plasarea acestora în alte sisteme. Dacă numărul investitorilor ce decid retragerea este suficient de mare, apare o adevărată fugă de valuta locală, care, normal, îşi pierde din valoare. Dacă guvernul decide să reziste, atunci umblă la rezervele valutare crescând însă riscul unui colaps valutar (o fugă din bănci nu produce însă o fugă de valuta locală dacă investitorii îşi transferă banii din băncile locale ce fac parte din grupuri multinaţionale puternice cu sediul în străinătate).

Măsurile de evitare a acestor adevărate fugi din sistemul bancar al ţărilor emergente se rezumă la evitarea favorizării de către bănci a unor firme sau sectoare şi creşterea calităţii şi eficienţei supravegherii bancare pentru evitarea acestor situaţii de insolvabilitate.

g) Crize de contagiune şi crize cu mecanism speculativ iraţional

Există declinuri valutare care nu sunt datorate nici situaţiei de cont curent neechilibrat, nici neconcordanţei din balanţa de plăţi, nici fragilităţilor din sistemul bancar. Chiar şi o valută care flotează liber poate fi subiectul unei căderi spectaculoase, aşa cum valoarea acţiunilor de la NYSE suprareacţionează uneori substanţial la noile informaţii la schimbarea stării psihologice a investitorilor. Valutele care nu trebuie să fie în declin pentru ca să se declanşeze un deficit de cont curent sau dezechilibru a balanţei de plăţi nu pot fi învinse de contagiunea geografică sau de cea comercială, de strategiile portofoliilor internaţionale şi alte condiţii. Aceste situaţii de declin a valutelor antrenează o creştere evidentă a inflaţiei, o scădere dramatică a performanţelor economice, ca urmare a creşterii datoriei globale etc. O ţară ce dispune de active internaţionale suficiente sau posibilităţi reale de creditare poate interveni cu eleganţă pe piaţa valutară pentru apărarea propriei valute de la presiuni nejustificate. Prezenţa acestei lichidităţi asigură o stare de încredere în rândul investitorilor fapt care reduce apetitul pentru speculaţii iraţionale. Alternativa tradiţională, apărarea valutei prin creşterea ratei dobânzii este adeseori ineficientă, deoarece stopează performanţele economice şi reduce valoarea titlurilor din piaţa de capital, exacerbând de fapt ieşirile de capital.

h) Criza de încetare a plăţilor

Este forma extremă de criză şi în contextul actual al globalizării apare foarte rar. Este rezultatul unui set de disfuncţii interne în cadrul unui sistem central (Banca din New York în 1985) sau ca urmare a unei crize bancare (replica falimentului Herstatt, 1974 în siajul plăţilor internaţionale în dolari) netratate cu seriozitate. Actualul management activ nu mai permite în viitor existenţa unor asemenea episoade care produc pagube inutile.

Crizele din ultimul deceniu, desfăşurate pe fundalul globalizării financiare, au lovit în special ţările emergente. Procesele de criză au fost foarte diferite de cele specifice crizei datoriilor din 1982-1983. Astfel, o altă clasificare porneşte de la următoarele generaţii de criză:

1. Crize de primă generaţie (crizele de la începutul anilor 1980).

În urma accelerării inflaţiei interne, a supreaevaluării cursurilor de schimb, creşterea exagerată a datoriei publice finanţată prin aport de capital bancar a devenit imposibil de susţinut. Factorii declanşatori au fot de ordin macroeconomic (incompatibilitatea dintre dezechilibrul finanţelor publice şi restricţiile externe).

Managementul postcriză, a fost validat prin Consensul de la Washington, în care, pe fondul glorificării liberalizării financiare, se da FMI rol de manager-tutore şi furnizor de finanţări în cadrul ajustării structurale. Criza datoriilor (criza de debit) a izbucnit în august 1982, odată cu încetarea

serviciului de plăţi a datoriei de către Mexic). După 1980, gradul de expunere la risc al datoriei externe şi vârfurile de sarcină a datoriei au crescut rapid, fapt ce ar fi trebuit să reprezinte un sistem de alarmă pentru bănci. La câteva săptămâni după criza mexicană din august 1982, nivelul primelor de risc era foarte scăzut, existând o subevaluare gravă a riscurilor majore de către băncile occidentale. Chiar dacă ar fi contat pe siguranţa garantării guvernamentale, episodul pune în lumină imperfecţiunile intermedierii bancare în privinţa ofertei de credit Deşi autorităţile au reuşit să împiedice extinderea crizei, climatul de neîncredere a antrenat creşterea costului intermedierii financiare.

După declanşarea crizei mexicane, a apărut o criză financiară generalizată. Din octombrie 1979, schimbarea (totală şi neaşteptată) a regimului monetar american a condus la niveluri insuportabile ale ratei reale a dobânzii. Şocul s-a aplicat asupra unor structuri financiare şi aşa slăbite, ca urmare a subevaluării riscului de credit, fapt ce a transformat crizele localizate ale datoriilor de stat în criză sistemică. Băncile au redus perioadele de acordare a creditului şi au mărit dobânzile într-un moment în care recesiunea mondială restrângea încasările din exporturi. După august 1982, băncile au sistat brusc acordarea de credite pentru ţările sud-americane, solicitând autorităţilor să gireze stocurile datoriilor insolvabile. Băncile centrale au dat replica imediată riscului sistemic şi au organizat pentru guvernul mexican un credit-releu; în paralel, FED a destins politica monetară prin scăderea dobânzilor. După învingerea crizei de lichidităţi, guvernele occidentale şi FMI şi-au asumat răspunderea gestiunii macroeconomice a ţărilor debitoare aflate în insolvabilitate.

Criza datoriilor a impus un rol tutelar FMI sub aspectul politicilor economice ale ţărilor în curs de dezvoltare şi mediator între creditori şi debitori. Strategia iniţială a constat în reeşalonarea datoriei şi aplicarea unor programe de reducere a absorbţiei de sorginte monetaristă. În paralel, pentru creşterea încasărilor în devize, FMI a favorizat o politică a schimburilor care să ridice gradul de competitivitate a exportatorilor (prin depreciere). Eşecul acestui model s-a datorat imposibilităţii de refacere a capacităţii de a lua împrumuturi în urma reeşalonărilor şi refuzului băncilor de a mai acorda împrumuturi decât în baza unor planificări şi cu garanţia FMI. Volumul noilor fonduri era inferior serviciului datoriei, iar politicile de reducere a cererii au sufocat investiţia productivă. În plus, deprecierile de competitivitate s-au dovedit păguboase iar ţările se adânceau tot mai acut în criză. De-abia în 1989 (planul Brady de conversie a datoriilor bancare în acţiuni şi obligaţiuni) s-a reuşit, pe fondul crizei imobiliarelor, lărgirea grupului creditorilor şi restabilirea accesului ţărilor cu datorii la credite.

2. Crize de a doua generaţie (criza obligaţiunilor, 1994; atacul speculativ prin verigă bursieră, Hong Kong, 1998)

Acestea sunt crize de piaţă autocondiţionat realizabile, iar dinamica lor este independentă de dimensiunile macroeconomice observate. În desfăşurarea crizei asiatice, una din etapele importante a fost atacul speculativ prin verigă bursieră la 20 octombrie 1997 împotriva Consiliului Valutar (Currency Board) din Hong Kong. Sistemul financiar din Hong Kong era capitalizat remarcabil, iar rezervele valutare nu puneau probleme. Atacul nu reprezenta rezultatul retragerilor creditelor interbancare, ci al unei speculaţii ale unor fonduri americane gigant. Logica de atac era pur autoreferenţială. În faţa accentuării dificultăţilor financiare din regiune, apăreau echilibre multiple. Unul din acestea era perenitatea Consiliului Valutar, scut pentru yuan-ul chinez. Schimbarea echilibrului ar fi putut aduce profit speculatorilor. Ideea atacului devenea cu atât mai atrăgătoare cu cât existau două tipuri de şanse de a câştiga, din speculaţii pe curs dar şi din speculaţii pe bursă (Rzepkowsky,2000). Fazele procesului de atac speculativ prin verigă bursieră au fost:

1. Presiunea asupra ratei Consiliului Valutar a condus la creşterea dobânzilor, care a determinat scăderea bursei. Speculatorii au realizat profit din prăbuşirea indicelui Hang Seng prin vânzarea de contracte cu termen scadent .
2. Lichidităţile astfel obţinute au fost folosite în cumpărarea de dolari, fapt care a relansat rata dobânzii şi a accentuat căderea bursei. Autoritatea monetară din Hong Kong a intervenit direct în bursă cumpărând masiv pentru susţinerea indicelui Hang Seng.

Atacul a distrus însă mitul invulnerabilităţii ţărilor asiatice sub presiunea şocurilor financiare iar rezultatul a fost un catalizator în extinderea crizei. După 23 octombrie a început un proces nemaintâlnit de retragere bruscă a capitalurilor din toată regiunea.

3. Crize de a treia generaţie

Criza asiatică provine din fragilitatea sistemului financiar. Specificul dinamicii acesteia este dat de interdependenţa riscurilor (apare aici un sens biunivoc între principiile fundamentale şi anticipările de piaţă). Aglietta (2000) a arătat că solvabilitatea creditului din sectorul privat al debitorilor depinde de anticipările convenţionale asupra preţului activelor financiare şi asupra perenităţii stabilităţii ratei de schimb.

După criza asiatică, schimbările în arhitectura crizelor au fost de mică importanţă. FMI a consolidat supravegherea încercând să pună la punct o monitorizare activă a fragilităţii financiare crescute, într-un mediu global turbulent. Au fost anulate facilităţile de plată învechite şi s-au introdus noi facilităţi de creditare pe termen scurt, cu acces facil în caz de criză de

lichidităţi. Nu s-au înregistrat însă progrese în guvernarea politică menită să legitimeze o acţiune colectivă internaţională. Reforma pragmatică derulată cursiv dezvăluie modalităţi superioare prin care poate acţiona mecanismul internaţional de management al crizei. Din păcate, deciziile sunt întotdeauna rezultate ale concentrării interguvernamentale dominate de G7 (Aglietta, Moatti,2000). În schimb, ar trebui redefinit conţinutul principiului universalităţii, care a stat la baza fondării FMI, sub raportul compatibilităţii cu organizarea specifică unui sistem financiar global.

1.3. Creşterea mobilităţii capitalului şi pieţele emergente

Mobilitatea capitalului este o caracteristică de dorit în cadrul pieţelor financiar-valutare. Atunci când capitalul privat poate circula liber între diferite ţări şi regiuni, acesta poate fi alocat cu mai multă eficienţă la nivel global. Astfel, ţările cu o bază redusă a capitalului, dar având prevăzute ritmuri înalte de creşteri, ar putea beneficia de aceste capitaluri care caută cel mai eficient mod de utilizare. Dacă, de exemplu, fluxurile de capital ar merge doar spre ţările dezvoltate, atunci aceste fluxuri ar deveni prociclice şi ar putea fi chiar sufocante. După consumarea episoadelor turbulente din pieţele internaţionale de capital din octombrie 1987, noile ţări aflate în tranziţie au devenit ţinta unor masive fluxuri de intrări de capitaluri (Baccheta şi van Wincoop, 1998) [4]. Atunci s-a născut de fapt un nou tip de piaţă pentru investitori: pieţele emergente. Dacă în perioada 1984-1989 fluxurile anuale nete de intrări de capital (acestea includ: investiţii directe nete, investiţii nete de portofoliu, investiţii private, alte fluxuri investiţionale nete pe termen scurt sau lung) în pieţele emergente erau de 15 miliarde dolari, în perioada 1990-1996, media anuală era de peste 150 miliarde dolari, iar în anul 1996 se atingea un nivel record de 260 miliarde. Această creştere de peste 16 ori a constituit o schimbare pozitivă imensă în posibilităţile de investiţii în aceste ţări.

Oricum, creşterea mobilităţii capitalului a însemnat şi creşterea instabilităţii financiare (Kaminski şi Wood, 1997) [30], [31]. Cele cinci crize principale din Asia (Coreea, Indonezia, Thailanda, Malaezia şi Filipine) au reprezentat exemple clasice de instabilitate a fluxurilor de capital: în anul 1996 fluxurile nete de intrare de capital în regiune au fost de peste 100 miliarde dolari, dar în anul 1997 au ieşit din aceste pieţe 12 miliarde dolari. Acestea echivalau cu mai mult de 10% din PIB al acestor ţări. Unele ţări emergente au introdus atunci controlul capitalului.

În faţa acestor fluxuri de ieşire, rupia indoneziană a pierdut 80% din valoarea sa cu un an în urmă, iar rubla rusă 65% în doar câteva luni. Această scădere incredibilă a valutelor a demonstrat că teoriile tradiţionale referitoare la determinarea ratei de schimb sunt insuficient de bine adaptate. Shapiro (1996) [49], [50], a arătat că, la fel ca preţul altor active, rata de schimb este determinată de aşteptările referitoare la evoluţia viitoare. Dar în ce măsură se pot explica rapidele mutaţii ale aşteptărilor investitorilor în pieţele emergente, masivele fluxuri de capital şi modificările de preţuri extrem de volatile?

Teoriile de crize valutare încearcă să explice, prin diverse modele, masivele fluxuri de ieşire de capital şi deprecierile rapide ale valutelor. Prima generaţie de modele are la bază spectrul negativ al indicatorilor fundamentali, politicile monetare şi fiscale, excesiv de expansioniste şi imposibil de susţinut în cazul fixingului sau cursului ancorat pe un coş de valută forte. În teoriile de primă generaţie, indicatorii fundamentali joacă un rol major în analiza crizelor. În modelele de a doua generaţie, se pune însă accent pe aşteptările investitorilor. Apare imediat şi dezbaterea referitoare la problema dacă aceste crize valutare pot lovi chiar şi atunci când există o susţinere reală a indicatorilor fundamentali interni.

Nici teoriile de generaţia întâi, nici cele de a doua generaţie nu pot explica decât cel mult parţial actualele crize din pieţele emergente. Se impun astfel noi teorii care să pornească de la caracteristicile acestor ţări, în special fragilităţile din sistemul bancar, ca o cauză a crizelor. Este clar că mobilitatea imensă a capitalului a schimbat tabloul actualelor crize şi astfel s-a introdus în modele alarmantul efect de contagiune. Astfel, dacă undeva în lume apare o criză pe fondul modificării drastice a atitudinii faţă de risc, investitorii imediat caută punctele slabe ale tuturor ţărilor emergente, indiferent de regiune sau de legăturile şi analogiile cu ţara lovită de criză.

Teorii clasice ale crizelor valutare

Mai întâi se prezintă principalele teorii clasice de determinare a ratei de schimb. Apoi, se descriu trei clase de teorii. Prima generaţie de teorii are la bază necorelarea dintre politicile monetare şi fiscale. Teoriile de a doua generaţie iau în considerare aşteptările investitorilor asupra modului de concepţie şi acţiune a guvernului (în aceste teorii de aşteptări se defineşte noţiunea de criză valutară autocondiţionat probabilă). Majoritatea teoriilor recente pornesc de la câteva aspecte: efectele de egalizare şi contagiune, insuficienta dezvoltare a sistemului bancar, segmentarea pieţei, efectul de turmă. Acestea au fost introduse şi utilizate, în special, pentru explicarea unor aspecte legate de criza asiatică. Toate aceste teorii, chiar şi cele mai

vechi, pot explica o criză valutară dată; în analizarea unei crize trebuie însă utilizate mai multe tipuri de explicaţii.

Determinarea ratei de schimb

a) Abordarea PPC (paritatea puterii de cumpărare)

Teoriile de determinare a ratei de schimb pot fi împărţite (Solnik, 1996) astfel: abordarea parităţii puterii de cumpărare, abordarea balanţei de plăţi şi o abordare din punctul de vedere al activului tranzacţionat în piaţă. În cazul abordării puterii de cumpărare se consideră că valoarea unei valute este determinată de raportul dintre preţurile interne şi preţurile externe. Forma absolută impune că echilibrul ratei de schimb dintre două ţări se determină pe baza raportului dintre nivelul preţurilor pe piaţa internaţională, respectiv, nivelul preţurilor naţionale. Rosenberg (1996) arată că, în acord cu versiunea relativă a PPC, modificările procentuale în echilibrul ratei de schimb dintre două ţări este determinat de diferenţa dintre procentele ratelor respective ale inflaţiei. Astfel, există o corelaţie clară între o inflaţie excesivă şi deprecierea ratei de schimb. Niciuna din formele teoriei PPC nu este însă validă în analiza empirică pe termen scurt sau între ţări în curs de dezvoltare şi ţări dezvoltate (Krugman şi Obstfeld, 1997) [41]. Pe termen mai lung, oricum, evoluţia ratelor de schimb este în acord cu PPC (Rosenberg, 1996).

b) Abordarea tip balanţă de plăţi

În acest caz, principiul de abordare porneşte de la faptul că ratele de schimb se formează la echilibrul dintre cerere şi ofertă. În această abordare, rata de schimb de echilibru se determină atunci când fluxul net al pieţei valutare, provenit din tranzacţiile de cont curent, egalează fluxul net de ieşire din cadrul tranzacţiilor din contul de capital (Rosenberg, 1996). Tranzacţiile internaţionale sunt cele care conduc dinamica balanţei fluxurilor de plăţi. De exemplu, dacă importurile dintr-o ţară depăşesc exporturile, deficitul de cont curent trebuie echilibrat cu un flux de capital din contul de capital. Dacă nu există un flux suficient de capital de intrare din partea investitorilor privaţi pentru compensarea deficitului de cont curent, rezervele oficiale vor scădea şi rata de schimb este supusă la presiuni severe. Martinez (1998) a analizat cazurile unor deficite mari de cont curent, care, parţial, au contribuit la declanşarea crizelor valutare din Mexic -1994 şi Thailanda - 1997.

c) Abordarea din perspectiva pieţei.

Fluxurile de capital înregistrate în contul de capital pot influenţa rezervele şi rata de schimb. În această abordare de determinare a ratei de schimb, se are în vedere dorinţa investitorilor de a deţine o anumită valută. Ca şi în cazul altor preţuri, şi în cazul ratei de schimb, aceasta se determină pe baza aşteptărilor viitoare (Solnik, 1996). În ipoteza substituibilităţii perfecte dintre obligaţiuni, rata dobânzii la obligaţiunile interne trebuie să fie egală cu rata dobânzii la obligaţiunile străine, la care se adaugă rata aşteptată a aprecierii valutei străine.

Abordarea tip portofoliu echilibrat (Tobin) este o extensie a abordării anterioare din perspectiva activului tranzacţionat pe piaţă. În acest caz, activele interne şi străine (nemonetare) sunt imperfect substituite. Investitorii internaţionali vor deţine atunci un portofoliu diversificat de active nemonetare, iar proporţiile acestora în cadrul portofoliului depinde de caracteristicile proprii de performanţe risc – randament - lichiditate (Pentecost, 1993). Aşteptările asupra ratei dobânzii, riscului valutar şi riscului de ţară, influenţează decizia investitorilor de a cumpăra, de exemplu, titluri de stat într-o anumită ţară. Astfel, aşteptări negative referitoare la veniturile din bugetul guvernamental conduc la creşterea aşteptărilor privind insolvabilitatea, deci un motiv serios de depreciere a valutei. Aceste aşteptări privind solvabilitatea unui debitor sau creşterea economică influenţează vectorul fluxurilor de capital, în special, în cazul pieţelor emergente tocmai datorită preponderenţei investiţiilor de portofolii prudent diversificate (Baccheta şi van Wincoop, 1998) [4].

1.4. Speculaţia şi efectele asupra ipotezelor pieţelor eficiente

Kaldor (1939) a definit speculaţia ca procesul de cumpărare (vânzare) a mărfurilor în vederea revânzării (răscumpărării) lor la o dată ulterioară, în condiţiile în care mobilul acţiunii respective este reprezentat prin anticiparea modificării preţurilor în vigoare, nicidecum de un beneficiu rezultat în urma folosirii lor sau printr-o transformare sau printr-un transfer de pe o piaţă pe alta. Practic, a specula înseamnă a anticipa mişcările preţurilor în condiţiile incertitudinii variabilelor ce influenţează formarea preţurilor.

1.4.1.Aşteptările raţionale ale pieţei în medii turbulente

Conform teoriei clasice, operatorii din piaţă care anticipează în baza aşteptărilor raţionale, pot învinge piaţa numai dacă dispun fie de avantajul unei informaţii pertinente exclusive, fie de avantajul fructificării în

avans a unei informaţii publice. În condiţiile unei pieţe eficiente (în care toţi actorii beneficiază simultan şi gratuit de aceleaşi informaţii), preţul se modifică numai în condiţiile apariţiei noilor informaţii, exploatate imediat şi în mod universal. Mayer (1982) a arătat că o piaţă poate fi eficientă fără a fi perfectă. Există trei forme de eficienţă:

- forma slabă - preţul se stabileşte în baza informaţiilor referitoare la istoricul preţului din etapele precedente şi nu atrage obţinerea de profit;
- forma semiputernică - în care preţul incorporează toate informaţiile publice esenţiale şi nu atrage obţinerea de profit;
- forma puternică - în care preţul incorporează totalitatea informaţiilor economice ce pot fi cunoscute la un moment dat.

Anticiparea preţului pe baza oricărui tip de informaţie nu atrage după sine obţinerea vreunui profit. Astfel, niciun actor nu poate avea certitudinea că poate câştiga în confruntarea cu piaţa. Leroy (1989) a arătat în cadrul teoriei eficienţei, că nu există strategii invariabil câştigătoare, întrucât nu orice operator poate anticipa modul de atingere a unui randament superior celui al pieţei.

În cadrul pieţelor eficiente, anticiparea în baza aşteptărilor raţionale presupune că valoarea medie a componentei neanticipate a randamentelor activelor este nulă, iar valorile înregistrate în timp de această componentă nu sunt corelate între ele (zgomot alb). În condiţiile unui asemenea proces de dinamică a preţurilor, se consideră că acesta este supus teoriei martingalelor. Condiţia independenţei în timp vizează doar primul moment statistic (tendinţa matematică) prin momentele de grad superior.

Adepţii ipotezei pieţelor eficiente (atitudine specifică investitorilor instituţionali) se comportă pasiv în gestionarea portofoliilor urmărind indicii bursieri. Faptul că pe pieţele eficiente se înregistrează fenomene dinamice nu limitează fluctuaţiile doar la variaţii mici în jurul unei valori stabile fiind posibile spaţii raţionale abstracte (acestea se suprapun cu zona valorii fundamentale) şi perfect izolate care apar sau dispar în mod imprevizibil. Caracterul raţional provine din proprietatea de echivalenţă a randamentului unui activ plasat în interiorul acestor spaţii cu cel al activului situat în exterior.

În practică, în plus faţă de caracterul optimizant al pieţei, reglajul se face şi în funcţie de concurenţa cu alte pieţe, fapt care contestă tot mai mult teoria pieţelor financiare eficiente. Pe pieţele eficiente, variaţia preţurilor activelor este limitată de o valoare teoretică ce depinde de variabilitatea coordonatelor fundamentale de determinare a preţului. Contraargumentul lui Shiller (1987) este existenţa unui nivel exagerat, superior valorii fundamentale. Există aspecte semnificative ce nu pot fi explicate în cadrul ipotezei pieţelor eficiente. Unii manageri de fonduri au susţinut că sunt

deţinătorii unor strategii câştigătoare, dar performanţa din confruntarea cu piaţa a fost înregistrată pe perioade mult prea îndelungate pentru a fi pusă exclusiv pe seama întâmplării.

O piaţă este eficientă din punct de vedere tehnic dacă preţul este unica evaluare publică a titlurilor. A afirma că preţul reflectă sau cel puţin tinde spre valoarea fundamentală a titlului implică ipoteze suplimentare fără nicio legătură cu eficienţa informaţională. Aceste ipoteze se referă la procese stohastice ce guvernează fenomenele economice subdiacente permiţând pieţelor să furnizeze metode eficiente de gestiune a riscurilor. Dacă ipotezele nu mai sunt valabile, instabilitatea pieţelor financiare poate genera turbulenţe şi crize financiare.

Un rol important îl deţine şi imitaţia, ca parte componentă a stilului operatorilor nou intraţi. Analiza istorică a cursurilor şi a comportamentului celorlalţi influenţează uneori decisiv comportamentul fiecărui actor. După crahul din octombrie 1987, Shiller a arătat că variaţiile succesive ale cursurilor au reprezentat verigi a căror asociere într-un lanţ a fost favorizată atât prin reţinerile investitorilor instituţionali, cât şi temerile micilor investitori, motivate prin comportamentul unor actori ce au intervenit din exterior. Un astfel de proces contagios generează o dinamică în cascadă prin intermediul anticipărilor şi contrazice din nou teoria eficienţei.

1.4.2. Piaţa - câmp de bătălie a investitorilor. Logica crizei-un model simplu

Pe pieţele financiare există mai multe tipuri de investitori, cu diferenţe mari în ceea ce priveşte orizontul investiţional, riscul asumat, obiective. Eterogenitatea pieţei creează o eterogenitate de reacţii la noile informaţii, fapt ce influenţează previziunea asupra evoluţiei viitoare a pieţei. Modelele teoretice reliefează posibilitatea existenţei sistemelor de împrăştiere şi permit înţelegerea noţiunii de crah.

Iată explicaţia simplificată (Genote, Leland, 1990). Primul grup de agenţi (fundamentaliştii) sunt speculatorii profesionişti (market makers) care caută permanent informaţii referitoare la dinamica viitoare a cursurilor. Aceştia iau în calcul şi influenţa celorlalte grupuri din piaţă. Cel de al doilea grup este format din actori interesaţi exclusiv de lichidităţile pieţei şi nu reprezintă o pondere mare în piaţă. Al treilea grup (agenţi zgomotoşi sau noisy traders) e reprezentat de investitori, persoane fizice sau juridice, ce îşi plasează fondurile fără a avea tezaurul informaţional minim necesar. Aceşti agenţi zgomotoşi urmăresc momentele de schimbare a trendului pieţei, accentuând sensul tendinţei sesizate. Al patrulea grup (investitori giganţi ce asigură portofoliile) este format din investitori instituţionali care gestionează

fonduri uriaşe, având drept obiectiv diversificarea prudentă a portofoliilor (în general având la bază indicii bursieri specifici produselor create). Pentru a fi siguri de protejarea portofoliilor (să nu scadă sub un minim predeterminat dinamic), investitorii instituţionali achiziţionează opţiuni de vânzare a valorilor mobiliare (put options) în vederea acoperirii contractelor în baza indicilor bursieri, până la scadenţă. Există şi opţiuni sintetice, prin combinarea contractelor.

Agenţii zgomotoşi şi asigurătorii de portofolii activează în domeniul cererii cu tendinţă crescătoare. Dacă agenţii zgomotoşi cumpără când tendinţa e crescătoare şi vând când tendinţa e descrescătoare, asigurătorii de portofolii consideră mărimea variaţiei dintre preţul opţiunii şi cel al acţiunii suport. Aceasta variază permanent, având o evoluţie neliniară, în funcţie de cursul suport. Astfel, dacă cursul scade, se reduce ponderea titlurilor prin răscumpărarea contractelor indiciale. Oferta netă a asigurătorilor de portofolii reprezintă o funcţie crescătoare şi neliniară a cursului. Speculatorii profesionişti anticipează valoarea de bază (şi consideră că aceasta are şanse reale de a se impune) şi afişează o cerere clasică ca funcţie descrescătoare a preţului. Dacă ar fi singuri în piaţă şi valoarea de bază previzibilă, atunci ar rezulta, pentru o valoare fundamentală dată, un echilibru unic şi stabil. Prin suprapunerea efectelor, rezultă o funcţie a cererii excedentare nete a pieţei care nu este monotonă în raport cu preţul şi instabilă în timp.

Instabilitatea curbei cererii pieţei este şi rezultatul unui proces interior de imitare (aceasta se explică prin faptul că dimensiunile grupurilor cu previziuni eterogene se modifică). Este posibil ca unii agenţi să adopte punctul de vedere al altor categorii sau să-şi definească o strategie mixtă.

În practică, pentru o anticipare cât mai exactă, fiecare agent trebuie să ţină seama de modul de raţiune al celorlalţi. Intensificarea intensităţii influenţelor încrucişate antrenează instabilitatea cererii din piaţă (acesta e un aspect endogen, independent de volatilitatea naturală).

Consecinţe:

1. Posibilitatea stabilirii echilibrelor multiple. În Figura I.1 sunt reprezentate trei variante de echilibru: A, C - echilibre stabile, B - echilibru instabil.

2. Volatilitatea excesivă a preţurilor (o supravolatilitate) datorată comportamentelor destabilizatoare ale agenţilor zgomotoşi şi ale asiguratorilor de portofolii (aceşti agenţi au tendinţa de intensificare a mişcării preţurilor). De remarcat că apariţia unei cereri neprevăzute de lichidităţi poate destabiliza piaţa modificând chiar valoarea fundamentală a titlului.

3. Instabilitatea cererii atrage posibilitatea formării unui crah urmat de formarea unui nou echilibru.

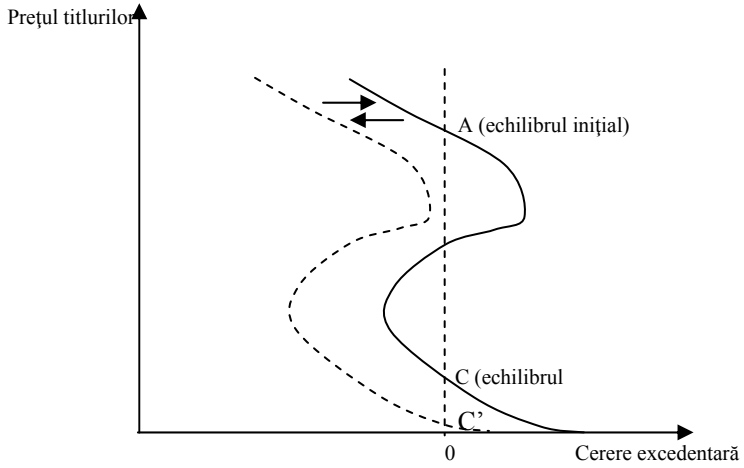


Figura nr. 1 – Mecanismul de declanşare a crizei şi apariţia unui nou echilibru

Criza, rezultă în urma deplasării curbei cererii excedentare nete, trece echilibrul de la A (iniţial) la C. Prin revenirea curbei cererii în poziţia iniţială nu se reface echilibrul iniţial. Evoluţia preţului de la C la C evidenţiază proprietatea de histerezis.

1.5. Modele de generaţia întâi

Acest tip de modele provine din cercetările lui Salant [52] de la sfârşitul anilor 1970, de la Federal Reserves International Finance Section. Atunci scopul analizei nu era strict legat de crizele valutare, ci se referea la pericolele schemelor de stabilizare a preţului mărfurilor sau resurselor epuizabile. Aceste scheme de stabilizări de preţuri au reprezentat o solicitare din partea celor ce au propus Noua Ordine Economică Internaţională (NOEI). Salant a argumentat în baza teoriei propuse că aceste scheme nu sunt robuste şi vor fi subiectul unor atacuri speculative devastatoare.

Punctul de plecare a fost faptul că speculatorii vor deţine o resursă epuizabilă atunci şi numai atunci când se aşteaptă o creştere rapidă a preţului, suficientă pentru a oferi o rată de randament echivalentă (după

ajustarea faţă de risc) cu alte active. Această propoziţie este baza faimosului model Hotelling a preţului resurselor epuizabile: preţul unei asemenea resurse trebuie să crească în timp cu rata dobânzii, iar traiectoria de evoluţie a preţului să fie determinată de cerinţele ca resursele să fie epuizate exact la momentul atingerii punctului de blocaj la care nu mai există cerere.

Dar Salant a mers mai departe şi s-a întrebat ce se întâmplă dacă autorităţile îşi anunţă intenţia de a cumpăra sau a vinde resurse la un anumit preţ fixat. Atâta timp cât nivelul preţului este situat peste nivelul corespunzător cazului în care nu există acest anunţ al autorităţilor – adică peste traiectoria Hotelling, speculatorii îşi vor lichida poziţiile din simplul motiv că ei nu mai pot realiza creşteri speculative de capital. Preţul din cazul „fără schemă de stabilizare", aşa-numitul „preţ umbră" va creşte peste ţinta propusă de autorităţi. La acest moment, speculatorii vor privi obiectul tranzacţionării ca pe un activ de dorit şi vor începe să cumpere cât mai repede; dacă însă autorităţile vor continua să stabilizeze preţul, se va produce rapid (în model, instantaneu) epuizarea rezervelor. Salant arată că o undă speculativă puternică de cumpărare a avut ca efect închiderea pieţei libere a aurului în 1969 şi a sugerat că în mod similar se vor comporta toate schemele de stabilizare a preţurilor de tip NOEI.

În spiritul celor arătate, Salant şi Dale Henderson (1978) [52] (principalul obiect de analiză a fost comportamentul preţului pe piaţa aurului şi efectele impredictibile ale vânzării stocului oficial de aur) au pus practic bazele modelelor de primă generaţie pentru analiza crizelor valutare. Într-adevăr, cercetări recente au arătat că aceste concepte pot fi aplicate la analiza atacurilor speculative, nu doar asupra stabilizării preţului resurselor de către autorităţi, ci şi în cazul proceselor prin care banca centrală urmăreşte stabilizarea ratelor de schimb, cu consumuri minime de resurse. Modelul canonic de criză valutară propus de Krugman (1979) [37] şi completat de Flood şi Garber (1984) [23] şi-a propus această analogie.

Modelul clasic al lui Krugman (1979) [37] are la bază utilizarea rezervelor valutare în apărarea ratei fixe de schimb. Se consideră condiţiile de paritate a ratei dobânzii şi ipoteza că guvernul nu poate utiliza împrumuturi străine. Guvernul are un deficit bugetar acoperit prin credit intern sau prin emisiuni monetare. Expansiunea continuă a creditului intern sau a bazei monetare conduce la inflaţie, aşteptări de depreciere şi ieşiri de capital. Astfel, rezerva valutară a băncii centrale scade vizibil. La un moment dat, cu mult timp înaintea epuizării în mod normal a rezervelor, apare brusc un atac speculativ care este în esenţă condus de dorinţa normală a abordării maximizatoare a profitului speculatorilor sau a abordării unui comportament cu aversiune mare faţă de risc de către investitori.

Trendul superior al preţurilor umbră din piaţa valutară – preţul ce va rezulta în piaţă după un atac speculativ – rezultat prin considerarea că guvernul economiei ţintă a fost angajat într-un proces continuu, necontrolabil de emisiune monetară pentru finanţarea deficitului bugetar. În ciuda acestui trend, banca centrală şi-a asumat rolul de a încerca să menţină rata de schimb fixă utilizând o parte din stocul rezervei valutare care este menţinut, astfel încât să accepte cumpărări/vânzări la rata de schimb ţintă.

Dată fiind această reprezentare simplificator a situaţiei, e clar că logica generală a crizelor valutare a fost aceeaşi ca în cazul atacurilor speculative asupra stocului de mărfuri (exemplificat prin resurse epuizabile). În cadrul unui curs natural al evenimentelor, se poate considera că speculatorii trebuie să aştepte până când rezervele sunt epuizate. La acest punct ei vor şti că preţul de pe piaţa valutară, fixat până în acel moment, va începe să crească; acest fapt va face ca deţinerea de valută străină să devină mai atractivă decât deţinerea de valută naţională, conducând în final la un salt al ratei de schimb. Dar speculatorii prevăzători, realizând faptul că acest salt era planificat, vor vinde valuta locală imediat, înainte de momentul epuizării resurselor – şi procedând astfel, în avans faţă de această dată de referinţă, rezultă o strategie ce permite speculatorilor să vândă mai devreme. Pe măsură ce aceste presiuni de tatonare devin tot mai puternice, rezervele valutare scad vertiginos. Rezultatul va fi acela în care rezervele vor scădea la un nivel critic – probabil nivelul ce ar fi suficient de mare pentru finanţarea anilor cu deficit de plată – va fi un atac speculativ decis susţinut care va determina o scădere rapidă spre zero a rezervelor valutare şi va forţa abandonarea strategiei cu rată fixă.

Modelul canonic de criză valutară explică aceste crize ca fiind de fapt rezultatul incompatibilităţii fundamentale dintre politicile naţionale – aici intră în mod tipic persistenta finanţare a deficitului bugetar – şi totuşi se încearcă să se menţină rata de schimb fixă. Această incompatibilitate poate fi temporar acoperită dacă banca centrală are suficiente rezerve, dar atunci când acestea devin insuficiente, speculatorii forţează emisiunea cu un nou val de vânzări.

Acest model are câteva atuuri importante. În primul rând, multe crize valutare, în mod clar, reflectă o incompatibilitate între politica ratei de schimb şi politica naţională; în mod specific, forma semnificativ modificată a acestei discrepanţe în modelul canonic poate fi văzută ca fiind o reprezentare simplificată a mult mai complexei, dar totodată puternicei incoerenţe politice a multor regimuri de rate de schimb. În al doilea rând, modelul demonstrează, în mod clar, că acest caracter extrem de abrupt şi violent al retragerii de pe o anumită valută nu trebuie neapărat să reflecte iraţionalitatea investitorilor, ci în acest tablou pot interveni diverse scheme

ale manipulării pieţei şi, desigur, efectul de turmă. Această situaţie poate fi în mod simplu rezultatul logicii de situaţie în care deţinerea de valută naţională va deveni neatractivă imediat ce acest preţ nu mai este stabilizat guvernamental şi sfârşitul regimului stabilizat este declanşat de ieşiri speculative de capital.

Aceste aspecte sunt foarte importante, mai ales că reprezintă o corecţie faţă de tendinţa observatorilor nefamiliarizaţi cu logica crizelor valutare, care le văd ca pe un eveniment în afara normalităţii universului evenimentelor economice. Există şi revelaţia că pieţele sunt guvernate în zodia teoriei haosului, că banii virtuali au suprapropulsat economia reală sau că există o evidentă manipulare a pieţei (Druckner, 1997) [18].

Unii autori au extins modelul lui Krugman [37]. Flood şi Garber (1984) [23] au încercat un model dinamic al atacului speculativ rezolvând problema şi în cadrul unei pieţe cu comportament stochastic (expansiunea creditului depinde de o componentă aleatoare).

Connoly şi Taylor (1984) [14] au introdus în modelele lor, împărţirea bunurilor în tranzacţionabile şi netranzacţionabile şi au demonstrat că pierderea de competitivitate şi deficitul de cont curent pot să conducă la crize valutare. Efectul flexibilităţii preţului aspra momentului colapsului a fost subliniat de Blackburn (1988) [7].

Acesta a introdus în modelele sale noţiunea de substituibilitate imperfectă a activelor. Wilman (1988) [50] a considerat, de asemenea, că bunurile interne şi obligaţiunile nu pot fi perfect substituite şi salariile nominale trebuie să fie rigide. El a demonstrat că, în plus, faţă de politica monetară trebuie considerat un mix al politicilor fiscale, monetare şi a veniturilor, care este foarte important în crizele valutare.

Similar, în aceste modele tradiţionale sau de primă generaţie, este faptul că se consideră o situaţie fragilă a indicatorilor fundamentali, care se ştie că nu pot fi susţinuţi în condiţiile menţinerii ratei de schimb fixe. Această ipoteză poate stabili o relaţie unică între indicatorii fundamentali şi momentele de desfăşurare a crizei (Krugman, 1996). Krugman (1996) a arătat că nivelul critic al rezervelor determină momentele de desfăşurare a atacului speculativ şi ale crizei şi acesta este, de fapt, nivelul critic la care investitorii consideră oportunitatea unui atac speculativ reuşit.

În ciuda virtuţilor modelului canonic, oricum, un mare număr de cercetători a argumentat reprezentarea inadecvată a forţelor ce intervin în majoritatea crizelor reale. Aceştia au dezvoltat modele de generaţia a doua de criză.

1.6. Modele de criză de generaţia a doua

Criza SME (1992-1993) şi criza latină (1994-1995) au fost materialul de inspiraţie pentru un nou val de teorii despre criză. Spre deosebire de modelele anterioare, modelele de generaţia a doua au luat în considerare eventuala ajustare a politicii de către autorităţi ca răspuns ferm faţă de un posibil atac speculativ.

Obstfeld (1986) [46] a fost primul analist care a observat această mare lipsă a modelelor de generaţia întâi. Obstfeld a observat că guvernul are la dispoziţie două variante: apărarea ratei fixe propuse, cu costurile corespunzătoare ce apar (necesitatea unor rate mari ale dobânzii pe termen scurt conduce imediat la problema ratei şomajului), sau abandonarea acestui sistem.

Un al doilea exemplu de costuri este costul unei datorii mari exprimate în valută forte. Aceasta dă guvernului justificarea în a folosi pârghia inflaţiei în privinţa datoriei, abandonând sistemul ratei fixe. Obstfeld a arătat că, pentru ţările cu acces la piaţa internaţională de capital, stabilirea unui nivel optim al rezervelor nu mai ridică problemele de la începutul anilor 1970, însă autorităţile trebuie să aibă în vedere costurile asociate. Aceste costuri creează în rândul investitorilor aşteptări cu privire la posibilitatea abandonării fixingului, fapt care conduce la creşterea şi mai mare a costurilor (prin ratele dobânzii). Motivaţia principală a apărării strategiei ratelor fixe este justificată de facilitarea tranzacţiilor internaţionale şi a investiţiilor sau pur şi simplu ca o garanţie a unei inflaţii reduse (Obstfeld, 1984 [46], Krugman, 1998 [39]).

Scăderea volumului tranzacţiilor conduce la creşterea posibilităţii apariţiei echilibrelor multiple. Cele două echilibre sunt:

– fără atac speculativ, fără modificarea indicatorilor fundamentali şi menţinerea nedefinită a strategiei de rată fixă;

– declanşarea unui atac, cu modificări ale indicatorilor fundamentali, care vor fi validate prin modificarea ratei de schimb aşteptate în mod raţional de investitori (Eichengreen, Rose, Wyplosz, 1996) [20].

Probabil cel mai bun mod de descriere şi corectare a lipsurilor modelului de criză canonic este realizat prin considerarea politicii guvernamentale (şi nu răspunsul pieţei) într-o manieră mecanicistă. Se consideră că guvernul asigură emisiunea monetară astfel încât să acopere deficitul bugetar, indiferent de situaţia externă; se consideră că banca centrală vinde cu încăpăţânare şi perseverenţă valută forte pentru apărarea ratei de schimb până îşi epuizează ultimul dolar din rezerve. În realitate, desigur, gama politicilor posibile este mult mai largă. Guvernele pot şi

încearcă să condiţioneze politicile fiscale de balanţa de plăţi. În acelaşi timp, banca centrală dispune de o varietate de instrumente, altele decât intervenţia directă pe piaţa valutară, pentru apărarea ratei de schimb, incluzând, în particular, abilitatea de a restricţiona politicile monetare interne. Evident, aceste politici au costurile lor. Dar, ar fi important să se recunoască că apărarea ratei de schimb este mai degrabă o problemă concret comercială, decât un simplu proces de vânzare a valutei.

Aşa-numitele modele de generaţia a doua, probabil cel mai bine reprezentate de modelul Obstfeld (1994) [47], necesită trei ingrediente. Mai întâi, trebuie să existe un motiv pentru care guvernul să dorească abandonarea ratei de schimb fixe. În al doilea rând, trebuie să existe un motiv pentru care guvernul să apere rata de schimb, astfel încât există o tensiune între aceste două motive. În final, pentru crearea logicii circulare ce conduce la criză, intervine şi costul apărării ratei fixe care trebuie să crească el însuşi atunci când investitorii se aşteaptă (sau cel puţin suspectează) că rata fixă ar putea fi abandonată.

Ce ar determina guvernul să permită deprecierea propriei valute? Pentru ca guvernul să aibă intenţia de a schimba regimul ratei de schimb, trebuie să existe o situaţie incomodă în cadrul valutei naţionale. O posibilitate evidentă este existenţa poverii unei mari datorii în valută internă pe care guvernul poate fi tentat să o amâne în mod inflaţionist, dar acest proces nu este posibil în mod concret într-un regim cu rată fixă (de exemplu, atacurile asupra francului francez în anii 1920 au fost declanşate de suspiciunile că guvernul poate încerca creşterea inflaţiei datorită datoriilor în urma Primului Război Mondial). O altă posibilitate este ca ţara să sufere din cauza creşterii şomajului ca urmare a ratei rigide a salariului nominal şi va adopta o politică monetară mai expansionistă, dar, din nou, acesta nu se poate face pe termen lung în cazul ratei fixe de schimb (aceasta a fost în esenţă motivaţia abandonării de către guvernul britanic în anul 1931 a sistemului standard aur şi îndepărtarea faţă de mecanismul sistemului european al ratelor de schimb a Sistemului Monetar European, în anul 1992).

Fiind dat un motiv de depreciere, de ce ar dori atunci să mai apere regimul ratei fixe? Posibil, deoarece se crede că rata fixă este importantă în facilitarea tranzacţiilor comerciale internaţionale şi atragerii investiţiilor directe şi de portofoliu. O altă posibilitate ar putea fi propria istorie a luptei cu inflaţia şi modul psihologic de a privi rata fixă, ca un garant al credibilităţii cu greu dobândite. În final, rata de schimb are un important rol de simbol al mândriei naţionale şi/sau de realizare a cooperării internaţionale (ca în cadrul Sistemului Monetar European).

În final, de ce ar dori publicul lipsit de încredere în ceea ce priveşte menţinerea ratei fixe să facă rata mai greu de apărat? Aici există două posibilităţi. Unii analişti (de exemplu, Obstfeld, 1994) [47] accentuează că apărarea unei rate fixe ar fi costisitoare pentru populaţie dacă în piaţă se aştepta în trecut producerea unei deprecieri. De exemplu, finanţatorii ar fi trebuit să ceară o rată mare a dobânzii în anticiparea deprecierii ceea ce face ca povara datoriei interne să fie atât de mare încât un management fără depreciere ar fi practic imposibil. In aşteptarea deprecierii, uniunile monetare ar trebui să stabilească salariile la nivele care să evite ca industria naţională să devină necompetitivă în condiţiile ratei de schimb curente.

Alternativ, în cea de a doua variantă (care în opinia specialiştilor pare mult mai aproape de ceea ce se întâmplă în crizele reale) este să se presupună că o rată fixă este costisitoare pentru a fi apărată dacă populaţia aşteaptă la momentul curent o depreciere viitoare. Canalul uzual implică ratele dobânzilor pe termen scurt: pentru a apăra valuta înfruntând aşteptările raţionale ale deprecierilor viitoare, trebuie implicate rate mari ale dobânzii pe termen scurt; dar asemenea rate înalte pot, fie să înrăutăţească fluxul de lichidităţi al guvernului, fie să aibă efect negativ asupra profitului şi ratei şomajului.

Se consideră toate aceste trei aspecte: un motiv de depreciere, un alt motiv pentru a evita deprecierea şi un set de motive pentru care aşteptările deprecierii alterează ele însele balanţa dintre costurile şi beneficiile menţinerii parităţii fixe. După cum a arătat Krugman (1996) [38], este posibilă combinarea acestor elemente pentru a realiza un tablou general al crizelor valutare, care reprezintă o alternativă la modelul canonic. Se consideră cazul unei ţări în care există o situaţie de dezechilibru între costurile menţinerii parităţii actuale şi costurile abandonării acestei rate fixe; în acest caz, situaţia se poate deteriora în mod predictibil, astfel încât la o anumită dată viitoare, ţara va fi capabilă să deprecieze chiar în absenţa unui atac speculativ. Atunci, speculatorii anticipează, încercând lichidarea poziţiilor pe această valută, înainte de depreciere, dar acţionând astfel, ei vor înrăutăţi situaţia guvernului, grăbind de fapt deprecierea. Investitorii şi mai sofisticaţi, realizând acest aspect, vor încerca să iasă din aceste poziţii şi mai devreme şi tot aşa apare şi frica micilor speculatori de prezenţa în piaţă a marelui investitor, iar rezultatul final este o criză care închide regimul ratei fixe cu mult timp înainte ca elementele fundamentale să facă această depreciere necesară.

Detaliind în continuare, se poate afirma că, în situaţia unei inevitabile abandonări a sistemului cu rată fixă şi în condiţiile unei pieţe cu investitori perfect informaţi, un atac speculativ al valutei va apare la momentul cel mai apropiat posibil. Motivul îl reprezintă în principal

arbitrajul: un atac la orice moment ulterior va oferi speculatorilor un profit sigur; acest profit va fi concurat de aşteptările de anticipare a crizei.

E important de remarcat faptul că în acest caz, în modelul canonic, criza este în cele din urmă provocată de inconsecvenţa politicii guvernamentale care face imposibilă supravieţuirea pe termen lung a regimului cu rată fixă. In acest caz, criza este determinată de elementele fundamentale economice. Dar nu acesta este modul în care criza loveşte în realitate: guvernul ţării ţintă simte că este pe deplin pregătit să menţină rata de schimb fixă pe termen lung, şi respectă acest fapt, dar este forţat să abandoneze această strategie la un atac speculativ, care face ca apărarea ratei să devină prea costisitoare.

Se consideră valabilitatea reacţiei standard atât a cercetătorilor cât şi a oficialilor internaţionali în domeniul crizelor valutare, care, cel puţin informaţional, este bazată pe acest scenariu descris anterior. Astfel, se recunoaşte faptul că atacul speculativ, provocat de aşteptările raţionale de depreciere, reprezintă el însuşi motivul imediat al deprecierii; întregul proces este privit ca fiind cauzat de politicile ţării vizate de a fi ţinta unui atac şi, în particular, de un conflict între obiectivele interne şi strategia de rată fixă care produce inevitabilitatea unui colaps. Practic, pieţele financiare aduc şi prelucrează veştile şi informaţiile în avans, anticipând şi grăbind evenimentele.

Posibilitatea celor două echilibre facilitează crizele autocondiţionat probabile şi doar mici modificări în cadrul aşteptărilor pot declanşa atacuri speculative. Obstfeld (1996) [48] a propus pentru prima dată utilizarea abordării din teoria jocurilor. Atunci când autorităţile dispun de un nivel intermediar al rezervelor, investitorii agresivi trebuie să-şi coordoneze judicios acţiunile lor de atac speculativ de succes care să fie profitabil. Cele două echilibre de tip Nash sunt: unul când atacul speculativ a reuşit, mulţi investitori intră să atace şi realizează profit, sau pur şi simplu nu mai există atac.

În primul model, Obstfeld (1994) [47], participanţii din piaţă aşteaptă ca valuta să se deprecieze la o anumită rată şi, astfel, rezultă noile rate ale dobânzii nominale. Datorită ratei mari a şomajului sau a stocului mare al datoriei, aceste rate mari determină ca strategia de rată fixă să devină prea costisitoare. Obstfeld nu precizează clar care ar fi factorul declanşator al aşteptărilor de depreciere a valutei. Elementul declanşator ar trebui să fie indicatorii fundamentali. Obstfeld a menţionat, de exemplu, votul negativ al Danemarcei în ceea ce priveşte Tratatul de la Maastricht ca factor de bază al crizei SME din 1992-1993.

În al doilea model, Obstfeld [49] consideră că aşteptările de depreciere sunt declanşate de posibila dorinţă a guvernului de a contracara un posibil şoc negativ al PIB. O modificare bruscă a sentimentului pieţei de a tolera rata şomajului declanşează deprecierea valutei, care, de altfel, nu s-ar fi produs în baza aşteptărilor raţionale ale investitorilor. Dacă salariile sunt fixate corespunzător perioadei anterioare, guvernul poate să acţioneze utilizând o depreciere surprinzătoare pentru creşterea competitivităţii preţurilor în ţară, fapt care însă poate să crească şi mai mult aşteptările de depreciere. Dacă credibilitatea guvernului este redusă, aceste aşteptări pot să fie cu adevărat autocondiţionat posibile, deşi şocul iniţial era deja anihilat.

Alte motive de creare a unei atmosfere autocondiţionat probabile asupra crizelor valutare datorate comportamentului autorităţilor o reprezintă problemele aşteptate în sectorul bancar. Atunci când banca centrală creşte ratele dobânzilor în scopul apărării fixingului, băncile pot să intre cu uşurinţă în crize de lichiditate. De obicei, obligaţiile băncilor sunt cu scadenţa pe termen scurt, iar activele pe termen lung. În multe economii emergente, deprecierea propriu zisă cauzează probleme mari băncilor, care au obligaţiile denominate în valută forte. Adesea guvernul ezită în utilizarea imediată a ratelor mari ale dobânzii datorită costului adăugat la datoria publică. Aceste aşteptări fac ca atacul speculativ să fie autocondiţionat probabil. În mod similar, aşteptările ca banca centrală să-şi exercite rolul de ultim împrumutător prin expandarea bazei monetare poate declanşa aşteptări privind o eventuală depreciere (Obstfeld, 1996) [48]. O obligaţie politică ar putea fi, de asemenea, un motiv pentru crize autocondiţionat probabile (Krugman, 1997) [41], iar criza SME este în acest caz un exemplu clasic. Odată ce Marea Britanie şi Italia au părăsit sistemul, au crescut aşteptările referitoare la faptul că şi pentru alte guverne este mai simplu să abandoneze, şi ele, acest sistem. Aceste aşteptări cauzează fluxuri de capital şi colapsul, sau cel puţin modificarea sistemului, deşi guvernele nici măcar nu se gândeau să abandoneze promisiunea făcută.

Deşi, în general, modelele de generaţia a doua ignoră indicatorii fundamentali (Esquivel şi Larrain, 1998) [21], modelele Obstfeld [48], [49] propun noţiuni apropiate de realitate. Obstfeld arată că, în teoriile de generaţia a doua, indicatorii fundamentali sunt departe de a fi irelevanţi, deoarece determină gama posibilităţilor de echilibru. El arată că în realitate, există o zonă gri în care sunt posibile echilibre multiple şi crize autocondiţionat probabile. Modelele din prima generaţie erau prea stricte, având o rată fixă, care poate fi sau nu poate fi susţinută, dat fiind spectrul indicatorilor fundamentali.

Un mare număr de cercetători a arătat că există situaţii în care ţările nu au fost apreciate corect sau atacate în mod arbitrar; această justificare este cuprinsă în mică măsură în modelele de generaţia a doua.

1.7. Analiza proceselor turbulente din pieţele financiar valutare. Amorsarea şi declanşarea crizelor. Efectul de „turmă". Efectul prezenţei marilor investitori în pieţele financiar valutare. Efectul de egalizare şi efectul de contagiune

A fost argumentat faptul că, deşi, modelele de generaţia a doua sunt foarte diferite din punct de vedere conceptual faţă de modelele clasice, rezultatul poate fi cam acelaşi: o criză valutară este în esenţă rezultatul politicilor inconsecvente pe termen lung cu strategia ratelor fixe. Atâta timp cât investitorii bine informaţi încearcă să prevadă viitorul, pieţele financiare practic forţează acest rezultat.

Oricum, este posibil să fie conceput un număr de circumstanţe în care piaţa financiară nu funcţionează întotdeauna ireproşabil. Există şi posibilitatea să nu fie incluse toate scenariile relevante, dar sunt acoperite oricum cazurile semnificative.

Crize autocondiţionat probabile

Fie cazul în care, contrar ipotezei anterioare, un eventual sfârşit al regimului ratelor fixe nu este complet stabilit dinainte. Poate să nu existe un trend negativ în ceea ce priveşte evoluţia indicatorilor fundamentali; sau poate exista un trend advers sau, cel puţin o posibilitate realistă ca politicile să se schimbe într-un mod specific schimbării de trend (cazul guvernului care, deşi are la dispoziţie rezerve valutare suficiente, în faţa unui atac speculativ suficient de sever, poate să abandoneze fixingul).

În asemenea cazuri, rezultatul constă în posibilitatea declanşării efective a crizei valutare. Un investitor individual nu va scoate banii din ţară, dacă el crede că regimul valutar nu este într-un pericol iminent; dar va proceda în această manieră imediat ce în piaţă se aşteaptă un colaps valutar. Oricum, o criză se va materializa sigur, dacă mulţi investitori individuali scot banii din ţară (legea 20-80 a lui Paretto acţionează foarte bine în acest caz). Rezultatul este că, fie optimismul, fie pesimismul pieţei, sunt procese cu autoconfirmare, în sensul că ceea ce agenţii cred cu adevărat, aceea se va şi întâmpla; iar în cazul unui pesimism desăvârşit, ţara va fi condamnată adeseori să sufere o criză inutilă.

Principalele critici ale acestei analize simplificate

O obiecţie evidentă din partea analiştilor din domeniu, dar probabil prea uşor uitată de politicieni, este că analiza nu evidenţiază dacă orice valută ar putea fi subiectul unui atac speculativ sau dacă toate atacurile speculative sunt justificate prin tabloul indicatorilor fundamentali. Chiar şi în cazul modelelor bazate pe aşteptări clare sau aproape certe, atunci când indicatorii fundamentali, ca, de exemplu, rezervele valutare, poziţia adoptată de guvern în problema fiscalităţii şi anumite raţiuni de ordin politic în guvernarea unui anumit regim valutar, sunt suficient de slabe pentru ca ţara să fie potenţial vulnerabilă la un atac speculativ, problema trebuie analizată judicios. O ţară al cărei guvern se aşteaptă să-şi apere propria valută probabil nu va trebui să procedeze astfel, dar în cazul unei ţări a cărei guvernare dă semne că ar prefera o eventuală abandonare a regimului cu rată fixă, probabilitatea apariţiei crizei va fi accelerată de apariţia presiunilor speculative. Iar diferenţa dintre gama indicatorilor fundamentali, în cazul unei crize ce nu se poate produce şi, respectiv, într-o criză autocondiţionat probabilă, este mare; modelele de criză autocondiţionat probabilă se situează la un nivel intermediar, în care criza se poate produce, dar amorsarea nu este în mod fundamental necesară. O întrebare empirică (deşi deloc uşoară) este care e lăţimea acestei benzi dintre cele două tipuri de echilibre.

De asemenea, este important de reţinut că o ţară, a cărei structură a indicatorilor fundamentali este în mod persistent şi previzibil deteriorată, va intra oricum în criză la un anumit moment. Dacă mecanismul logic de predictibilitate al crizei este astfel încât acestea se produc cu mult timp înainte ca indicatorii fundamentali să atingă pragul critic la care rata de schimb va cădea în absenţa unui atac speculativ, într-adevăr, aşa cum s-a argumentat deja, declanşarea crizei va avea loc cât de curând, întotdeauna percepţia la acel moment va fi că această criză a fost provocată de un atac speculativ nejustificat de spectrul indicatorilor fundamentali.

O situaţie interesantă este cea în care o criză se poate declanşa, dar nu necesită prezenţa speculatorilor cu o opţiune certă clară şi atunci se va putea realiza un câştig de capital (sau măsurat în valută forte, se va evita o pierdere de capital) prin vânzarea de valută internă în eventualitatea unui colaps valutar, şi oricum, în acest caz, se va evita o pierdere echivalentă. Se pune întrebarea ce va putea preveni fuga speculativă de valuta naţională? Există dezacorduri de ordin microeconomic – costuri de tranzacţionare, dificultatea obţinerii liniilor de credit şi altele – care joacă un rol important. In mod normal, s-ar fi considerat că aceste dezacorduri la nivel

microeconomic nu prezintă o importanţă semnificativă faţă de factorii de ordin macroeconomic datorită ponderii mici în totalul tranzacţiilor. Oricum, crizele valutare se desfăşoară foarte rapid, şi de aceea, chiar şi costuri mici de tranzacţionare corespund unor rate de randament anualizat foarte mari. Aceste mici dezacorduri care nu implică nici măcar o mică probabilitate de criză se pot expanda şi amplifica rezultând într-un final atacul speculativ aşteptat. Dacă acest comportament este adevărat, atunci eficienţa tehnică crescută a pieţelor poate fi un factor ce contribuie la modificarea frecvenţei crizelor valutare din deceniul 1990-2000.

Dacă aceste crize autocondiţionat probabile sunt o posibilitate reală, atunci care ar fi factorul care le reţine? Răspunsul este că orice proces autocondiţionat probabil poate fi declanşat. Adică, în condiţiile noii dinamici cu mecanisme de tip „pete solare", orice element informaţional devine relevant dacă participanţii din piaţă consideră că acesta este cu adevărat relevant.

Efectele de egalizare (bruscă) a competitivităţii şi contagiunea

După colapsul peso-ului mexican în 1994-1995, criza s-a extins rapid spre alte ţări din America Latină. Similar, în criza asiatică, căderea bath-ului tailandez a precedat abandonul sistemului ratelor fixe din ţările vecine şi în alte ţări emergente, ca Rusia.

Este mai uşor de înţeles modul în care Indonezia, Malaezia şi Filipine au părăsit sistemul ratei fixe imediat după căderea bath-ului. Aceste patru ţări au fost mai mult legate prin tranzacţiile internaţionale şi prezentau aceleaşi probleme ale indicatorilor fundamentali (în special deficitul de cont curent). În mod surprinzător, Hong Kong şi Singapore, cu o poziţie solidă a contului curent, fiscalitate bună şi mai puţine tranzacţii cu ţările din regiune au fost de asemenea expuse unor presiuni similare pe valutele lor. Ulterior, Coreea şi Rusia au fost lovite de efectul de contagiune (Masson, 1998) [43]. Aceste evenimente şi testele de regresie (Eichengreen, Rose, Wyplosz, 1996 [19], Esquivel, Larrain, 1998 [21]) au pus problema influenţei contagiunii externe. Acest efect extern (efect de contagiune) este statistic semnificativ din punctul de vedere al valutei interne; o criză într-o ţară creşte în epoca contemporană semnificativ probabilitatea crizei pentru toate ţările din regiune cu peste 7%. Ambele teste menţionate au utilizat un interval de timp de peste 30 ani.

Influenţa externă asupra unei crize valutare se poate împărţi în două componente: efectul de egalizare pe linie de tranzacţii internaţionale efective şi efectul de contagiune (în sensul definiţiei date de Masson, 1998 [43] şi

Esquivel-Larrain, 1998 [21]). Oricum, motivul pentru simultaneitatea crizelor valutare este dat de aceste egalizări (de natura tranzacţionabilităţii) şi efectul de contagiune (de tip sentiment). Efectul de egalizare a competitivităţii se referă la legăturile de tip tranzacţii şi la efectul pierderilor de competitivitate la nivelul preţurilor, asociate cu deprecierea într-o ţară competitoare, iar contagiunea se referă la modificările la nivelul sentimentului din piaţă.

Contagiunea

Crizele valutare din anii 1990-2000 au avut trei piloni majori, şi anume: criza europeană, criza latină şi criza asiatică. După vizita din America Latină, fostul preşedinte american Ronald Regan s-a întrebat care este motivul real al acestor valuri de crize regionale, de ce sunt afectate în comun de crize ţări diferite? Aici intervine de fapt contagiunea.

O explicaţie simplă a contagiunii implică legăturile reale dintre ţări: o criză valutară în ţara A înrăutăţeşte situaţia indicatorilor fundamentali din ţara B. De exemplu, ţările din Asia de Sud-Est sunt afectate în acelaşi mod de atacurile speculative, vânzând produse similare, iar o depreciere a bath-ului tailandez afectează negativ exporturile din Malaezia şi pot împinge Malaezia să treacă de punctul critic al declanşării crizei. În criza europeană din anii 1992-1993 a existat un element al deprecierii competitive: deprecierea lirei a afectat negativ comerţul şi rata şomajului în Franţa şi au dus la creşterea presiunilor asupra guvernului francez de abandonare a obligaţiei de menţinere a cursului fix.

Oricum, chiar în cazul crizelor europene şi asiatice, legăturile comerciale par totuşi destul de limitate; în criza din America Latină din anul 1995, acestea au fost practic inexistente. Mexicul nu este o piaţă importantă şi nici un competitor important al Argentinei şi totuşi criza pesos-ului a declanşat imediat altă criză, în această ţară pereche.

La acest punct, se prezintă două interesante explicaţii „raţionale" ale contagiunii crizelor aparente (după cum consideră Drazen, 1997 [17]). Una este că ţările sunt percepute ca un grup cu anumite aspecte comune, dar cu caracteristici imperfect observate. Unii agenţi iau în considerare în cazul ţărilor latino-americane, cultura acestora şi chiar temperamentul „latin", dar implicaţiile în zona politicii economice ale acestui temperament par destul de neclare. Odată ce investitorii au văzut că o ţară cu prestigiu cultural abandonează sub presiune, strategia de rată fixă, se pune imediat problema asupra modului în care s-a estimat vigilenţa altor ţări similare în apărarea fixingului. O observaţie interesantă este aceea că în anul 1982, ţările latino-

americane au suferit o criză care, deşi, în principal, implica datoria exprimată în dolari şi nu în moneda naţională, au fost similare ca formă şi psihologie cu crizele valutare. Această criză s-a extins imediat spre Mexic în toată intensitatea sa. Filipine a fost la început neafectată, chiar dacă atât politicile cât şi povara datoriei au fost similare ca în cazul Mexicului, Argentinei sau Braziliei; ulterior, la mai puţin de un an, investitorii au decis (conform teoriei proceselor autocondiţionat probabile) că această fostă colonie spaniolă are o esenţă latină şi mai puţin asiatică şi au hotărât declanşarea atacului speculativ.

În mod alternativ, se poate argumenta că îndatorirea politică de apărare a ratei de schimb este ea însăşi subiectul efectului de turmă. Acest aspect este ceva mai clar în cazul crizei europene: odată ce Marea Britanie şi Italia au abandonat mecanismul ratei de schimb şi pentru Suedia a fost mai puţin costisitor să abandoneze rata fixă faţă de marca germană, decât în cazul unei deprecieri proprii independente.

Se poate argumenta, desigur că fenomenul de contagiune reflectă comportamentul iraţional al unei părţi din investitori, fie prin aceea că investitorii individuali sunt cu adevărat iraţionali, fie deoarece managerii de fonduri monetare sunt puşi în faţa unor încurajări asimetrice. Coreea de Sud a avut câteva legături puternice cu economiile cu probleme din Asia de Sud-Est, iar managerii de fonduri care nu au acţionat rapid în sensul reducerii expunerii sau lichidării poziţiilor din Coreea au simţit din plin efectele deprecierii won-ului. Efectele crizei asupra Coreei au fost incredibile.

Ca şi în cazul efectului de turmă, în general, contagiunea poate reprezenta un efect pozitiv sau negativ. Pe parcursul perioadelor de optimism ce au urmat reformelor din Mexic şi Argentina, de la începutul anilor 1990, ţările au făcut prea puţin pe linia reformei reale, ca, de exemplu, Brazilia; miopia aparentă a pieţelor în legătură cu riscul virusului asiatic a fost condusă tot de un optimism general exagerat asupra comportamentului ţărilor din această regiune.

Efecte de egalizare a competitivităţii

Au fost definite pentru prima dată de Gerlach şi Smets (1994) [25] care s-au inspirat de pierderea de competitivitate a Suediei după colapsul mărcii finlandeze între anii 1991-1992. În acest model, colapsul primei valute conduce la o apreciere în termeni reali a celei de-a doua, care presează veniturile şi preţurile. Aceasta reduce cererea de bani, produce pierderi la nivelul rezervelor valutare şi creşte probabilitatea declanşării unui

atac speculativ în cea de-a doua ţară. Autorii arată că, cu cât acest efect de egalizare este mai puternic, cu atât este mai redusă flexibilitatea salariului real şi nominal; acest efect este cu atât mai mare, cu cât gradul de integrare la nivel de tranzacţii între cele două ţări este mai mare, iar aceste două ţări sunt mai puţin integrate faţă de ţara de ancorare (de referinţă).

Inspiraţi de criza asiatică, Corsetti, Pesenti şi Roubini (1998) [13] au propus utilizarea teoriei jocurilor în scopul modelării deprecierii competitive. Aceştia au utilizat un model cu trei centre în care două ţări periferice A şi B îşi ancorează în mod unilateral valutele de centrul valutar C, de exemplu, dolarul american. Se consideră că nu există tranzacţii intraperiferice, cetăţenii din centru consumă atât bunuri indigene cât şi de import şi, în plus, există o perfectă substituibilitate între bunurile celor două ţări periferice. Ţara periferică A este la un moment dat lovită de un şoc, care forţează deprecierea. Atunci, consumul în ţara C, de produse din ţara B, tinde spre zero, iar producţia din A creşte pentru menţinerea ratei fixe faţă de centru, ţara B trebuie să accepte o contracţie puternică a activităţii economice, consumului şi bunăstării generale. Oricum, investitorii percep o depreciere în ţara B ca fiind răspunsul optimal faţă de deprecierea bruscă a indicatorilor fundamentali slabi din ţara A; ţara B este forţată atunci să decidă deprecierea. De exemplu, în momentul în care valutele lor au devenit flotante, Taiwan şi Singapore aveau un stoc solid de rezerve valutare (80 miliarde în Singapore şi 100 miliarde în Taiwan) şi un spectru favorabil al indicatorilor fundamentali (un surplus de cont curent şi un mic stoc al datoriei externe). Astfel, în aceste cazuri este util un model de depreciere competitivă. Oricum, în acord cu Alba (1998) [1], nu deprecierea competitivă este motivul crizei asiatice. În acord cu calculele efectuate: o depreciere de 10-20% în ţările vecine creşte deprecierea necesară cu un raport de jumătate de punct procentual la un punct.

Efectul de egalizare a competitivităţii apare, de asemenea, atunci când ţara de referinţă decide creşterea ratelor dobânzii. Buiter, Corsetti şi Pesenti (1996) [9] au studiat această problemă „N+1" (N sateliţi plus un centru) într-un mediu internaţional în care centrul este lovit de un şoc. Atunci, la centru cresc ratele dobânzii, fapt care cauzează părăsirea colectivă a sistemului de către ceilalţi sateliţi. Acesta a fost un caz extrem de contagiune. Într-un caz mai selectiv, unii decid părăsirea sistemului, iar alţii menţin rata fixă. Astfel, efectul de egalizare al competitivităţii lucrează în mod diferit. Masson (1998) [43] a arătat că acesta a fost unul din motivele crizei europene SME şi al crizelor ţărilor în curs de dezvoltare din anul 1982. Masson a sesizat acest proces temporar de creştere a ratelor dobânzilor în ţările dezvoltate ca având efecte diferite faţă de crizele financiare din ţările emergente. Dooley şi Fernandez (1996) [15] au arătat că

rata dobânzii în ţările dezvoltate şi problemele de plată din ţările anexe sunt principalii factori ce explică mişcările preţurilor titlurilor de trezorerie din ţările dezvoltate. Înaintea declanşării crizei asiatice, în primăvara lui 1997, Rezervele Federale au considerat că este oportună o creştere a ratelor de bază ale dobânzii, ca urmare a sesizării modificării sensului fluxurilor de capital în relaţia cu ţările emergente; acest exemplu a fost urmat în iarna lui 1997 şi de câteva bănci centrale europene. Studiind criza latină din 1994-1995, Godfajn şi Valdes (1997) [26] au concluzionat: este foarte dificil de justificat modul în care micile modificări (creşteri) ale ratelor dobânzilor americane pot determina mărimea fluxurilor de ieşire de capital. Uribe (1998) a observat că Rezervele Federale au crescut în perioada ianuarie 1994-februarie 1995, rata dobânzii de referinţă de la 3% la 6% şi a arătat că acesta a fost unul din motivele măririi fluxurilor de ieşire din pieţele emergente pe parcursul crizei din anul 1995.

Efectul de turmă. Zgomotul pieţei

Atât modelele canonice de criză cât şi modelele de generaţia a doua presupun existenţa unei pieţe valutare eficiente, în sensul utilizării perfecte a informaţiei disponibile. Există, oricum, o insuficientă evidenţă că aceste pieţe sunt într-adevăr eficiente; în mod contrar, piaţa valutară prezintă anomalii mari care sunt în acord cu eficienţa doar în anumite intervale (ca în epiciclurile din astronomia precopericiană).

Se pune problema care ar fi diferenţa introdusă de caracterul ineficient al pieţelor în studiul crizelor valutare. Cea mai evidentă diferenţă constă în posibilitatea apariţiei efectului de „turmă". Acest efect poate fi exemplificat prin rezultatul lui Shiller (1989) [53], referitor la comportamentul investitorilor pe parcursul crizei financiare mondiale din anul 1987: singurul motiv fezabil de vânzare agresivă a acţiunilor a fost scăderea preţului. În contextul unei crize valutare, desigur, această abordare poate însemna că un volum de vânzări, indiferent de cauza sa iniţială, poate fi amplificat prin imitaţie şi poate dărâma orice sentiment de raţionalitate. Şi aici intervine din nou legea lui Paretto, în sensul că 15-20% din investitori pot schimba trendul; de obicei această schimbare de trend, care aduce câştig de cauză promotorilor curajoşi este atât de rapidă încât sentimentul de incertitudine se transformă imediat în panică şi de aici drumul spre criză este foarte scurt.

Analiştii au propus două motive ale apariţiei efectului de turmă. În primul caz, intră efectele de aderare date prin cunoştinţa că investitorii posedă informaţii private. De exemplu, dacă investitorul 1 posedă o

informaţie specială referitoare la piaţa imobiliară din Tailanda, investitorul 2 are o informaţie specială despre condiţia financiară a băncilor, investitorul 3 are informaţii despre discuţiile interne ale guvernului referitoare la strategiile viitoare. Dacă investitorul 1 are un set de informaţii negative, el, de regulă, va vinde; dacă investitorul 2 află că investitorul 1 a vândut, el va vinde, chiar dacă informaţiile proprii sunt neutre sau uşor pozitive. Deoarece investitorii 1 şi 2 au vândut, investitorul 3 va vinde şi el, chiar dacă informaţiile proprii sunt favorabile, concluzionând că primii au recepţionat veşti negative (chiar dacă de fapt acest lucru nu s-a produs). Kehoe şi Cari (1996) au argumentat aceste efecte de aderare în piaţa cu informaţii private prin faptul că acestea creează un fel de „bani fierbinţi" care, cel puţin uneori, fac ca pieţele valutare să reacţioneze exagerat la anunţul veştilor despre realizările/nerealizările din economie. Dacă în piaţă se semnalează prezenţa unor mari speculatori, nervozitatea creşte substanţial şi cele două efecte lucrează sinergic.

O altă explicaţie se concentrează asupra faptului că mulţi din banii care au fost investiţi în ţările cu înclinaţie spre criză sunt administraţi prin intermediarii financiari. De exemplu, în cazul unui manager de fond de pensii care investeşte în fonduri din pieţele emergente, acesta va avea mai mult de pierdut acţionând în mod direct într-o piaţă nepopulară, deoarece mişcările nu vor fi întotdeauna în acord cu trendul general al pieţei, existând chiar tendinţa de manipulare (acest fenomen poate fi întâlnit mai ales în cazul pieţelor insuficient de lichide). Totuşi, managerii de fonduri pot să aibă iniţiative puternice şi să acţioneze ca şi când ar dispune de informaţiile ce sugerează că piaţa a judecat greşit. Efectul de turmă al investitorilor individuali ar putea foarte bine rezulta în mod similar; Schelling (1988) a arătat că multe din aspectele comportamentale ale agentului individual au sens doar dacă sunt privite ca un rezultat al luptei dintre agenţii cu poziţii pe termen lung şi, respectiv, agenţii cu interes pe termen scurt. În plus, probabil că un investitor se va simţi mai neplăcut să piardă bani într-un proces de depreciere gen Tailanda, în timp ce alţii nu pierd decât dacă ar pierde exact aceeaşi cantitate de bani într-un joc normal al pieţei.

Punctul final: analiştii care au urmărit crizele din anii 1990-2000 sau cei care au speculat efectiv în aceste pieţe au manifestat rezerve faţă de efectul de "turmă"; în general, aşa cum s-a arătat anterior, pieţele sunt în mod ciudat împăcate cu situaţia în care se află până cu puţin timp înaintea crizelor, chiar dacă sunt motive care semnalează faptul că există un risc evident de declanşare a acestor crize. O explicaţie a acestei pasivităţi: managerii de fonduri se concentrează mai puţin asupra aspectului legat de crize, deoarece ei acţionează în acelaşi mod ca orice agent din piaţă.

1.8. O analiză a sectorului bancar; implicaţiile insuficientei dezvoltări a sistemului bancar din ţările emergente

Insuficienta dezvoltare a sistemului bancar a fost invocată ca fiind un motiv major al crizelor din Mexic şi Asia. S-au invocat liberalizarea pieţelor financiare, inadecvarea infrastructurii legale şi insuficienta lichiditate a sistemului ca fiind motive serioase ale acestor crize.

Crizele bancare şi crizele valutare sunt puternic corelate. Kaminsky şi Reinhardt (1996) [30] au analizat legăturile dintre crizele valutare şi respectiv cele bancare în 25 episoade de criză şi 20 ţări. În peste jumătate din cazurile studiate, crizele bancare au precedat crizele valutare; mai interesant însă este faptul că, în 71% din cazuri, aceste crize bancare au fost precedate de liberalizări financiare. Concluzia a fost că liberalizarea sectorului financiar nu este, în general, însoţită de reglementări adecvate şi nu există un sistem de supervizare eficient care ar trebui să însoţească procesul liberalizării. Într-un alt studiu, Kaminsky, Reinhart, Lizondo (1998) [31] au arătat că aceste crize ale sistemului bancar pot fi considerate ca un indicator principal de semnalizare a crizelor valutare, dar au arătat că, de obicei, crizele valutare nu cauzează crize bancare. Referitor la modul în care aceste două tipuri de criză sunt corelate, autorii au propus patru explicaţii diferite, respectiv, canale prin care se realizează legătura:

1) atacul speculativ asupra valutei este urmat de o perioadă de anormalitate a ratelor dobânzii pe termen scurt, care sunt foarte mari (aceasta este politica de bază a băncii centrale în apărarea parităţii valutei);

2) dacă banca centrală finanţează instituţiile financiare cu probleme, atunci abilitatea acesteia de a menţine strategia de rate fixe se erodează puternic;

3) creşterea spectaculoasă a nivelului consumului şi a investiţiilor este, de obicei, finanţată prin credite bancare. Băncile, în general, împrumută din afară pe termen scurt. Creşterea consumului şi a investiţiilor erodează poziţia contului curent, care, la un moment dat, ar putea fi percepută de către investitori ca fiind imposibil de susţinut şi atunci apare atacul speculativ. Fluxurile de capital de intrare îşi schimbă sensul şi devin fluxuri de ieşire; se produce mai întâi crahul pieţelor activelor şi sistemul bancar este sufocat;

4) liberalizarea financiară făcută fără un sistem clar de reglementare şi supervizare poate fi cauza dinamicii accelerate a colapsului.

Ultimele două cazuri au fost analizate detaliat în Kaminski şi Wood (1997) [32], unde autorii au introdus următorul set de evenimente:

1) stabilizarea şi liberalizarea pieţelor financiare reprezintă o îmbunătăţire a mediului investiţional;

2) fluxurile de capital de intrare şi aprecierea în termeni reali consolidează situaţia contului curent;

3) acumularea de către banca centrală a rezervelor valutare este însoţită de expansiunea agregatelor monetare şi a creditelor bancare (fapt consemnat şi de Calvo, 1998) [11];

4) expansiunea fondurilor disponibile pentru împrumuturi, care conduc la o creştere rapidă a consumului şi investiţiilor;

5) creşterea îndatorării firmelor private şi apariţia semnalelor legate de credite neperformante;

6) inversarea de tendinţă şi schimbarea sensului fluxurilor de capital care poate conduce la atacuri speculative îndreptate împotriva valutei.

Aceasta pare o bună explicaţie în cazul crizei asiatice, deşi Kaminski şi Wood (1997) [32] făceau referiri la cazul crizei mexicane din 1995.

Krugman (1998) [39] a arătat că hazardul moral a fost una din cauzele principale ale crizei asiatice. Krugman a pornit de la intermediarii financiari, ale căror obligaţii erau percepute ca având în mod implicit garanţii guvernamentale, dar care erau nereglementate. Astfel, s-a indus un risc suplimentar al procesului de creditare şi o creştere a preţului activelor. Această supraevaluare a activelor a fost susţinută de un proces circular în care proliferarea riscului creditării a determinat o nouă dinamică a preţurilor activelor riscante, care a reprezentat condiţia ca intermediarii financiari să se simtă acoperiţi faţă de risc. Atunci când s-a produs spargerea bulbonului, cercul vicios s-a întors în sens opus. Scăderea bruscă a preţului activelor a determinat insolvabilitatea la nivelul intermediarilor financiari, care trebuiau să lichidizeze rapid şi masiv activele cu preţuri tot mai mici.

Obstfeld (1998) [50] a analizat procesul de încercare a menţinerii ratei fixe. Atunci când băncile interne şi firmele care se împrumută sunt încrezătoare în evoluţia viitoare a ratei de schimb, acestea pot să împrumute valută forte fără o protecţie asiguratorie faţă de riscul ratei de schimb. Dacă apare deprecierea, atunci raportul dintre obligaţiile în monedă locală şi activele proprii creşte şi adânceşte în continuare cercul vicios. Mc Kinnon şi Pill (1998) [44] au arătat că reuşita procesului guvernamental de limitare a expunerii băncilor faţă de riscul ratei de schimb are un efect pozitiv de creştere a venitului şi a tuturor indicatorilor fundamentali.

1.9. Segmentarea pieţelor emergente

În pieţele emergente există o infrastructură slabă care determină instabilitatea fluxurilor de capital şi măreşte probabilitatea apariţiei crizelor valutare. Knight (1998) [34] a arătat că elementele de bază ale unui sistem financiar sănătos sunt: un mediu bine legalizat şi reglementat, un guvern intern puternic şi o bună supervizare – monitorizare la nivel intern şi internaţional. Se are în vedere un cadru legal care să faciliteze contractele de finanţare, acoperirea datoriei şi realizarea colateralului şi o supervizare care să limiteze poziţiile valutare deschise. O asemenea infrastructură a fost în general punctul slab al pieţelor emergente. Alte caracteristici ale pieţelor emergente sunt insuficienta lichiditate şi accesul limitat la pieţele internaţionale de capital. În plus, informarea investitorilor este costisitoare, întârziată sau pur şi simplu lipseşte.

Într-un asemenea mediu, chiar şi o mică schimbare exogenă, ca de exemplu, modificarea ratelor internaţionale ale dobânzii, tranzacţiile comerciale sau deprecierea produsă în alte ţări pot conduce la stări financiare turbulente. Panica la nivelul creditorilor conduce la refuzul reînnoirii datoriilor scadente şi chiar la retrageri masive şi bruşte din sistemul bancar. Băncile îşi lichidizează cu dificultate şi costuri mari activele. Structura fragilă şi lipsa lichidităţii sunt punctele cheie de pornire a numeroase modele de criză valutară.

Chang şi Velasco (1998) [12] au arătat rolul central al lipsei lichidităţii şi au propus un model în care băncile atrag depozite lichide şi investesc în active nelichide. În acest caz, chiar şi fluxurile mici de capital de ieşire pot produce crize bancare. Autorii au arătat că problema lichidităţii reduse este caracteristică pieţelor emergente, deoarece intermediarii financiari nebancari joacă un rol redus pe pieţele financiare. În cazul lipsei de lichidităţi, băncile nu pot beneficia de fonduri de urgenţă de pe pieţele internaţionale private de capital. Astfel, banca centrală acţionează ca un ultim împrumutător, iar în acest peisaj, ratele de schimb fixe şi rezervele insuficiente determină caracterul inevitabil al crizelor, mai ales dacă există şi fondul unui sentiment negativ al investitorilor. Lipsa de lichiditate poate să pornească şi de la finanţarea guvernamentală. În pieţele emergente, guvernele se împrumută pe baza unor titluri pe termen scurt. Dacă credibilitatea guvernului scade, investitorii nu-şi mai reînnoiesc aceste titluri şi refuză noile emisiuni. Un indicator utilizat pe scară largă de investitori este raportul dintre datoria pe termen scurt şi rezervele valutare, care indică

insolvabilitatea publică totală. Guvernului nu-i mai rămân decât câteva opţiuni neplăcute: reeşalonarea involuntară a datoriilor, limitarea posibilităţii de reeşalonare a creditelor din sectorul privat, măsuri de ajustare a bugetului care contractă economia reală. Toate acestea, fie limitează accesul guvernului la pieţele internaţionale de capital, fie deteriorează previziunile privind creşterea economică.

În pieţele emergente aspectul lipsei de lichiditate conduce, de asemenea, la creşterea fenomenului de contagiune. Dacă investitorii vor să-şi rotească portofoliile, se orientează spre o altă ţară, de regulă, tot emergentă, producând o presiune de lichiditate. Dacă nu se găseşte lichiditatea imediată necesară în prima ţară, automat se produce o panică manifestată prin retrageri masive în cea de a doua ţară. Gradul de nelichiditate din prima ţară influenţează mărimea retragerilor din cea de-a doua ţară (Valdes, 1998). Acest efect de fugă spre lichiditate a funcţionat şi în cazul crizei asiatice afectând toate celelalte pieţe emergente.

Segmentarea pieţei şi efectul de turmă

Se pune problema dacă pieţele financiare internaţionale ineficiente pot să reprezinte un motiv al efectului de contagiune. Dacă pieţele financiare ar fi în mod global ineficiente, atunci mişcările libere ale capitalului nu ar avea un suport clar. Mai mult, marii investitori, gen Soros, pot influenţa evoluţia pieţei (Krugman, 1996) [38]. Aşteptările investitorilor şi preferinţele spre anumite active într-o ţară sau grup de ţări influenţează fluxurile de capital şi pot produce crize valutare. Dacă pieţele internaţionale ar fi eficiente nu s-ar putea realiza schimbări bruşte ale sensului fluxurilor de capital fără un set absolut nou de informaţii. Aşa cum reiese din Tabelul 1, fluxurile de capital de intrare s-au diminuat sever după anul 1996, iar schimbarea sensului fluxului net de capital s-a produs rapid, în câteva luni, în toamna anului 1997. Ţările asiatice au pierdut practic toate fluxurile masive de intrare.

Tabelul nr. 1 – *Fluxuri nete de capital în perioada emergentă*

Fluxuri nete de capital	1984-'89	1990-'96	1996	1997	1998E
Pieţe emergente – total	$15b	$148b	$241b	$174b	$122b
Ţările asiatice	$13b	$56b	$102b	$39b	$2b
Ţări în tranziţie	$0b	$13b	$21b	$35b	$35b

Bakaert şi Harvey (1995) [5] arată că, în finanţele internaţionale, există trei categorii de studii şi teorii: integrate, segmentate sau pieţe parţial segmentate. Teoriile APT (Asset Pricing Theory), APT – internaţional şi CAPM – internaţional arată că pieţele sunt complet integrate dacă activele cu acelaşi nivel de risc asociat au randamente aşteptate identice, indiferent de piaţa din care fac parte.

Pieţele financiare se numesc segmentate dacă titlurile având aceleaşi caracteristici de risc, dar situate pe două pieţe diferite, au valori diferite (Solnik, 1996). În acest caz, costul capitalului şi valoarea investiţiei depind, în general, de piaţa în care acel proiect este finanţat. Segmentarea apare, fie datorită problemelor guvernamentale care apar ca urmare a mişcărilor de capital, fie datorită atitudinii individuale, fie datorită iraţionalităţii (Gultekin, Penati, 1989) [28]. De fapt, toate studiile de preţ ale activelor, în care se utilizează date doar dintr-o singură ţară, consideră faptul că piaţa internă de capital este complet segmentată.

Cea de-a treia clasă de teorii consideră că pieţele globalizate sunt parţial segmentate, fapt ce a fost susţinut de o serie de rezultate empirice. Segmentarea parţială poate fi cauzată de costurile asociate: costuri de tranzacţionare, costuri de informare, diverse taxe sau restricţii legale. Bekaert şi Harvey (1995) [5] au introdus un indicator de măsură a gradului de integrare în piaţa internaţională de capital a unei anumite pieţe individuale.

Autorii au arătat că un număr de pieţe emergente sunt parţial segmentate şi că integrarea sau segmentarea sunt variabile în timp. Valdes (1998) [13] a studiat corelarea preţului datoriei de ordinul doi între diverse ţări latino-americane în perioada 1979-1994 şi a determinat o corelaţie semnificativă. Mai mult, autorul a demonstrat o corelaţie mai puternică în cazul mişcărilor negative.

Patel şi Sarkar (1998) au analizat nouă crize financiare din 18 ţări, în perioada 1970-1997 şi au arătat că există o puternică evidenţă a contagiunii între ţări aflate în aceeaşi regiune; majoritatea ţărilor din regiune se află în criză şi, mai mult, acestea prezintă indicatori de descreştere aproape identici.

Deşi marea majoritate a studiilor referitoare la eficienţa pieţelor internaţionale sunt absolut necesare, trebuie făcută observaţia că investitorii nu îşi folosesc integral posibilităţile de diversificare a portofoliilor şi în caz de criză aceştia pur şi simplu doresc retragerea din numeroase pieţe simultan, iar acest fapt, observat mai ales pe parcursul crizei asiatice, demonstrează faptul că investitorii percep segmentarea pieţei ca un grup de pieţe.

1.10. Manipularea pieţei de către marii speculatori

Scenarii în care crizele sunt generate de aşteptări raţionale de tip „aproape sigure" sau de efect iraţional de turmă au condus la posibilitatea manipulării profitabile a pieţei de către marii speculatori (Krugman a botezat acest tip de agenţi „Soros"). Se presupune că o ţară este vulnerabilă faţă de fuga de valuta naţională: fie dacă investitorii consideră că se va abandona fixingul la un prim atac speculativ, fie se poate emula o panică generală, generată de câteva vânzări punctuale, dar bruşte şi masive. Atunci, un investitor mare poate crea o inginerie din care să profite luând mai întâi în mod discret o poziţie scurtă pe valuta ţării, apoi declanşând o criză în mod deliberat pe baza unor combinaţii între declaraţii publice şi vânzări ostentative.

Exemplul celebru al acestor strategii este atacul speculativ al lui George Soros asupra lirei sterline din anul 1992. Aşa cum s-a arătat anterior, era clar că lira sterlină prezenta anumite simptome negative de ieşire din mecanismul ratei de schimb, dar acţiunile lui Soros au declanşat o ieşire mult mai rapidă decât s-ar fi întâmplat în cazul fără atac.

De ce sunt aceste atacuri speculative însă atât de rare? Un răspuns ar fi că scopul declanşării crizelor este limitat: multe valute tind să fie atacate imediat ce apare cu claritate o posibilă vulnerabilitate faţă de un posibil atac speculativ. Aşa cum s-a argumentat anterior, aceasta se va întâmpla dacă există o predictibilitate a deteriorării continue a spectrului indicatorilor fundamentali: ştiind că un eventual colaps al regimului ratelor fixe este inevitabil, investitorii vor încerca să anticipeze colapsul, grăbind producerea acestui eveniment şi având tendinţa de a ataca cât mai rapid posibil. Krugman (1996) [38] a argumentat că doar simpla prezenţă a lui Soros implică avansarea datei atacului speculativ, deoarece toţi agenţii ştiu că o valută care este vulnerabilă la un posibil atac speculativ reprezintă o oportunitate pentru marii jucători; investitorii vând atunci valută în siajul anticipării că unul sau altul din aceşti jucători vor submina regimul ratei de schimb; procedând astfel, investitorii vor forţa colapsul regimului de fixing cu şi fără ajutorul lui Soros.

Desigur, dacă un colaps valutar spontan imediat ce apare ca un profit potenţial pentru Soros va elimina oportunitatea ca acesta să înregistreze profit; dar dacă nimeni nu joacă acest joc, investitorii se vor amăgi aşteptând anularea posibilului colaps. Acest paradox este caracteristic pieţei bursiere. Un punct de vedere al modelului sugerează absenţa oricărui echilibru în condiţiile în care se introduce în peisaj o perturbaţie suficientă.

1.11. Studii de caz

1.11.1. Criza europeană 1992-93 sau criza SME (Sistemul Monetar European)

În anul 1992, în urma ieşirii Marii Britanii, Italiei şi Spaniei din cadrul mecanismului SME au rezultat fluxuri masive de capital. În vara anului 1993 a urmat un al doilea val de atacuri, ca urmare a deciziei de lărgire a benzii ratelor de schimb din cadrul acestui sistem monetar, de la 2,5% la 15%, care a permis Franţei deprecierea monedei fără ieşirea formală din sistem. După aceste evenimente, însă, Franţa a revenit imediat la banda strânsă de paritate (altă paritate) faţă de marca germană, iar creşterea economică din Marea Britanie după ieşirea din SME a făcut ca rata de schimb să se situeze peste nivelul iniţial. Totuşi, criza SME rămâne unul din episoadele clasice de atacuri speculative.

Un element care face ca această criză să fie clasică este faptul că s-a demonstrat clar importanţa modelelor de generaţia a doua faţă de modelele de primă generaţie. Ţările europene atacate speculativ în anii 1992 şi 1993 nu au fost deloc în acord cu reprezentarea din modelele de primă generaţie. În toate cazurile, guvernul a păstrat un acces complet la pieţele de capital, atât naţionale, cât şi internaţionale. Aceste ţări, deci, nu au fost nevoite să-şi monetizeze deficitul bugetar şi nu au avut o creştere rapidă a creditului intern. De asemenea, se pare că nu au suferit de pe urma limitării riguroase a rezervelor valutare: acestea au rămas capabile să împrumute de pe pieţele internaţionale şi se pare că au avut posibilitatea stabilizării propriilor valute. În sfârşit, toate aceste economii aveau o rată a inflaţiei foarte redusă şi stabilă atât înainte, cât şi după criză.

Atunci, care a fost motivaţia deprecierii, care există ca un ingredient de bază în modelele de generaţia a doua? Răspunsul este rata şomajului, datorată inadecvării cererii şi presiunea rezultată asupra autorităţilor monetare în angajarea politicilor expansioniste – politici care nu pot fi urmate atâta timp cât ţările rămân obligate să păstreze o rată de schimb fixă – acesta a fost motivul principal al crizei. În mod esenţial se crede că guvernul a fost pus în faţa alegerii dintre costul politic al şomajului în afara ţintelor la nivel structural şi cel natural, pe de o parte, şi costul politic al excluderii din SME, pe de altă parte.

În spatele problemei şomajului, a fost situaţia anormală declanşată de interacţiunea dintre căderea zidului Berlinului şi rolul de facto al mărcii germane în cadrul Sistemului Monetar European. Unificarea Germaniei, şi dorinţa firească de egalizare a noilor landuri a condus însă la o politică fiscală expansionistă. Bundesbank, la fel ca Federal Reserve în anul 1980, a fost pusă în faţa unui deficit la care s-a răspuns cu o politică monetară restrictivă. Oricum, alte ţări europene, care au avut moneda ancorată în raport de marca germană, au fost astfel obligate să fie în acord cu această politică monetară fără expansiune fiscală; astfel, acestea au fost condamnate, împinse, la recesiune.

Aşadar, toate ingredientele crizei sunt la locul lor. În plus, trebuie menţionate patru aspecte speciale ale crizei SME:

Primul aspect special este rolul marelui actor al pieţei – George Soros – în declanşarea crizei. Acesta a sesizat în avans jocul legat de posibila depreciere a lirei sterline şi a deschis un număr de linii de credit pe termen scurt, totalizând 15 miliarde de $. Astfel, era în poziţia de profit în urma colapsului regimului ratei de schimb şi, de fapt, în faza a doua nu a făcut altceva decât să precipite prin propriile vânzări speculative acest colaps. Rămâne neclar cât de important a fost rolul propriilor sale acţiuni; se poate argumenta că motivul fundamental al crizei ar fi declanşat oricum deprecierea. Un lucru cert este că marele speculator a devansat data crizei cu câteva săptămâni sau luni.

Al doilea aspect a demonstrat irelevanţa stocului de rezerve valutare într-o lume caracterizată de o mare mobilitate a capitalului. Băncile centrale din Marea Britanie şi Italia au deţinut rezerve substanţiale şi beneficiau, în baza regulilor SME, de linii de credit din Germania. Astfel, în cazul Marii Britanii, exista posibilitatea angajării în intervenţii directe în piaţa valutară a unei sume de 50 miliarde de $ în interval de câteva zile. Oricum, această intervenţie a fost dublată prin operaţiuni pe piaţa deschisă în scopul evitării reducerii mărimii bazei monetare. Şi aceasta a fost în mod clar ineficientă. Devenea clar că lira sterlină putea fi apărată doar printr-o contracţie monetară şi după doar două zile de rate mari ale dobânzii, Banca Angliei a abandonat în mod surprinzător paritatea fixă.

Al treilea aspect readuce un fapt surprinzător: crizele au fost virtual neanticipate de pieţele financiare. Rose şi Svensson (1994) [51] au arătat că diferenţa ratelor dobânzii la valutele corespunzătoare ţărilor ţintă nu a început să se mărească decât după luna august 1992, cu o lună înaintea crizei.

În sfârşit, un aspect remarcabil al crizei SME a fost că ţările care au renunţat la strategia de ancorare a cursului au avut o revenire spectaculoasă, prezentând o situaţie mult mai bună decât a celor care şi-au apărat în

continuare valuta. În particular, în Marea Britanie s-au redus semnificativ rata şomajului şi rata inflaţiei.

1.11.2. Criza latină 1994-1995 şi efectul „tequila”

În unele privinţe au existat atât similitudini cât şi diferenţe faţă de criza europeană, dar în mod clar consecinţele au fost mult mai severe pentru economiile afectate, sugerând că o expansiune monetară ar fi fost posibilă doar dacă rata de schimb nu era o restricţie.

Oricum, în America Latină, ca şi în Europa, aceste semnale de avertizare au fost luate în seamă mai mult sau mai puţin, fiind în general ignorate de pieţele financiare. Oficialii guvernamentali erau fermi pe poziţie afirmând că nu se pune problema unei eventuale deprecieri, iar pieţele au crezut aceste declaraţii. Pe parcursul anului 1993 prima ratei dobânzii la pesos a fost extrem de redusă, iar deficitul de cont curent era uşor de finanţat.

În Mexic situaţia s-a deteriorat pe parcursul anului 1994. Incertitudinile de ordin politic au avut la bază următoarele două evenimente: răscoala ţăranilor din Chiapas şi asasinarea principalului candidat la postul de preşedinte, din partea partidului aflat la putere. Guvernul a relaxat politica monetară şi disciplina fiscală în preajma alegerilor prezidenţiale. Fluxurile de capital străin au început să ocolească ţara şi s-a produs o scădere rapidă a rezervelor valutare. Un punct critic a fost atins atunci când guvernul s-a aflat în postura să nu mai poată realiza emisiuni de tesobonus, titluri pe termen scurt, denominate în dolari.

În faţa unei presiuni externe mari, Mexicul a decis imediat după alegerile prezidenţiale deprecierea pesos-ului. Mărimea acestei deprecieri, de 15%, a fost unanim considerată ca inadecvată; astfel, guvernul şi-a sacrificat credibilitatea fără a satisface pieţele, în ceea ce priveşte faptul că a fost în spatele acestei deprecieri. În al doilea rând, prin consultarea marilor oameni de afaceri în legătură cu acest plan, guvernul, de fapt, a dat posibilitatea ca o serie de investitori să profite de pe seama investitorilor străini neinformaţi, fapt care a adâncit discreditarea acestei politici. În sfârşit, în zilele imediat de după depreciere, oficialii mexicani au condus aceste procese arătând atât aroganţă, cât şi incompetenţă faţă de investitorii străini.

Probabil din aceste motive, deprecierea iniţial mică a fost urmată de o pierdere aproape totală a încrederii în politicile mexicane. Moneda peso a scăzut rapid la jumătate din valoarea de dinaintea crizei; au rezultat şi probleme legate de preţul produselor de import ca urmare a inflaţiei. Pentru stabilizarea peso-ului şi a ratei inflaţiei, guvernul a fost obligat să mărească

rata dobânzii interne la niveluri foarte ridicate, ajungându-se la 80 procente. Aceste rate mari ale dobânzii au produs o contracţie a cererii interne, iar PIB a scăzut în anul de după criză, în termeni reali, cu peste 7 procente.

Temerile că această criză ar submina stabilitatea politică au determinat guvernul SUA să acorde o linie masivă de credite internaţionale către guvernul mexican în scopul restaurării încrederii. Efortul a fost o reuşită: în anul 1996 a existat din nou creştere economică, iar Mexicul, în urma unui acord de acceptare a unei scheme de plată a debitelor de urgenţă, şi-a recâştigat accesul normal pe pieţele internaţionale de capital.

Argentina a sperat iniţial că regimul ei valutar foarte diferit – sistemul consiliului valutar, cu un peso ancorat perfect rigid de dolarul american la paritatea 1:1 şi fiecare peso din baza monetară justificat în dolarul din rezerve, va fi un scut protector eficient faţă de pierderile cauzate de criza mexicană. De fapt, Argentina era perfect asigurată că nu era vulnerabilă la tipul de criză descris în modelul canonic de criză. Argentina se aştepta, de asemenea, că, în absenţa unor puternice legături comerciale cu Mexicul, va reuşi să evite contagiunea. Oricum, speculatorii au atacat valuta, probabil speriaţi de un eventual abandon al sistemului impus de consiliul valutar, în scopul reducerii ratei şomajului (aceasta s-ar putea numi răzbunarea modelelor de a doua generaţie).

În cadrul sistemului consiliului valutar, fluxurile de ieşire de capital conduc însă la un declin rapid al bazei monetare. Acest aspect creează în continuare o criză a sistemului bancar care contribuie la o deteriorare destul de severă a acestui aspect (nu de aceeaşi amploare, totuşi, ca în cazul Mexicului).

În contrast cu Mexicul, Argentina a ales acest regim strict, încercând să arate pieţelor financiare că obligaţiile stricte au fost respectate. În anul 1996, Argentina şi-a reluat creşterea economică.

Crizele latine au prezentat câteva trăsături comune cu cele întâmplate cu doi ani înainte în Europa, dar au existat şi câteva diferenţe majore.

O primă asemănare a fost ratarea de către pieţele financiare a sentimentului de anticipare a producerii crizei sau măcar a semnalării posibilităţii acesteia, până foarte târziu, în ciuda semnalelor de alarmă date de specialişti.

Cea mai mare diferenţă a fost însă legată de consecinţele crizei. Se consideră aici o comparaţie între două perechi de ţări, Franţa – Marea Britanie şi Mexic –Argentina. În primul caz, ţara care a suferit deprecierea (Marea Britanie) s-a comportat excelent după acest eveniment, în timp ce Franţa s-a prezentat mai slab, fără însă să sufere o cădere dramatică. În al

doilea caz, ambele ţări au suferit recesiuni severe incredibile, dar ţara în care s-a produs iniţial deprecierea a suferit mai mult.

1.11.3. Criza asiatică („gripa asiatică")

În anul 1995 analiştii au început să se întrebe dacă ţările din Asia de Sud-Est ar putea să fie vulnerabile la o criză de tipul celei latine. Principalul element a fost apariţia marilor deficite de cont curent. O examinare mai atentă a arătat că multe din aceste ţări şi-au amplificat în mod alarmant fragilităţile financiare: investiţii masive în afaceri imobiliare speculative, finanţate fie de investitori neinformaţi sau prin credite de la instituţii financiare interne insuficient reglementate. Se ştie că, pe parcursul anului 1996, oficialii de la FMI şi Banca Mondială au început să semnalizeze guvernele Tailandei, Malaeziei şi altor ţări riscul în care sunt puse datorită situaţiei financiare şi au arătat necesitatea urgentă a unor politici corective. Oricum, aceste atenţionări au fost refuzate brutal de aceste guverne.

Ca şi în cazul altor crize valutare regionale, pieţele financiare nu au arătat deloc simptome de nelinişte, decât într-un moment imediat înainte de declanşarea crizei. Extraordinarul record de creştere economică a acestei regiuni a convins majoritatea investitorilor că precauţia uzuală nu se aplică. Un manager de fond de pensii a descris pe scurt prospectul oferit de Moody's referitor la Indonezia. Unii membri şi-au exprimat îngrijorarea cu privire la încrederea faţă de datele din acest raport financiar care prezenta date incredibil de îngrijorătoare. Totuşi, aceşti mari investitori nu au ieşit la timp din piaţă, înregistrând pierderi masive.

Alunecarea spre criză a apărut odată cu reducerea exporturilor, parţial datorită aprecierii dolarului (la care ţările aveau ancorate valutele proprii) faţă de yenul japonez, parţial datorită dezvoltării specifice în industrii-cheie, parţial datorită competiţiei cu noul intrat, China. În condiţiile scăderii exporturilor, tendinţa de exagerare din domeniul imobiliar, în special în Tailanda, a devenit tuturor mai mult decât evidentă. Apoi, scăderea preţurilor în sectorul imobiliar, în care s-a utilizat masiv efectul de levier financiar, a condus la scăderi accentuate ale preţului şi a plasat solvabilitatea instituţiilor financiare într-o situaţie jenantă.

Până la acest punct, caracteristicile erau ale unei crize financiare interne, similară cu cea din Japonia de la începutul anilor 1990. Pe parcursul primei jumătăţi a anului 1997 au început să-şi pună probleme referitoare la situaţia financiară din ţările Asiei de Sud-Est, în special Tailanda în care se aştepta o depreciere în scopul speranţei de refacere a perspectivelor

economice. Suspiciunile tot mai crescânde că o asemenea mutare este previzibilă, în ciuda insistenţelor guvernamentale asiguratorii în privinţa contrariului, a dus la creşterea primei de risc în rata dobânzii, fapt ce a creat presiuni şi probleme legate de lichiditatea imediată în afacerile afectate din punct de vedere financiar.

Pe data de 2 iulie 1997, în urma presiunilor, Tailanda a declarat flotarea cursului; ca şi în alte crize, aceasta a condus la speculaţii şi pe alte valute din regiune şi a fost urmată de uşoare deprecieri în Malaezia, Indonezia şi Filipine. Unda de depreciere şi tabloul financiar cu probleme a şocat însă încrederea investitorilor; în efortul de a recâştiga încrederea, toate aceste ţări au impus o nouă austeritate fiscală. Tailanda a primit un împrumut de urgenţă de la FMI în baza unui acord de îmbunătăţire a situaţiei financiare proprii.

Criza asiatică a atras o gamă foarte largă de comentarii. Analiştii au sugerat următoarele concluzii:

– semnalele clare de avertizare a crizei potenţiale din Tailanda au fost pe larg recunoscute, dar acţiunile politice specifice care au precipitat colapsul bath-ului au fost ascunse publicului;

– virulenţa crizei şi viteza extraordinară de propagare în întreaga regiune a fost complet neanticipată indicând importanţa unor legături regionale preexistente incorect şi insuficient cunoscute;

– pierderile economice şi dezordinea financiară rezultată din criză au fost exagerate şi nu erau inevitabile, fiind exacerbate de grave erori politice ce au subminat încrederea investitorilor;

– rolul politicilor de rată fixă în precipitarea acestui gen de crize valutare a fost exagerat; ar fi trebuit să se atragă atenţia mai mult asupra inconsecvenţelor politice care au erodat în mod progresiv credibilitatea;

– rolul catalictic al fluxurilor externe de capital în declanşarea crizei a fost într-o oarecare măsură supraestimat; în esenţă, s-au tratat simptomele unor probleme acute în mod superficial şi, în acelaşi timp, s-au subestimat, în primă fază, importanţa ieşirilor de capital din ţările cu înclinaţie spre criză;

– a existat o reluctanţă a ţărilor cu înclinaţie spre criză de a-şi revizui politicile monetare în scopul calmării proceselor de ieşire a capitalului. Eforturile de stabilizare nu au reuşit să recâştige credibilitatea decât după adoptarea unor politici monetare descriptive, care s-au produs, în majoritatea cazurilor, cu întârziere şi cu costuri mult mai mari;

– deşi turbulenţa financiară asiatică a fost calmată după câteva luni, problema noilor riscuri a rămas în continuare critică, investitorii neputând uita evenimentele produse în momentele de vârf ale crizei de la sfârşitul lui octombrie şi începutul lui noiembrie 1997;

– riscurile morale sunt importante în considerarea viitoarei arhitecturi a sistemului financiar internaţional, dar rolul acestora de forţă conducătoare în cazul crizelor a fost exagerat;

– indicatorii fundamentali rămân un reper de bază; politicile ce susţin economia duc la rezultate superioare, iar claritatea semnalizării riscurilor poate ajuta la evitarea sau rărirea crizelor.

1.11.4. Criza rusă („frigul siberian")

În Rusia, criza financiară şi valutară a devenit vizibilă în august 1998, odată cu anunţul autorităţilor de flotare a rublei şi declararea incapacităţii de plată la nivelul titlurilor de stat GKO. La sfârşitul lunii septembrie 1998, rubla atinsese un nivel de doar 35% din valoarea de dinaintea crizei, inflaţia lunară era de 45% (540% medie anualizată), iar scăderea previzionată a PIB pentru 1998 era de 6%. În plus, criza a avut consecinţe politice şi sociale dure.

Deşi criza latină (Tequila) şi criza asiatică au luat prin surprindere întreaga lume şi au avut repercusiuni globale, după calmarea turbulenţei financiare, acestea s-au situat într-un cadru de regionalitate. Criza latină a fost declanşată în Mexic, iar principala victimă colaterală a fost Argentina; restul ţărilor emergente au fost afectate doar pe termen scurt şi într-o mică măsură. Criza asiatică, declanşată în Tailanda, s-a extins violent în întregul continent asiatic, dar nu a cauzat fluxuri majore de ieşire de capital din regiune. Sectorul financiar al economiilor dezvoltate a fost într-o mică măsură influenţat. Mai exact, doar în momentele de vârf de la sfârşitul lunii octombrie 1997, pieţele financiare au înregistrat pierderi majore, revenirea urmând, însă, destul de repede. Criza rusă a afectat însă extrem de negativ creditul către economiile emergente din întreaga lume.

Pentru a înţelege vulnerabilitatea unică a economiei ruse din vara anului 1998 se vor face câteva referiri caracteristice publicate de Sutela (1998). Deşi aceste puncte slabe nu au reprezentat motive acute pentru declanşarea crizei, acestea cu siguranţă se află în spatele crizei.

Structura acţionariatului din Rusia era total ineficientă pentru realizarea creşterii economice. Metodele de privatizare rapide utilizate au condus la o structură a acţionariatului în care predomină proprietatea foştilor directori de întreprinderi. Există numeroase motive pentru care acţionariatul intern (foştii directori şi angajaţii) reprezintă o structură ineficientă în cazul Rusiei, care a frânat procesul de restructurare; în plus, stilul managerial a fost mai degrabă un stil sovietic, nepotrivit în circumstanţele economiei de piaţă. Acest acţionariat nu a fost interesat de realizarea investiţiilor de

capital, concentrându-şi atenţia în a-şi extrage lichidităţi in interes personal. În anul 1997 totalul investiţiilor de capital în sectoarele productive (industrie, agricultură, transport şi telecomunicaţii) au reprezentat doar 17% din nivelul anului 1990. Fluxurile de lichidităţi au fost în principal realizate prin vânzarea vechii baze de capital (utilaje şi maşini) fără a realiza înlocuirea acestora. Informarea investitorilor externi a fost extrem de redusă şi a reprezentat unul din motivele lipsei investiţiilor şi a creşterii economiei ruse.

Deşi ieşirile masive de capital se datorează problemelor de ordin economic, este foarte dificilă estimarea cantitativă (de exemplu, există variaţii de la 10 miliarde la 40 miliarde anual). O parte din fuga capitalului din Rusia s-a datorat în mod firesc diversificării internaţionale a portofoliilor de către populaţie, dar o parte s-a datorat evitării taxelor sau chiar pierderii urmei banilor negri. Totuşi, chiar şi în anul 1997, contul de capital era pozitiv datorită investiţiilor străine. Acest capital străin a permis, de altfel, rate mici ale dobânzii la GKO, de 15-20% în 1997.

În anul 1998, investitorii au început să simtă tot mai acut posibila încetare a plăţilor de către guvern şi au procedat la vânzarea GKO-urilor. Acest fapt a exacerbat atât fluxurile de ieşire de capital, cât şi criza valutară. Se pare că, în cazul Rusiei, investitorii au fost prea optimişti sau nu au primit informaţii corespunzătoare între anii 1996-1997 despre previziunile de creştere ale economiei ruse sau situaţia bugetului federal. Aceasta a condus în anul 1997 la creşterea preţurilor acţiunilor şi scăderea ratelor dobânzii la GKO. Odată cu anul 1998, situaţia s-a îmbunătăţit şi fluxurile de capital de intrare s-au oprit.

Referitor la sistemul bancar din Rusia, trebuie remarcat că băncile erau mici, iar totalul activelor bancare în primăvara lui 1998 reprezenta doar 35% din PIB. Acest procent este foarte redus comparativ cu alte ţări emergente (activele bancare din Brazilia era 72%, în Polonia 60%, iar în ţările mai dezvoltate peste 100% din PIB). Mai mult, o parte nepermis de mare din activele bancare erau investite în titluri guvernamentale (35% din active în primăvara lui 1998), şi o mult prea mică parte destinată firmelor private (39% din active). Astfel, doar o mică parte din capitalul bancar rus a ajuns să finanţeze investiţiile private urgente. Mai mult, rata reală a economisirii realizate de populaţie era de doar 10-12%, faţă de 25%, cifra publicată de oficialităţi. Acest procent este alarmant de mic faţă de alte ţări în tranziţie în care rata economisirii este de peste 18% sau chiar 20-30% în ţările asiatice. Primul motiv pentru care populaţia nu prefera economisirea a fost hiperinflaţia din perioada 1992-1995; politica de inflaţie redusă a băncii centrale ruse nu reuşise să aducă credibilitatea dorită. Guvernele au utilizat băncile ca un fel de colectoare de taxe, astfel încât firmele evitau şi ele să

aibă conturi în băncile ruse. În final, falimentul diverselor instituţii financiare din 1992-1993 a redus credibilitatea băncilor din Rusia, motivând, pe de o parte, fluxurile de ieşire de capital şi, pe de altă parte, tezaurizarea micilor economii în valutele forte. Din păcate, această paranoie, în care nivelul de credibilitate era extrem de redus faţă de rublă şi băncile ruseşti, s-a dovedit perfect justificat.

Gradul de monetizare al economiei ruse era extrem de redus (în 1997-1998, raportul dintre agregatul monetar M_2 şi PIB s-a situat în jurul valorilor de 12-16%). Utilizarea extrem de redusă a valutei naţionale a făcut economia ineficientă (în loc de ruble, ruşii utilizau dolari). Predominau, de asemenea, operaţiunile de barter, circa 50% din producţia industrială fiind schimbată prin acest sistem.

Gaddy şi Ickes (1998) [24] au introdus noţiunea de economie virtuală pentru a explica caracteristicile economiei ruse. În iunie 1998, totalul arieratelor din economie reprezenta peste 45% din PIB. Aceste arierate creau venituri iluzorii sau virtuale, obligaţii fiscale virtuale şi preţuri virtuale. Existenţa economiei virtuale a arătat că economia rusă era în realitate într-o poziţie mult mai fragilă decât în rapoartele Goskomstat.

Referitor la tranziţia la nivel macroeconomic, după liberalizarea preţurilor, circa 80% din economia rusă era produsă de firmele private. Inflaţia a fost stabilizată în perioada 1996-1997 la un nivel de 10-20%. Astfel, înaintea crizei erau îndeplinite principalele obiective macroeconomice care să asigure succesul tranziţiei. Totuşi, procesul de restructurare al firmelor era extrem de greoi; peste jumătate din firme raportau pierderi şi totuşi falimentele erau rare. Aşa cum s-a arătat, investiţiile de recapitalizare au fost practic inexistente. Practic, era firmelor sovietice era menţinută în continuare, iar noile firme, mai mici, nu s-au dezvoltat, ca în Polonia sau China. În al doilea rând, a lipsit tranziţia la nivel guvernamental. Datorită absenţei tranziţiei guvernamentale nu au fost create instituţii publice eficiente; lipsa instituţiilor a propagat, în continuare, fragilităţile din economia rusă.

Guvernul Kiriyenko şi banca centrală erau pregătite să suporte costul ratelor mari ale dobânzii atunci când se urmărea apărarea ratei fixe a rublei. Participanţii din piaţă însă au înţeles că finanţele publice nu puteau fi susţinute şi au solicitat rate tot mai mari ale dobânzilor GKO-urilor. În consecinţă, în primele trei luni ale anului 1998 costul serviciului datoriei reprezenta 35% din totalul cheltuielilor bugetare (Helmenstein şi Krylova, 1998). Pieţele au început să aştepte ca guvernul să inflateze datoria şi să părăsească pieţele. Aici s-au considerat doar motivele interne ale crizei valutare. Deşi aceste motive interne păreau suficiente pentru declanşarea crizei, desfăşurarea crizelor era încă neclară. Ce s-a întâmplat între toamna

lui 1997 şi primăvara lui 1998 pentru schimbarea sensului fluxurilor nete de intrare de capital în fluxuri de ieşire care au ruinat pieţele ruse.

În cazul Rusiei, fragilităţile din economie au făcut ca această ţară să fie ineficientă şi au creat o înclinaţie spre criză. Motivul acut pentru criza valutară a fost deficitul pe termen lung al bugetului federal, care a determinat imposibilitatea susţinerii stocului datoriei. Un motiv secundar a fost inadecvarea datoriei pe termen scurt în ruble şi aceasta a determinat guvernul Kiriyenko să devină insolvabil. Fragilităţile la nivel guvernamental au creat probleme şi la nivelul băncii centrale. Criza asiatică a precipitat, de fapt, declanşarea crizei ruse. După criza asiatică, investitorii au monitorizat mult mai strict indicatorii fundamentali pe toate pieţele emergente. În plus, investitorii şi-au modificat nivelul aversiunii faţă de risc.

În perioada 1995-1997, rata inflaţiei a fost mai mare decât deprecierea rublei, aceasta apreciindu-se în termeni reali cu circa 100%. Oricum, este extrem de dificil să se estimeze un nivel de echilibru al ratei de schimb într-o economie în tranziţie şi este dificil de demonstrat că, la nivelul anului 1995, exista un echilibru al ratei reale de schimb. Mai mult, nivelul preţurilor, şi în special cel al salariilor, înaintea crizei din 1998 era printre cele mai mici în cadrul ţărilor din Europa de Est aflate în tranziţie. Aici este interesant să se meargă mai departe. Considerând viteza de circulaţie a banilor şi creşterea profitului constante, teoria cantitativă clasică a banilor arată că rata de creştere a masei monetare determină rata inflaţiei. Există două motive majore pentru ca guvernul să fie interesat de supraemisiunea monetară. În primul rând, guvernul este incapabil să-şi menţină echilibrul bugetar şi poate cere băncii centrale să acopere aceste deficite prin noi emisiuni monetare. În al doilea rând, guvernul are deja o mare datorie în monedă naţională, iar supraemisiunile monetare pot avea un efect inflaţionist în ceea ce priveşte noua valoare reală a datoriei. Astfel, se poate considera că un deficit bugetar mare şi o datorie sunt motive serioase pentru inflaţie şi pentru aşteptări de depreciere a valutei naţionale.

Deficitul bugetar al Rusiei a fost imens, situându-se între 5-11% din PIB în perioada 1992-1998. În perioada 1992-1994, guvernul rus a fost incapabil să-şi finanţeze deficitul prin credite interne sau externe. În anul 1993, întregul deficit şi în anul 1994, 77% din deficit a fost finanţat din credite de la Banca Centrală. În anul 1995 s-a creat piaţa internă a certificatelor de trezorerie (GKO) şi guvernul a reuşit să obţină credite interne. În anul 1997 şi în primul semestru al anului 1998, Rusia era capabilă să primească şi credite externe (Eurobonduri) sindicalizate şi credite de la FMI.

Nivelul stocului datoriei federale era însă acum imposibil de susţinut. În perioada 1993-1995 stocul datoriei era moderat şi se situa între

20-30% din PIB. În perioada 1995-1996, guvernul a exagerat aceste credite în detrimentul economiei reale. În 1997-1998, guvernul a continuat să facă credite odată cu primele semne ale redresării economiei. Astfel, în august 1998 stocul dat era de 50% din PIB. Korhonen (1998) arăta că Rusia ar fi trebuit să sacrifice rata de creştere a PIB pentru a fi capabilă să-şi plătească datoriile şi să menţină un nivel acceptabil al datoriilor în viitor. Alternativa ar fi fost ca să se utilizeze principalele surplusuri din bugetul federal, fapt care nu s-a întâmplat. Atunci, investitorii au abandonat imediat noile credite ale guvernului rus.

Stocul datoriei interne exprimate în ruble era de doar 15-20% din PIB, dar, în principiu, această datorie putea fi datorată inflaţiei combinate cu o nouă emisiune monetară. Datoria externă (în Rusia de 125-140 miliarde) nu putea beneficia de această schemă. Invers, dacă rubla se deprecia, era şi mai dificil de plătit datoria externă în valută forte. Astfel, încetarea plăţilor serviciului datoriei externe era inevitabilă.

Modelele de generaţia întâi sunt potrivite în analiza crizei ruse. Deficitul şi creşterea datoriei guvernului federal au alimentat aşteptările privind noile supraemisiuni monetare şi deprecierea rublei. Cererea de ruble era atât de redusă, încât nici măcar ratele mari ale dobânzilor la 6 luni oferite de banca centrală nu au reuşit să restabilească credibilitatea. Piaţa valutară, a titlurilor (GKO), dar şi piaţa de capital erau practic epuizate şi ruinate în primăvara-vara lui 1998. Astfel, în acest caz, cauzatorul final al crizei nu a fost un atac speculativ brusc. Deşi deficitul bugetar acumulat ani şi ani a fost principala cauză a crizei, au existat, de asemenea, şi motive de tip aşteptări condiţionat probabile sau motive externe.

Efectul de egalizare a competitivităţii din Asia faţă de economia rusă a fost influenţat, în principal, de scăderea preţurilor resurselor primare; petrolul, produsele petroliere şi metalele feroase şi neferoase reprezentau în anul 1997 peste 40% din exporturile ruse. Datorită scăderii cererii în Asia, aceste preţuri au scăzut puternic începând cu a doua jumătate a anului 1997. Aceasta a condus la formarea aşteptărilor unui deficit de cont curent şi în Rusia, de altfel, materializat în primul trimestru al anului 1998. În plus, aceste scăderi de preţuri au scăzut abilitatea firmelor ruseşti de a plăti taxele şi impozitele guvernamentale. De asemenea, scăderea preţului firmelor a amânat şi procesul de privatizare al acestora.

Deprecierea valutelor din ţările asiatice a acţionat ca un mecanism declanşator pentru cazul Rusiei. Investitorii şi-au schimbat radical atitudinea faţă de risc în ceea ce priveşte ţările emergente şi au privit cu multă atenţie spectrul indicatorilor fundamentali din Rusia. Este posibil argumentul că datorită crizei asiatice, costul serviciului datoriei a crescut şi a determinat mutarea Rusiei în zona gri a lui Obstfeld, în care criza devenea posibilă.

Este însă, în continuare, neclar modul în care investitorii văd pieţele emergente ca un domeniu investiţional şi nu fac distincţie între pieţele efective ale ţărilor respective.

Spre deosebire de cazul crizei asiatice, economia Rusiei nu a beneficiat, înainte de declanşarea crizei, de fluxuri masive de capital de intrare. Economia rusă niciodată nu a înregistrat acel boom al investiţiilor şi al consumului, ca în cazul multor ţări latine sau asiatice. Mai mult, băncile ruseşti nu au avut timpul necesar implicării pe scară largă în cadrul noilor posibilităţi de împrumuturi externe care s-au deschis pentru ţările emergente în anii 1990. Băncile ruseşti au beneficiat doar în anul 1997 şi începutul anului 1998 de 2 miliarde dolari din eurobonduri şi credite sindicalizate. Astfel, activele acestor bănci erau extrem de reduse comparativ cu ale băncilor din alte ţări emergente. Băncile ruseşti nu au luat atunci startul în procesul de finanţare a investiţiilor sau consumului în economia privată. Desigur, această limitare a sectorului financiar a agravat mai târziu criza.

Băncile ruseşti nu au fost pregătite adecvat pentru riscul valutar, fiind încheiate doar câteva contracte forward cu investitorii străini. În al doilea rând, băncile sufereau pierderi mari de pe urma GKO-urilor, devenind în august 1998 aproape complet nelichide. Spre deosebire de criza asiatică, criza bancară rusă s-a materializat după criza valutară şi insolvabilitatea guvernului rus.

Pe pieţele financiare ruse a funcţionat perfect efectul de turmă. Pe parcursul existenţei fluxurilor pozitive de capital de intrare, respectiv ianuarie 1997 – octombrie 1997, GKO-urile şi piaţa de capital au funcţionat bine. Multe fonduri de investiţii de tip hedging şi-au exprimat intenţia de a investi în Rusia fără a dispune de informaţii precise, care sunt indicatorii financiari ai firmelor, care este balanţa reală a bugetului federal sau care este rata de creştere a PIB. Administraţia publică, firmele şi băncile de investiţii nu erau însă în măsură să furnizeze aceste informaţii. Valoarea de piaţă a primelor 200 firme din Rusia era de 15 miliarde de dolari, adică o treime din valoarea firmei finlandeze Nokia. Astfel, practic nimeni nu îşi asumă riscul de a investi în Rusia.

1.11.5. Criza argentiniană (2002)

În Argentina (1990, la propunerea lui Domingo Cavallo), Consiliul Valutar (CV) a reprezentat iniţial o soluţie pentru stoparea hiperinflaţiei (rate lunare ale inflaţiei de 50%), dar în ceea ce priveşte alte ţinte ale politicii economice au existat limite evidente (Argentina a acumulat o datorie publică externă de 132 miliarde asupra căreia noul guvern a decis aplicarea unui moratoriu- standstill). CV este o soluţie de ultimă instanţă

(quick fix) şi, deşi în primii ani de la introducere, ca urmare a unor intrări masive de capital, se înregistrează o creştere economică destul de ridicată, nu ţine seama de alte obiective decât de stabilitatea monetară. CV nu poate elimina însă riscul unui atac monetar. În CV, baza monetară nu are altă contrapartidă decât valuta forte de referinţă. Astfel, prin stabilizatorul automat al balanţei de plăţi nu se poate crea monedă prin creşterea creditului către bănci sau de către guvern.

Regulile funcţionale de bază ale CV sunt:

1.Regula parităţii fixe (moneda este ancorată strict la o monedă de rezervă);

2. Regula de acoperire cu mecanism automat de ajustare a balanţei de plăţi (dacă se acumulează rezerve, cantitatea de bani din economie creşte şi invers). Prin respectarea strictă a acestei reguli rezultă în mod implicit;

3. Regula convertibilităţii: moneda e convertibilă fără restricţii (pentru contul curent şi contul capital) iar fluxurile de capital nu sunt restricţionate (la intrare sau la ieşire).

Principalele cauze ale crizei din Argentina au fost:

1. Supraîndatorarea excesivă pe fondul unor deficite bugetare continue şi a stagnării economice;
2. Ca rezultat al scăderii competitivităţii exporturilor în urma întăririi dolarului, peso fiind ancorat la moneda americană, în condiţiile unui comerţ intens cu UE, impactul asupra balanţei comerciale şi balanţei de cont curent era evident: au apărut deficite de cont curent foarte ridicate şi persistente

După criza latină (efect tequila), Argentina a intrat într-un cerc vicios al supraîndatorării, al creşterii obligaţiilor de plată, care au impus măsuri guvernamentale de austeritate. În condiţiile necesarului de împrumuturi externe pentru achitarea obligaţiilor de plată, menţinerii unui nivel ridicat al ratei reale a dobânzii, acestea au afectat creşterea economică şi gradul de ocupare amplificând cercul vicios.

1.11. 6. Consecinţe ale crizelor de a treia generaţie pentru tranziţia din România:

1. Soluţiile extreme (rată de schimb perfect flotantă sau fixingul extrem) nu pot constitui o soluţie miraculoasă şi este bine că nu s-a recurs la asemenea rezolvări;

2. Succesul managementului este dat de combinaţia utilizării mai multor instrumente (monetar, curs de schimb, politică comercială, control al capitalului) ţinând seama de influenţa şocurilor externe (trebuie să existe un suficient spaţiu de manevră);

3. Raportarea valutei naţionale trebuie să se facă în moneda zonei de interes comercial

4. În cazul datoriilor pe termen scurt şi având rată variabilă trebuie să se evite îndatorarea excesivă (cazul Asiei);

5. Pentru a evita pierderile, trebuie acţionat decis şi în timp util (CV nu permite suficientă flexibilitate);

6. FMI are reţineri de a interveni atunci când contagiunea poate fi stăpânită (Bulgaria, 1996, Argentina, 2002);

7. Integrarea financiară de adâncime (liberalizarea fluxurilor de capital) în condiţiile unui sistem financiar bancar fragil şi insuficient reglementat, a favorizat supraîndatorarea creând riscuri noi (Argentina a reintrodus prea târziu controlul capitalului);

8. În politica macroeconomică trebuie să se evite cercuri vicioase de durată tip Argentina (creştere nulă-deficite bugetare – supraîndatorare – dobânzi ridicate-austeritate), fiind necesară jonglarea cu un set complet de instrumente de politică economică;

9. Trebuie operate schimbări majore în arhitectura sistemului financiar internaţional.

1.12. Probleme de ordin macroeconomic

Deşi crizele valutare din anii 1990-2000 au fost îndelung analizate, s-a publicat extrem de puţin în legătură cu impactul macroeconomic al crizei şi de ce există diferenţe între aceste episoade de criză.

Se arată că modelele de generaţia a doua descriu bine aceste crize; motivele deprecierii constau mai degrabă în necesitatea expansiunii politicilor monetare, decât în măsurile vizând deficitele bugetare şi inflaţia. Există şi alte aspecte legate de costul capitalului politic sau credibilitatea ratei inflaţiei pe termen lung. În criza latină, ca şi în cea asiatică, decizia de depreciere a produs consecinţe adverse pe termen scurt pe toate planurile. În loc să permită refacerea economiei, deprecierea a condus mai departe la contracţii şi mai severe. Se pune problema de ce a existat acest comportament atât de diferit faţă de Europa?

O diferenţă majoră a fost cea legată de informarea pieţelor, în corelaţie cu mediul politic. De exemplu, deprecierea în Marea Britanie nu a produs scăderea încrederii în instituţiile britanice în general; pieţele şi-au păstrat încrederea că guvernul Marii Britanii va continua să permită funcţionarea liberă a pieţelor, că datoria guvernamentală va fi plătită, că Banca Angliei va continua politica antiinflaţionistă şi aşa mai departe.

Astfel, în urma deprecierii lirei sterline, pieţele au fost pregătite să accepte faptul că investiţiile în Marea Britanie reprezintă o bună oportunitate.

În Mexic, însă, deprecierea a pus o serie de întrebări în piaţă care au condus la fluxuri de ieşire de capital ce au adâncit criza. În anul 1995 se ofereau dobânzi imense pentru ameliorarea nervozităţii investitorilor referitoare la viitorul politic al ţării; această nervozitate a fost, în principal, rezultatul deteriorării politicii financiare tocmai ca urmare a acestor rate mari ale dobânzii. Colacul de salvare întins de SUA a fost însă eficient, realizând spargerea acestui cerc vicios.

1.13. Aspecte privind previzionarea crizelor actuale

Într-o lume în care crizele valutare apar în medie la un interval de 19 luni, chestiunea este destul de delicată. Se pune atunci problema ce se poate face în scopul prevenirii acestora sau cel puţin ca acestea să nu mai fie atât de frecvente.

O posibilitate ar fi revenirea la lumea de la începutul anilor 1960, caracterizată de un control extensiv al capitalului care prevenea mişcarea fluxurilor masive de capital sau apariţia de „bani fierbinţi” ce conduc la crize.

O altă posibilitate ar fi urmarea de către ţări a unor politici sănătoase şi consecvente, astfel încât să nu mai fie atacate de speculatori. Sunt multe de spus în această privinţă, multe crize par să fie rezultatul evident al incompatibilităţii dintre politicile interne ale ţării şi regimul ratei de schimb. Oricum, principalul punct în modelele de generaţia a doua ar putea fi exprimat astfel: cauza reală a crizelor valutare nu este atât ceea ce se face acum, cât ceea ce pieţele suspectează că se va face în viitor. Politica monetară britanică, în calitate de membru SME, a fost impecabil de corectă; dar Soros şi alţii au suspectat în mod corect pericolul că urmărind pârghia ratei şomajului se puteau crea distorsiuni în rata de schimb. Pentru previziunea unui asemenea atac, guvernul britanic nu trebuia să schimbe politica, ci doar preferinţele de prioritate.

Acest punct explică, de asemenea, de ce aranjamentele de tipul consiliului valutar nu oferă o protecţie absolut sigură împotriva unui atac speculativ. În acest caz, se asigură pe baza rezervelor, doar o protecţie împotriva unei forţări de tip mecanic a deprecierii; dar nu se asigură nicidecum riscul de alegere al deprecierii, chiar dacă se insistă asupra politicilor consecvente faţă de rata fixă de schimb.

Cum poate fi o ţară asigurată că nu va fi obiectul unui atac speculativ? Se poate evoca prestigiul guvernului, se pot evoca tratatele

solemne, dar singurul mod efectiv este independenţa valutară. Uniunea monetară este un răspuns la problema crizelor valutare.

Alt răspuns este să nu se ofere speculatorilor o ţintă uşoară prin refuzul de a apăra o anumită rată de schimb, în primul rând. Dacă o ţară are un regim flotant al ratei, orice speculaţie referitoare la viitorul politicilor va fi deja reflectat în rata de schimb. Astfel, oricine va dori să lupte împotriva valutei naţionale va fi pus în faţa unui risc real (spre deosebire de cazul opiniei certe în specularea ratei fixe). Există în concluzie două variante majore: flotarea valutelor sau crearea de uniuni valutare.

1.14. Consideraţii privind managementul crizelor financiare şi valutare în pieţele emergente

Deşi ţările care au suferit crize trebuie să-şi asigure singure managementul revenirii la normalitate, mai ales în ultimii ani se observă o tot mai directă şi profundă supervizare şi direcţionare din partea FMI. Fondul, însă, este la rândul său ghidat în mare măsură de interesele guvernului american şi într-o măsură, ce e drept, mai redusă, de preferinţele altor ţări din G7. Filozofia de intervenţie a FMI diferă considerabil faţă de comportamentul în cazul crizelor anterioare, în special prin ponderea împrumuturilor mari cu rate ale dobânzii reduse concepute pentru ranforsarea condiţiilor de implementare a reformelor economice structurale. Ar fi în acest sens interesantă o analiză a modului în care noile politici au reprezentat sau nu un succes în abordarea revenirii din crizele de la sfârşitul anilor 1990 şi modul în care aceste politici ar trebui modificate în viitor pentru asigurarea unui plus de eficienţă.

1.14.1.Managementul crizelor în contextul istoric al evoluţiei filozofiei FMI

După al Doilea Război Mondial, când a apărut FMI, atenţia acestui organism s-a axat pe ţările industriale dezvoltate. Acestea funcţionau pe baza unui regim valutar cu rate fixe, dar ajustabile, adesea cu anumite forme de control al capitalului, în contextul etalonului aur-dolar. Crizele de tip balanţă de plăţi au apărut când supraaprecierea sau dereglajele de curs valutar induse de inflaţie au produs o imensă presiune pe rata de schimb. FMI a răspuns cu o combinaţie de măsuri, o asistenţă de echilibrare a plăţilor pe termen scurt (menite să permită ţării să-şi plătească importurile), recomandarea fermă de depreciere a valutei ţării în criză (pentru relansarea exporturilor şi reducerea importurilor) şi măsuri de reducere a cererii interne

prin politici monetare restrictive şi politici fiscale (pentru reducerea importurilor, crearea capacităţilor de export şi stabilizarea sau reducerea inflaţiei, aceasta fiind adeseori o cauză majoră a dereglajului valutei). Această strategie a devenit practic o reţetă. Ulterior, ţările industrializate au abandonat sistemul ratelor flexibile dar ajustabile în favoarea flotării cursului, iar crizele tip balanţă de plăţi au încetat să mai reprezinte o problemă majoră.

La începutul anilor 1980, Mexicul şi majoritatea ţărilor din America de Sud au suferit crize puternice ca urmare a inabilităţii de a realiza plăţile în cadrul serviciului datoriei externe. Împrumuturile erau făcute de guvernele acestor ţări de la bănci comerciale din SUA şi alte ţări dezvoltate. La începutul anilor 1980, procesul de atragere continuă de fonduri, în special pentru plata datoriilor anterioare, a fost stopat datorită unei combinaţii a următorilor factori:

- o apreciere rapidă a dolarului american;
- o creştere bruscă a ratelor reale ale dobânzilor la dolari;
- o recesiune globală care a condus la reducerea cererii şi a preţurilor, resurselor şi produselor din economiile sud americane.

FMI a răspuns cu asigurarea de fonduri pentru datoriile pe termen scurt, care au permis ţărilor debitoare să-şi plătească o parte din obligaţiile imediate din serviciul datoriei şi apoi să-şi concentreze eforturile pe trei linii principale:

- asistenţă directă a acestor ţări în politici fiscale şi monetare necesare unei balanţe de cont curent fezabile;
- realizarea de întâlniri comune debitori-creditori pentru negocierea proceselor de restructurare a datoriei (eforturile pe aceste linii au avut o eficienţă globală destul de redusă);
- monitorizarea performanţelor fiscale şi monetare, drept garanţie pentru creditori.

Următoarea mare provocare a FMI a fost furnizarea de asistenţă tehnică (pe o gamă largă de subiecte, printre care privatizarea, sistemul de taxe, legalizarea structurilor comerciale, sistemul bancar-bănci comerciale şi banca centrală, pieţe de capital) ţărilor din Europa de Est şi din fosta URSS.

1.14.2. Aspecte privind noile crize apărute la sfârşitul anilor 1990. Diferenţe în răspunsul FMI

Aceste noi tipuri de crize au apărut odată cu deprecierea în iulie 1997 a bath-ului tailandez. Efectul de contagiune a acţionat în acest caz cu o virulenţă incredibilă, criza răspândindu-se imediat în celelalte ţări asiatice

(exceptând China şi Japonia) şi din America Latină. Principalele diferenţe faţă de crizele clasice de până acum au fost:

- ponderea datoriilor nu mai provenea acum din sistemul bancar al ţărilor dezvoltate, ci din obligaţiuni şi alte titluri de credit (aducând avantajul lichidităţii, acestea au reprezentat unul din motoarele de atragere a fondurilor în pieţele emergente la începutul anilor 1990; inversarea de trend în 1997 a fost însă la fel de spectaculoasă);
- debitorii nu mai erau în acest caz guvernele, ci bănci sau grupuri de bănci comerciale private sau chiar corporaţii nefinanciare.

Aceste noi crize au apărut din următoarele trei surse primare:

- deficite de cont curent intolerabile, cauzate de regimul de rate fixe dar ajustabile, care au condus la supraevaluarea valutelor;
- un exces al stocului datoriei externe acumulate, care creează, inevitabil, o imposibilitate a plăţii datoriilor pe termen scurt către creditori şi implicit stoparea procesului de acordare de noi credite sau rostogolirea celor anterioare;
- sisteme bancare slabe şi insuficient de bine reglementate care conduc la retrageri bruşte a fondurilor din partea investitorilor autohtoni sau străini.

Deşi răspunsul FMI a variat de la o ţară la alta, întotdeauna strategia centrală a fost aceeaşi: prescripţia de flotare a ratei de schimb (rata de schimb fixă nu a putut fi apărată), rate mari ale dobânzii pe termen scurt, politici fiscale solide menite să limiteze sau să stopeze declinul valutei şi să reducă deficitul bugetar. Au fost dezvoltate planuri de reforme structurale care au acoperit o gamă largă de domenii, respectiv reforme în sistemul bancar-bănci comerciale, dar şi banca centrală, stoparea suportului guvernamental pentru firmele private, deschiderea pieţelor de capital, modificarea legislaţiei muncii şi a legilor referitoare la firmele de stat. Aceste reforme structurale detaliate au fost fără precedent, peste cele din anii 1950-1960 din ţările industrializate sau cele de la începutul anilor 1980 din America de Sud. Acest stil a fost similar tehnicilor de asistenţă acordate ţărilor foste comuniste din Europa de Est şi fosta URSS, de la începutul anilor 1990. Aceste politici macroeconomice şi de reforme structurale au fost incluse în celebrele Scrisori de Intenţie, care, în principiu, se negociau de la ţară la ţară. Dacă se întruneau aceste cerinţe, ţările aflate în situaţii de criză primeau împrumuturi mult mai mari decât cele din programele FMI anterioare (de exemplu, pentru Coreea a fost repartizat un megapachet de 57 miliarde dolari). Datoriile urmau să fie plătite gradual, pe măsură ce ţara dovedea îndeplinirea cerinţelor impuse şi implementa efectiv reformele structurale impuse de FMI.

FMI a conceput aceste pachete de împrumuturi ca un mod de reconstrucţie a rezervelor şi recâştigarea încrederii pieţei. În practică, însă, au fost utilizate pentru plăţile imediate către creditori, iar disponibilitatea efectivă şi condiţiile pentru ultimele tranşe viitoare de împrumut erau incerte şi neconfortabile pentru creditorii interni şi străini.

1.14.3. Revenirea din criză şi analiza accesului la pieţele internaţionale de capital

În general, după rezolvarea crizei, a urmat un proces de stabilizare a ratelor de schimb (cu excepţia Indoneziei, unde valuta a continuat procesul de depreciere) şi chiar o uşoară revenire. În schimb, există numeroase moduri prin care crizele continuau să afecteze aceste ţări. Ratele de creştere au fost mult mai scăzute decât în perioadele de dinaintea crizei, procesul intern de împrumut era total blocat, iar sectorul financiar nu a fost restructurat şi nici revitalizat.

O îmbunătăţire semnificativă s-a înregistrat în situaţia balanţei de plăţi, ca urmare a restrângerii masive a importurilor şi ameliorarea exporturilor, ca urmare directă a scăderii dramatice a ratei reale de schimb. În aceste ţări s-a folosit un surplus de cont curent pentru acumularea de rezerve valutare (de exemplu, Coreea a înregistrat 50 miliarde dolari la sfârşitul anului 2000).

După declanşarea crizei, PNB a scăzut dramatic, ca urmare a colapsului creditului şi creşterii valorii datoriei (exprimate în valuta naţională), fapt ce a permis o generalizare a falimentelor unor afaceri, de altfel, viabile. Schimbarea de trend în declinul valutelor locale s-a produs spre sfârşitul anului 1998 şi în 1999 când exporturile au crescut vertiginos. Totuşi, anul 2000 a consemnat o nouă reducere a ratelor de creştere (la un nivel sub 50% din valoarea medie înregistrată între 1970 şi momentul declanşării crizei).

Este evident, foarte dificil de apreciat dacă această recesiune şi revenirea care a urmat ar fi fost diferite fără aceste politici FMI sau cu alte politici, diferite. FMI a relaxat spre sfârşitul anului 1999 aceste politici monetare şi fiscale dure.

Este interesant faptul că nici creditul intern şi nici capitalul străin nu au mai revenit la nivelele anterioare. În plus, nivelul scăzut al ratelor reale de creştere a reprezentat un semnal al ratării procesului de restabilire a performanţelor anterioare (mai ales pentru ţările din Asia de Sud Est, aşa-numiţii tigri asiatici). Acesta poate fi un rezultat direct al crizei sau al politicilor care fragilizează aceste economii, permiţând un proces generalizat

de falimente de firme şi bănci, care anula practic posibilitatea creditării atât de necesare în procesele de creştere durabilă.

FMI a încercat să restabilească încrederea printr-o combinaţie de măsuri: credite masive, politici monetare şi fiscale severe şi reforme structurale universale. În momentul declanşării crizei, FMI practic nu a recunoscut că în esenţă exista o problemă de lichiditate (imposibilitate doar temporară a plăţii), lăsând să se înţeleagă că, mai degrabă, exista o problemă de insolvabilitate (o permanentă imposibilitate de efectuare a plăţilor); chiar şi în cazul Coreei, datoria externă cumulată nu depăşea 30% din PNB. Oficialii FMI au declarat imediat că toate aceste ţări erau într-o situaţie dramatică, cu corupţie politică, sisteme financiare neadaptate etc. Creditorii internaţionali şi investitorii, care erau bucuroşi să investească până la mijlocul anului 1997, au fost şocaţi de amploarea crizei, dar mai ales descurajaţi şi dezamăgiţi de diagnosticul FMI. Reformele structurale extensive impuse de FMI şi modul de lansare a noţiunii că ţările necesită credite masive care vor putea fi plătite gradual şi condiţionat de realizarea unor ţinte de performanţă destul de vagi în cadrul reformei structurale, a reprezentat un nou şoc asupra nivelului de încredere.

În Indonezia, situaţia a fost mult mai negativă, această ţară fiind lovită în plus şi de o criză politică. Colapsul economic şi politicile FMI au forţat demisia preşedintelui Suharto. Minoritatea chineză, cu forţă economică, a reprezentat obiectul atacurilor politice şi chiar fizice şi a fost nevoită să-şi închidă afacerile. În plus, turbulenţele politice şi militare au condus la imposibilitatea creditului străin şi a investiţiilor directe.

Eficienţa mixului politici monetare şi fiscale-credite FMI în rezolvarea crizei. Există numeroase critici referitoare la faptul că politicile FMI au produs în prima fază a crizelor constrângeri inutile şi pagube inutile mai ales prin politicile monetare şi fiscale dure. În plus, aceste daune pe termen scurt au avut, se pare, un efect important în diminuarea creşterii economice din 2000-2002.

FMI considera că, prin creşterea taxelor, se poate reduce deficitul bugetar (acesta crescuse ca urmare a reducerii gradului de colectare a taxelor şi ca urmare a creşterii datoriei sectorului public prin includerea obligaţiilor unor bănci şi firme). E dificil de înţeles de ce FMI a impus aceste politici dure într-un moment în care activitatea economică era în colaps într-un peisaj în care creşterea reală a PNB scădea brusc de la +5% la -6…-8%!

Este posibil ca, de fapt, să fie o continuare a vechilor politici FMI concepute însă pentru probleme diferite. Crizele tip balanţă de plăţi din ţările industrializate din anii 1950-1960 erau reprezentate printr-un nivel naţional redus de economisire datorită în principal împrumuturilor guvernamentale excesive. Crizele din America de Sud de la începutul anilor

1980 s-au caracterizat prin deficite bugetare guvernamentale imense. În schimb, cu excepţia Tailandei (singura ţară cu deficit bugetar mare), tigrii asiatici au avut rate de economisire internă foarte mari, de peste 30% din PNB, şi nu au avut mari deficite bugetare.

Politicile monetare şi fiscale dure erau, de asemenea, inutile în cazul Asiei de Sud Est, deoarece procesul de depreciere a valutei prin intermediul pieţei producea şi aşa o creştere a valorii datoriei totale exprimată în valuta locală. Reţeta depreciere şi deflaţie propusă de James Meade în anii 1950 nu se potriveşte pentru economiile cu o pondere mare a debitelor exprimate în valuta forte. Aplicarea strategiei de deflaţie a debitului în economiile asiatice a însemnat un şir nesfârşit de falimente şi colapsul procesului intern de creditare.

FMI a solicitat de asemenea o creştere semnificativă a ratelor reale ale dobânzilor (s-a ajuns la niveluri de 20…30%) în scopul apărării cursului valutar. Au fost expuse în acest caz următoarele trei argumente: se credea că fiecare valută care se deprecia crea în regiune o presiune contagioasă către alte valute din zonă, apoi se considera că această măsură putea asigura încrederea deplină în stabilitatea valutei locale şi în fine această stabilitate a valutei era necesară pentru prevenirea deflaţiei în continuare a datoriei.

Desigur, exista în acest caz şi efectul advers al ratelor mari ale dobânzii asupra cererii interne. Aceste niveluri mari ale datoriei faţă de nivelul capitalurilor au făcut ca această creştere a dobânzilor să fie chiar păguboasă, conducând la creşterea ponderii creditelor neperformante şi la generalizarea spectrului sumbru al falimentelor. Acest aspect a fost deosebit de important, deoarece aceste ţări nu se confruntau doar cu o criză valutară dar şi o criză financiară caracterizată de credite neperformante şi un peisaj plin de falimente bancare. Tratarea crizei financiare impune însă o creştere a lichidităţii şi o scădere a ratelor dobânzilor.

Argumentul FMI că declinul valutelor ar trebui să se sprijine prin politica de rate mari ale dobânzii pentru evitarea continuării spiralei contagioase ignoră, de fapt, faptul că, în anumite momente, valutele locale erau atât de subevaluate gigant economiilor lovite de criză. Acestea au permis ţărilor să-şi realizeze obligaţiile de plată imediate. Aceste împrumuturi mari şi la dobânzi avantajoase au reprezentat motivul acceptării politicilor monetare şi fiscale dure, dar ele nu au acţionat ca împrumuturi de ultimă instanţă menite să prevină retragerile masive din bănci sau pentru compensarea efectelor politicilor menţionate.

O bancă centrală, în calitate de creditor de ultimă instanţă, poate stopa retragerile masive oferind împrumuturi nelimitate dar asigurate prin colateral şi dobânzi penalizatoare. Această strategie funcţionează perfect doar în cazul băncilor viabile, dar momentan nelichide. FMI nu are resursele

necesare unor împrumuturi atât de mari iar ţările vizate nu dispun de un colateral suficient.

Împrumuturile FMI au eşuat însă în tentativa de reasigurare a liniştii creditorilor internaţionali nu datorită ponderii relativ mici a acestor împrumuturi în datoria externă totală, ci deoarece nu au sosit la timp (nu au fost imediat disponibile). Deşi condiţiile au fost stipulate clar, în detaliu, în Scrisorile de Intenţie semnate de reprezentanţii ţării, a existat un proces frecvent de revizuire a acestora.

După o serie de analize interne, Comisia Internaţională de Consultanţă Financiară IFIAC (comisia Meltzer) a sugerat înlocuirea împrumuturilor FMI cu linii de credit condiţionale CCL destinate ţărilor precalificate. FMI a acceptat această idee ca o opţiune adiţională şi nu ca o înlocuire a programelor existente. Ideea de bază a CCL este că o ţară cu politici macroeconomice şi structurale viabile poate îndeplini condiţiile de precalificare. După aprobare, se câştigă de fapt dreptul de a primi fonduri în cazul unui posibil atac speculativ la valută: astfel, ţara dispune de posibilitatea de respingere a atacului speculativ. Condiţiile pentru CCL sunt însă destul de dificil de îndeplinit, fapt care reduce posibilitatea viabilităţii acestei alternative la împrumuturile directe.

Una din problemele serioase în managementul datoriei externe, apărute după 1997, a fost insuficienta reglementare a legilor referitoare la falimente şi procedurile de aplicare concrete. Atunci când creditorii privaţi au acordat împrumuturi în pieţele emergente au solicitat reglementarea juridică a situaţiilor de încetare a plăţilor. Creditorii pot astfel să-ţi recupereze investiţia prin preluarea proprietăţilor sau afacerilor. O alternativă mai eficientă ar putea fi restructurarea datoriei prin intermediul strategiei de provizionare a obligaţiunilor, ce permite acţionarea imediată în instanţă de către majoritatea deţinătorilor de obligaţiuni, dar, în acest caz, obligaţiunile devin mai riscante şi conduc la creşterea costului capitalului. Mexic şi Brazilia au refuzat hotărât această alternativă strategică.

1.14.4.Eficienţa implementării reformelor structurale impuse

Prima cerinţă FMI de după declanşarea crizei asiatice a fost dată de impunerea reformelor structurale (extrem de bine detaliate) în ţările debitoare, ca primă condiţie necesară în acordarea de împrumuturi. Condiţiile specifice au diferit de la ţară la ţară dar, în principiu, au avut elemente de bază similare.

S-au avut în vedere reformele structurale de ameliorare a sectorului bancar şi a procesului de acumulare a capitalului. Printre altele, FMI a solicitat ca banca centrală să fie independentă de autorităţile politice şi să

asigure stabilitatea preţurilor, iar guvernele să nu se mai amestece în acordarea creditelor către anumite bănci comerciale sau companii industriale. Ţărilor debitoare li s-au cerut, de asemenea, să-şi recapitalizeze băncile la standarde internaţionale şi să consolideze băncile slabe permiţând totodată accesul investitorilor străini la cumpărarea acestora.

În al doilea rând, s-a atras atenţia asupra reformelor structurale din cadrul sectorului firme de stat. FMI a solicitat reducerea levierelor financiare, modificări majore în practicile contabile şi restructurarea consiliilor de administraţie ale firmelor de stat, în vederea pregătirii pentru privatizare. S-a atras atenţia asupra tratamentului preferenţial acordat unor companii aparţinând familiilor demnitarilor, aceste practici devenind intolerabile. Problema corupţiei a fost prezentă în numeroase episoade de criză: Mexic, 1995, Rusia, 1998, Argentina, 2002. FMI a justificat adesea aceste programe structurale ca fiind necesare în recâştigarea încrederii investitorilor străini. Desigur, înainte de crize, au existat numeroşi investitori care au avut încredere investind, dar critica FMI a fost atât de severă, mai ales la problemele de ordin structural, încât aversiunea faţă de risc a crescut vertiginos.

Cererile FMI au creat în ţările afectate de crize o opoziţie evidentă atât deoarece se lovea direct în interesele speciale ale puterii, cât şi datorită percepţiei de amestec în treburile interne. FMI a recunoscut ulterior (IMF Issue Brief April 2001) că adeseori programele structurale au fost excesive şi a promis că, în viitor, se va face o distincţie între schimbările structurale absolut necesare revenirii din criză şi cele care nu intervin direct în procesul de revenire. Rămâne de văzut cum va fi realizată această distincţie în practică. Mai mult, FMI nu mai insistă în cazul unor crize viitoare atât de mult pe reformele structurale în condiţiile în care Banca Mondială se implică activ.

1.14.5. Efectul crizelor asupra aversiunii faţă de risc

Se pune întrebarea firească dacă în viitor creditorii vor fi mai prudenţi, debitorii îşi vor reduce expunerea faţă de risc şi dacă ţările cu fragilitate faţă de crize vor solicita asistenţa necesară mai repede.

Desigur, aceste crize au reprezentat episoade de tristă experienţă pentru ţările debitoare şi acestea au făcut o serie de eforturi ca situaţia să nu se mai repete. Coreei i s-a sugerat o rezervă valutară de 100 miliarde, mult mai mult decât limita de prudenţă impusă anterior, ori aceasta a însemnat un imens şi inutil cost suplimentar. De fapt, acest surplus şi introducerea regimului valutar de rate flexibile produc efectiv un imens excedent comercial şi ţin această ţară departe de supervizarea FMI.

Unii critici ai managementului de criză efectuat de FMI au arătat că provizioanele imense constituite prin intermediul megaîmprumuturilor cu dobânzi reduse creează o problemă tip hazard moral, în care ţările emergente şi creditorii îşi asumă riscuri exagerat de mari (deoarece se ştie din start că creditorii vor fi plătiţi imediat în caz de criză şi fără pierderi de principal). Aceasta produce un exces de vigilenţă în contractele de împrumut şi menţine ratele dobânzii la nivele inferioare faţă de echilibru. Atunci, dacă se produce o depreciere rapidă a valutei locale există şi o tentaţie de a realiza împrumuturi tot mai mari şi în special în valutele forte, fapt ce cauzează o serioasă problemă cu creşterea exagerată a deflatării datoriei. Fără discuţie, marile împrumuturi ale FMI au uşurat sarcina de plată a ţărilor debitoare şi au redus costul global al crizei

1.14.6. Consecinţele politice ale crizei şi politicile care au urmat

FMI a fost iniţial conceput ca un fel de organizaţie de asistenţă mutuală, la care ţările membre contribuie financiar şi de la care, pe parcursul crizelor financiare, se pot împrumuta fonduri. Odată cu trecerea de la problema ţărilor industriale la economiile emergente, FMI ar trebui văzut ca un mod în care ţările dezvoltate furnizează asistenţă celor emergente atunci când acestea se află în situaţii de criză. Aici este oricum un pericol ca Fondul să fie văzut ca agent al ţărilor dezvoltate.

Efectele politice pe termen lung ale programelor FMI nu sunt dificil de evaluat. Umilirea guvernelor ţărilor emergente şi a liderilor acestora, trecerea puterii efective de la guvernul naţional la FMI şi reformele radicale impuse de Fond au avut consecinţe directe asupra factorului politic atât pe termen scurt cât şi pe termen lung. De exemplu, acţiunile FMI în Indonezia au condus la demiterea forţată a preşedintelui Suharto şi promovarea unor lideri naţionali slabi. Politicile specifice au fost în toate ţările emergente greu de suportat de oamenii de rând. Chiar şi după câţiva ani, viitorul politic şi stabilitatea Indoneziei au rămas incerte, războiul civil afectând importante regiuni ale acestei ţări.

Programele FMI au coincis, de asemenea, cu schimbări politice şi în Coreea şi Tailanda. Este posibil ca aceste condiţii dure ale FMI să fi influenţat electoratul în sensul schimbării guvernului. Aceasta nu s-a produs însă şi în Malaezia, unde primul ministru Mahathir nu a acceptat programul FMI. Există prea mulţi factori politici specifici de la ţară la ţară pentru a trage concluzii ferme. Dar, cu siguranţă, oficialii FMI care au crezut că restructurarea economică fundamentală dorită de Fond ar fi avut şanse doar în condiţiile unei schimbări a liderilor de la guvernare. Această încurajare a

schimbării guvernamentale a creat o adversitate faţă de apelarea la servicii FMI în stadii precriză.

Programele FMI au fost deosebit de dure pentru populaţie şi este dificil de precizat care a fost ponderea directă a reformelor impuse de FMI. Deşi consecinţele pe termen lung ale crizelor se vor resimţi încă, partea pozitivă este acumularea unei experienţe în managementul situaţiilor de crize generalizate în sensul evitării pe viitor a acestora.

CAPITOLUL 2
CADRU INTEGRAT DE ANALIZĂ A EFECTELOR CRIZELOR ECONOMICO-FINANCIARE

Se urmăreşte verificarea ipotezei că volatilitatea mare a ratelor reale şi nominale se poate datora faptului că formarea preţului valutei locale elimină trecerea prin modificări ale ratei de schimb la nivelul preţurilor consumatorului. Ratele de schimb pot fi foarte volatile şi caracterizate printr-un efect extrem de redus asupra variabilelor macroeconomice. În continuare, se vor prezenta bazele necesare construcţiei acestei explicaţii a volatilităţii ratelor de schimb. Cadrul general al analizei cuprinde:

– pieţe financiare incomplete;

– o structură internaţională de preţuri şi distribuţie de produse astfel încât efectele bunăstării asupra modificărilor ratelor de schimb să fie minime;

– deviaţii stochastice faţă de paritatea neacoperită a ratei dobânzilor.

Aceste elemente pot produce o volatilitate a ratei de schimb mult superioară şocurilor la nivelul variabilelor economice fundamentale, acestea fiind practic decuplate de restul economiei (în sensul că volatilitatea tuturor agregatelor macroeconomice e de acelaşi ordin de mărime cu indicatorii fundamentali).

2.1. Regimuri ale ratelor de schimb

Meniul regimurilor ratelor de schimb a evoluat semnificativ în ultimele decenii.

Tabelul nr. 2 – Regimuri actuale ale ratelor de schimb

Regimuri fixe	a)	Uniuni Monetare
	b)	Consiliul valutar
	c)	Fixing pur (strict)
Regimuri intermediare (semifixinguri)	a)	Semifixinguri ajustabile
	b)	Semifixing de depreciere
	c)	Semifixing pe coş valutar
	d)	Zonă ţintă (tunel de evoluţie)
Regimuri flotante	a)	Flotant monitorizat
	b)	Flotant liber

În Tabelul nr. 2 sunt prezentate cele nouă regimuri de rate de schimb actuale, în funcţie de gradul de mobilitate-fixitate (clasificarea Frankel, 1999, 2002). Regimurile fixe (rigide) includ regimuri fixe pure, ca, de exemplu, aşa-numita zonă a francului, consilii valutare (în care autorităţile monetare menţin 100% din rezerve în valuta de bază, în funcţie de baza monetară, iar oferta monetară se extinde sau se contractă automat în funcţie de starea balanţei de plăţi, neexistând un rol discreţionar al politicii monetare, inclusiv împrumutătorul de ultimă instanţă), dolarizarea - care merge un pas în plus şi elimină complet valuta naţională şi, în sfârşit, uniunile monetare în care membrii adoptă aceeaşi valută.

A doua categorie este reprezentată de regimurile intermediare (semifixinguri), care evoluează de la celebrul semifixing ajustabil (în care ţările îşi realiniază rata de schimb periodic), semifixinguri de depreciere în siaj (în care se operează deprecieri succesive de reglaj), semifixing pe coş valutar (în care rata de schimb este determinată pe bază de coş valutar - valute forte), zone ţintă sau tunel de evoluţie (în care autorităţile intervin dacă rata de schimb atinge limitele tunelului). O variantă binecunoscută este tunelul de depreciere controlată, folosit şi în România în 1999-2003, în condiţiile unor rate ale inflaţiei de 16-32%.

Regimurile flotante se împart în două categorii: regimuri de flotare liberă (autorităţile nu intervin deloc, lăsând piaţa să-şi facă singură reglajul) şi regim de flotare monitorizată (în care autorităţile intervin uşor pentru ajustarea tendinţelor din piaţă).

Linia Frankel superioară, de demarcare între regimurile fixe şi cele intermediare (semifixing), semnifică necesitatea sau absenţa unui angajament instituţional, iar linia Frankel inferioară dintre regimurile intermediare şi cele flotante reprezintă existenţa explicită a unei zone ţintă în jurul căreia autorităţile îşi propun eventualele intervenţii (Frankel, 2002).

2.2. Modelul de bază pentru determinarea ratei de schimb

Se consideră modelul cu două ţări, gazdă şi străinătatea. În ambele ţări, gospodăriile îşi maximizează utilitatea aşteptată, care este o funcţie de consum, cererea monetară reală şi muncă, considerând preţurile şi salariile date.

Gospodăria reprezentativă din ţara gazdă îşi propune maximizarea următoarei probleme:

$$E_0 = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U\left(C_t, \frac{M_t}{P_t}, L_t\right), \beta < 1,$$

unde $U = \frac{1}{1-\rho} C_s^{1-\rho} + \chi \ln\left(\frac{M_s}{P_s}\right) - \frac{\eta}{1+\psi} L_s^{1+\psi}$ şi $\rho > 0$.

Faţă de contribuţiile lui Bacchetta, Van Wincop, 2000 şi Chari, 2000, se consideră ipoteza separabilităţii preferinţelor consumatorilor faţă de consum, cererea monetară şi oferta de muncă. În modelul propus, explicaţia volatilităţii ratelor provine din factori de specificare a preferinţelor în mod esenţial independenţi. Trebuie arătat că acceptarea inseparabilităţii poate altera o serie de rezultate (generarea previzionării unui nivel superior al volatilităţii ratei de schimb pentru o volatilitate dată a politicii monetare) şi nu poate rezolva problema decuplării ratelor de schimb.

Se consideră că indicele de consum C este o funcţie CES de bunuri produse în ţara gazdă, C_h şi respectiv străinătate, C_f:

$$C = \left(n^{\frac{1}{\omega}} C_h^{1-\frac{1}{\omega}} + (1-n)^{\frac{1}{\omega}} C_f^{1-\frac{1}{\omega}}\right)^{\omega/(\omega-1)}.$$

Fie ω elasticitatea substituţiei dintre consumurile agregate din ţara gazdă şi din străinătate. Se consideră că în ţara gazdă există n gospodării identice iar valorile C_h şi C_f sunt :

$$C_h = \left[n^{\frac{-1}{\lambda}} \int_0^n C_h(i)^{\frac{\lambda-1}{\lambda}} di \right]^{\frac{\lambda}{\lambda-1}},$$

$$C_f = \left[(1-n)^{\frac{-1}{\lambda}} \int_n^1 C_f(i)^{\frac{\lambda-1}{\lambda}} di \right]^{\frac{\lambda}{\lambda-1}},$$

unde $\lambda > 1$. M/P reprezintă cererea monetară reală internă iar L forţa de muncă corespunzătore agentului din ţara gazdă.

Indicele P al preţului se defineşte prin relaţia:

$$P = \left[nP_n^{1-\omega} + (1-n) P_f^{1-\omega} \right]^{\frac{1}{1-\omega}},$$

unde

$$P_h = \left[\frac{1}{n} \int_0^n P_h(i)^{1-\lambda} di \right]^{\frac{1}{1-\lambda}}, \qquad P_f = \left[\frac{1}{n-1} \int_n^1 P_f(i)^{1-\lambda} di \right]^{\frac{1}{1-\lambda}}.$$

Se consideră că în străinătate există 1–n gospodării identice. Preferinţele acestora sunt similare cu preferinţele rezidenţilor din ţara gazdă. Termenul din funcţia de utilitate ce implică consumul e identic în cele două

ţări. Forma funcţională pentru balanţele reale şi de muncă sunt, de asemenea, aceleaşi dar, pentru rezidenţii străini, acestea sunt funcţii de balanţă şi ofertă de muncă din străinătate. Fie C^* consumul agregat din străinătate şi P^* nivelul preţului în străinătate (în continuare asteriscul se referă la cantităţile corespunzătoare străinătăţii).

Consumul optimal este dat de relaţiile:

$$C_h(i) = \frac{1}{n}\left[\frac{P_h(i)}{P_h}\right]^{-\lambda} C_h$$

$$C_f(i) = \frac{1}{1-n}\left[\frac{P_f(i)}{P_f}\right]^{-\lambda} C_f$$

$$C_h = n\left[\frac{P_h}{P}\right]^{-\omega} C$$

$$C_f = (1-n)\left[\frac{P_f}{P}\right]^{-\omega} C$$

$$\int_0^n P_h(i) C_h(i) di = P_h C_h$$

$$\int_n^1 P_f(i) C_f(i) di = P_f C_f$$

2.2.1. Cazul pieţelor complete

Alegerile posibile ale gospodăriilor depind de oportunităţile de tranzacţionare pe pieţei financiare. Se va arăta că, dacă în pieţe există un set complet de active nominale tranzacţionabile, nu se poate obţine o volatilitate mare a ratei de schimb, sau cel puţin o volatilitate deconectată de restul economiei. Atunci când gospodăriile din fiecare ţară pot achiziţiona un set complet de obligaţiuni nominale, Chari (2000) a arătat că se obţine următoarea condiţie de compensare a riscului:

$$\frac{S_t P_t^*}{P_t} = \Gamma_0 \left(\frac{C_t}{C_t^*}\right)^{\rho}, \qquad (1.1)$$

unde S este preţul valutei străine exprimat în unităţi de valută a ţării gazdă, iar Γ_0 este o constantă şi depinde de condiţiile iniţiale (se poate considera valoarea unitară). Consumul diferă între două ţări numai în limita modificărilor la nivelul ratei de schimb.

În plus faţă de ecuaţiile cererii de consum de mai sus, se poate scrie ecuaţia cererii de bani pentru rezidentul reprezentativ din ţara gazdă:

$$\frac{M_t}{P_t} = \frac{\chi C_t^{\rho}}{\left(1 - E_t q_t\right)}, \tag{1.2}$$

unde $q_t = \beta \frac{P_t C_t^{\rho}}{P_{t-1} C_{t-1}^{\rho}}$ reprezintă starea de echilibru a factorului preţului nominal. Bilanţul dintre consum şi preferinţa de aşteptare este dat de relaţia:

$$W_t = \eta P_t C_t^{\rho} L_t^{\psi} \tag{1.3.}$$

Guvernul creşte oferta monetară cu transferuri directe. Transferurile monetare (din ţara gazdă şi respectiv străinătate) sunt determinate ca injecţii aleatoare şi acestea reprezintă singura sursă de incertitudine din model. Se consideră că oferta monetară urmează un proces aleator de tipul:

$$E_t\left(\frac{M_t}{M_{t+1}}\right) = \mu,\ \mu \le 1 \cdot \tag{1.4}$$

Pentru străinătate, condiţiile sunt analoge.

Pe baza (1.2) şi (1.4) se poate demonstra lesne că rata nominală a dobânzii este un invariant în timp, fiind egală cu $\frac{1}{\beta\mu} - 1$. Apoi, fără alte specificaţii suplimentare în model, se poate determina expresia echilibrului ratei de schimb. Din ecuaţiile (1.1) şi (1.2) rezultă:

$$S_t - \frac{M_t}{M_t^*} \cdot \tag{1.5}$$

În acord cu această relaţie, rata de schimb este proporţională cu oferta monetară relativă. Astfel, rata de schimb nu este mai volatilă decât indicatorii fundamentali.

Problema referitoare la această soluţie este că nu depinde deloc de modul de setare a preţurilor sau de caracterul de persistenţă a rigidităţii preţurilor. Rata de schimb este egală cu oferta monetară relativă indiferent dacă preţul bunurilor se fixează în valuta ţării gazdă sau valuta producătorilor şi indiferent de perioada necesară ajustării preţurilor. Astfel,

ecuaţia este valabilă indiferent de caracterul de rigiditate a preţurilor. Din acest motiv, intuitiv, utilitatea marginală a balanţelor nominale din ţara gazdă şi respectiv străinătate sunt $\frac{\chi}{M_t}$ şi, respectiv, $\frac{\chi}{M_t^*}$. Setul complet de active nominale asigură proprietatea că utilitatea marginală a banilor, exprimată în valută comună, se egalizează. Această relaţie este exprimată în (1.5). În concluzie, pe pieţe complete, nu poate exista exces de volatilitate.

2.2.2. Extinderea specificaţiei prin generalizarea funcţiei de utilitate

Se pune problema dacă această concluzie este sensibilă la specificaţia particulară a preferinţei. Faptul că volatilitatea ratei de schimb este independentă de modul de setare a preţurilor este un rezultat artificial al ipotezei că balanţele reale consideră o funcţie de utilitate logaritmică. De exemplu, se poate introduce o formă funcţională mai generală pentru funcţia de utilitate, ca de exemplu $\frac{1}{1-\varepsilon}\left(\frac{M_t}{P_t}\right)^{1-\varepsilon}$. Trecând prin aceeaşi paşi de demonstraţie, rezultă următoarea soluţie a ratei de schimb:

$$S_t = \left(\frac{M_t}{M_t^*}\right)^{\varepsilon}\left(\frac{P_t^*}{P_t}\right)^{\varepsilon-1}\frac{\left(1-E_t d_t\right)}{\left(1-E_t d_t^*\right)}. \tag{1.6}$$

Se observă că, în cazul $\varepsilon \neq 1$, rata nominală a dobânzii este constantă. Astfel, rata de schimb, depinde în general de răspunsul ratelor nominale ale dobânzilor din cele două ţări. Referitor la soluţia analitică a ecuaţiei (1.6), se poate utiliza o liniarizare în vecinătatea stării staţionare. Se defineşte $x = \ln X_t - \ln \overline{X}$. Apoi se utilizează condiţia paritătii ratelor dobânzii şi se obţine soluţia aproximativă:

$$s_t = \varepsilon\left(m_t - m_t^*\right) + \left(\varepsilon - 1\right)\left(p_t^* - p_t\right) + \frac{1}{i}E_t\left(s_{t+1} - s_t\right) \tag{1.7}$$

unde i este starea staţionară comună a ratei dobânzii în fiecare ţară. Acum se consideră prin analogie cu condiţia (1.4) că logaritmul ofertei monetare are un comportament aleator în ambele ţări. În condiţiile setării preţurilor conform PPC (paritătii puterii de cumpărare), în care legea pentru un preţ e valabilă la toate bunurile, ar rezulta $p_t = s_t + p_t^*$ şi soluţia

ecuaţiei (1.7) este aceeaşi ca pentru (1.5), iar rata de schimb este proporţională cu indicatorii fundamentali chiar şi în modelul extins.

Pe de altă parte, în cazul utilizării preţurilor producătorilor, soluţia ecuaţiei (1.7) conduce la o rată de schimb de forma:

$$s_t = \frac{(1+\varepsilon i)}{(1+i)}\left(m_t - m_t^*\right). \qquad (1.8)$$

Pentru $\varepsilon > 1$, rata de schimb prezintă o volatilitate în exces faţă de indicatorii fundamentali, iar volatilitatea în condiţiile LCP o depăşeşte pe cea din cazul PPC. De remarcat că dacă i este rata dobânzii nominale, ar fi necesare valori extrem de mari pentru ε, pentru a genera un răspuns puternic al ratelor de schimb la şocurile monetare. Mai mult, o volatilitate mare a ratei de schimb poate fi generată doar dacă utilitatea marginală a consumului (din 1.1.) este foarte volatilă. În acest caz, o valoare mare a ε implică un răspuns puternic al utilităţii marginale a consumului agregat, la şocurile monetare. Trebuie precizat că în modelele de economie cu o singură perioadă, ce pot fi interpretate sub forma $i \to \infty$, elasticitatea (pe baza indicatorilor fundamentali) ratei de schimb este egală cu ε, care, în principiu, este foarte mare. Dar, din nou, aceasta implică o volatilitate mare a utilităţii marginale de consum.

2.3. Pieţe incomplete şi distribuţia locală

Fiind stabilit faptul că o setare completă a pieţei nu poate furniza o descriere adecvată a volatilităţii ratei de schimb, se revine acum la setarea tip pieţe financiare incomplete (limitate). În continuare, pe parcursul întregii analize, se revine la preferinţa de bază, din subcapitolul 1. Se menţine în continuare ipoteza setării în avans şi în valută locală a preţurilor consumatorului, dar se permit diferenţe în identitatea setării preţurilor bunurilor de consum. Se consideră că firmele din ţara gazdă sunt proprietatea rezidenţilor interni, iar firmele străine ale rezidenţilor străini. În fiecare ţară există însă două tipuri de firme: producători şi distribuitori. Fiecare producător îşi vinde produsele direct către rezidenţii din propria ţară fără ajutorul unui distribuitor. Când e vorba de produse din străinătate există două posibilităţi. Producătorii interni pot fie să-şi vândă direct produsele, fie să apeleze la un distribuitor propriu din străinătate.

În cazul vânzării directe către gospodării din străinătate, setarea preţurilor se face în valuta străină, iar dacă se apelează la distribuitori

străini, în valuta proprie. Distribuitorul îşi asumă aşadar riscul provenit din rata de schimb.

În unele modele (Mc Callum, Nelson, 2000, Obstfeld, 2001) se acordă (în cazul modificărilor ratei de schimb) distribuitorului rolul de substitutor între bunurile de import şi cele de producţie indigenă. Astfel, se combină bunurile indigene şi cele de import pentru a rezulta un bun final al consumatorului, dar producţia intermediară în cadrul bunului final poate varia. În continuare, pentru a accentua rolul formării preţului valutei locale asupra volatilităţii ratei de schimb, se face ipoteza (extremă) a elasticităţii nule a distribuitorului în ceea ce priveşte substituirea bunurilor indigene şi de import.

Se consideră utilizarea de către producători a unei tehnologii liniare de utilizarea forţei de muncă. Fiecare firmă de producţie este un monopolist şi îşi setează preţurile în avans astfel încât să-şi maximizeze profitul aşteptat. Vânzările sunt determinate de cerere. Se consideră că distribuitorii semnează contracte de obligativitate ex ante şi astfel, în funcţie de situaţie, pot înregistra fie profit, fie pierdere per unitate de bun vândut. Oricum, aceştia nu pot părăsi piaţa dacă înregistrează o pierdere. Se consideră un proces liber de intrări în piaţa distribuitorilor. Aceasta înseamnă că preţurile distribuitorilor sunt setate astfel încât profiturile aşteptate discountate să fie nule la echilibru (ipoteza Devereaux, Engel, Title,1999). În această ipoteză se consideră că toate bunurile de export sunt vândute de distribuitori. În condiţiile setării unei pieţe complete, aceasta implică o alocare echivalentă cu situaţia în care exporturile sunt vândute direct consumatorului străin. În schimb, în cazul acesta, sunt permise ambele canale de distribuţie şi nu se mai consideră că pieţele sunt complete.

Comportamentul producătorilor

Mai întâi se analizează situaţia firmelor de producţie din ţara gazdă. Producătorul intern j îşi setează preţurile de vânzare pe piaţa internă, $P_{ht}(t)$, în valuta internă. Dacă acesta distribuie direct, fără intermediari în străinătate, atunci îşi setează preţul $P_{ht}^{p*}(j)$ în valuta străină, iar dacă există distribuitor, preţul $Q_{ht}(j)$ este exprimat în propria valută. Distribuitorul străin cumpără bunurile la un preţ unitar $Q_{ht}(j)$ şi le vinde gospodăriilor la preţul $P_{ht}^{D*}(j)$ exprimat în valută străină. DET (1999) au arătat că pe pieţe complete există relaţia $P_{ht}^{p*}(j) = P_{ht}^{D*}(j)$. Indicele preţului bunurilor (produse în ţara gazdă) pentru consumatori străini, P_{ht}^* este dat de relaţia:

$$P_{ht}^{*} = \left(\theta\left(P_{ht}^{p*}\right)^{1-\lambda} + (1-\theta)\left(P_{ht}^{D*}\right)^{1-\lambda}\right)^{\frac{1}{1-\lambda}},$$

unde θ este fracţiunea din firmele din ţara gazdă care îşi vând direct produsele în străinătate.

Veniturile producătorului j din vânzarea bunurilor sunt date de expresia

$$nP_{ht}(j)\left(\frac{P_{ht}(j)}{P_{ht}}\right)^{-\lambda}\left(\frac{P_{ht}}{P_t}\right)^{-\omega} C_t,$$

care reprezintă cererea pentru produsul j al gospodăriei n multiplicat cu preţul produsului j. Dacă producătorul vinde direct către gospodăriile străine, veniturile din vânzări sunt $(1-n)S_t P_{ht}^{p*}(j)\left(\frac{P_{ht}^{p*}}{P_{ht}^{*}}\right)^{-\lambda}\left(\frac{P_{ht}^{*}}{P_t^{*}}\right)^{-\omega} C_t^{*}$, exprimate de data aceasta în valuta proprie (aceasta provine din cerere pentru produsul j din partea 1–n gospodării, prin multiplicare cu preţul unitar al produsului j şi rata de schimb).

Dacă producătorul apelează la distribuitori, relaţia pentru venituri devine:

$$(1-n)Q_{ht}(j)\left(\frac{P_{ht}^{D*}}{P_{ht}^{*}}\right)^{-\lambda}\left(\frac{P_{ht}^{*}}{P_t^{*}}\right)^{-\omega} C_t^{*}.$$

Comportamentul distribuitorilor

O firmă din ţara gazdă care apelează la distribuitori pentru bunurile străine j are veniturile $nP_{ht}^{D}(j)\left(\frac{P_{ft}}{P_t}\right)^{-\omega}\left(\frac{P_{ft}^{D}}{P_{ft}}\right)^{-\lambda} C_t$, reprezintă cererea de bun j a celor n rezidenţi înmulţită cu preţul unitar al bunului j.

Costurile implicate distribuitorilor sunt

$nS_t Q_{ft}^{*}(j)\left(\frac{P_{ft}^{D}(j)}{P_{ft}}\right)^{-\lambda}\left(\frac{P_{ft}}{P_t}\right)^{-\omega} C_t$, deoarece producătorul străin îşi vinde bunurile în valuta străină, la preţul $P_{ft}^{*}(j)$.

Profiturile

Dacă se impune acum un echilibru simetric, astfel încât producătorii din orice subcategorie să-şi seteze întotdeauna aceleaşi preţuri, se pot calcula profiturile totale înregistrate de cele n firme din ţara gazdă (se consideră că din cele 1-n firme care apelează la distribuitori, acestea vând

direct fracţiunea θ şi $1-\theta$ rămâne pentru distribuitori). Profitul total al firmei din ţara gazdă se scrie sub forma:

$$\begin{aligned} &n^2 P_{ht}\left(\frac{P_{ht}}{P_t}\right)^{-\omega} C_t + \theta(1-n)nS_t P_{ht}^{p*}\left(\frac{P_{ht}^{p*}}{P_{ht}^{*}}\right)^{-\lambda}\left(\frac{P_{ht}^{*}}{P_t^{*}}\right)^{-\omega} C_t + \\ &+(1-\theta)(1-n)nQ_{ht}\left(\frac{P_{ht}^{D*}}{P_{ht}^{*}}\right)^{-\lambda}\left(\frac{P_{ht}^{*}}{P_t^{*}}\right)^{-\omega} C_t^{*} + \\ &+(1-\theta^{*})n(1-n)\left(P_{ft}^{D} - S_t Q_{ft}^{*}\right)\left(\frac{P_{ft}^{D}}{P_{ft}}\right)^{-\lambda}\left(\frac{P_{ft}}{P_t}\right)^{-\omega} C_t - nW_{tL_t} \end{aligned} \tag{1.9}$$

Prima cantitate reprezintă veniturile din piaţa internă iar a doua şi a treia expresie reprezintă veniturile din piaţa externă (fără şi respectiv cu distribuitor străin). A patra expresie reprezintă profiturile distribuitorilor interni iar a cincea, costurile totale pe salarii.

Firmele străine

În mod analog, producătorul străin, k, îşi setează preţurile $P_{ft}^{*}(k)$ de vânzare în piaţa rezidenţilor străini. O fracţiune θ^{*} a firmelor străine îşi vinde direct produsele gospodăriilor, în valuta internă, la preţul $P_{ft}^{p}(k)$ şi rămâne fracţiunea $1-\theta^{*}$ pentru vânzare prin distribuitori, la preţul $Q_{ft}^{*}(k)$ exprimat în valuta străină. Distribuitorii din ţara gazdă îşi vând aceste bunuri consumatorilor din această ţară, la preţul $P_{ft}^{D}(k)$. Atunci $P_{ft} = \left(\theta^{*}\left(P_{ft}^{p}\right)^{1-\lambda} + \left(1-\theta^{*}\right)\left(P_{ft}^{D}\right)^{1-\lambda}\right)^{\frac{1}{1-\lambda}}$.

Veniturile din străinătate pot fi evaluate în acelaşi mod arătat anterior, iar profitul total poate fi descris printr-o ecuaţie analogă cu (2.1).

Setarea preţurilor de către producătorii din cele două ţări şi distribuitori se face astfel încât să se maximizeze profiturile discountate aşteptate. Echilibrul total al modelului dinamic cu pieţe incomplete impune introducerea unui set de ipoteze referitoare la tipurile de active financiare pe care gospodăriile pot efectiv să le tranzacţioneze. Înaintea analizei naturii pieţelor financiare internaţionale este necesară explicarea modului în care structura distribuţiei mărfurilor ajută individual la generarea unei volatilităţi accentuate a ratei de schimb. Se consideră cazul particular al unui orizont de o singură perioadă.

2.4. Modelul static

În versiunea modelului de economie cu o singură perioadă nu există tranzacţii internaţionale de niciun fel, deoarece tranzacţiile cu obligaţiuni au loc în timp. Se poate defini un echilibru în felul următor (tehnic, acesta se obţine considerând $\beta = 0$ în modelul precedent).

Expresiile (1.10) şi (1.11) descriu comportamentul pieţei monetare şi curba ofertei de muncă din ţara gazdă:

$$M_t = \chi P_t C_t^{\rho} \tag{1.10}$$

$$W_t = \eta P_t C_t^{\rho} L_t^{\psi} \tag{1.11}$$

Restricţia bugetară a gospodăriei din ţara gazdă se scrie:

$$P_t C_t + M_t = W_t L_t + \Pi_t + T_t \tag{1.12}$$

În această relaţie, Π_t reprezintă profiturile producătorilor interni, definiţi în acord cu (1.9) şi T_t reprezintă transferul din banca centrală. Condiţia de transferabilitate pe piaţa internă a bunurilor este:

$$L_t - n\left(\frac{P_{ht}}{P_t}\right)^{-\omega} C_t + (1-n)\theta\left(\frac{P_{ht}^{p*}}{P_{ht}}\right)^{-\lambda}\left(\frac{P_{ht}^{*}}{P_t^{*}}\right)^{-\omega} C_t^{*} + \\ + (1-n)(1-\theta)\left(\frac{P_{ht}^{D*}}{P_{ht}^{*}}\right)^{-\lambda}\left(\frac{P_{ht}^{*}}{P_t^{*}}\right)^{-\omega} C_t^{*} \tag{1.13}$$

Ramura din stânga a acestei ecuaţii reprezintă outputul total din ţara gazdă. Ramura din dreapta reprezintă cererea de bunuri (produse în ţara gazdă) din partea gospodăriilor străine care cumpără direct de la firme sau prin intermediul distribuitorilor.

Echilibrul static de prezentare condiţională a preţurilor poate fi definit de ecuaţiile (1.10) şi (1.11) şi corespondentele din economia străină, restricţia bugetară (1.12) (aici se recunoaşte condiţia de echilibru pe piaţa monetară, $M_t = T_t$) şi condiţia (1.13) cu corespondenta pentru economia străină. Acestea reprezintă un sistem de şapte ecuaţii din care rezultă soluţiile implicite pentru şapte variabile $C_t, C_t^*, W_t, W_t^*, L_t, L_t^*$ şi S_t. Din combinarea relaţiei (1.12) cu expresia (1.9) a profitului, rezultă ecuaţia:

$$P_t C_t (1-n)\left(\frac{P_{ht}}{P_t}\right)^{1-\omega} = \theta(1-n) S_t \left(\frac{P_{ht}^{p*}}{P_{ht}^{*}}\right)^{1-\lambda}\left(\frac{P_{ht}^{*}}{P_t^{*}}\right)^{1-\omega} P_t^{*} C_t^{*} + \\ + (1-\theta)(1-n)\frac{Q_{ht}}{P_{ht}^{D*}}\left(\frac{P_{ht}^{D*}}{P_{ht}^{*}}\right)^{1-\lambda}\left(\frac{P_{ht}^{*}}{P_t^{*}}\right)^{1-\omega} P_t^{*} C_t^{*} + \\ + (1-\theta^{*})(1-n)\left(1-\frac{S_t Q_{ft}^{*}}{P_{ft}^{D}}\right)\left(\frac{P_{ft}^{D}}{P_{ft}}\right)^{1-\lambda}\left(\frac{P_{ft}}{P_t}\right)^{1-\omega} P_t C_t \tag{1.14}$$

Dacă se consideră (1.10) şi corespondenta pentru economia străină, din ecuaţia (1.14) se determină consumul din ţara gazdă şi străinătate şi rata nominală de schimb. Ecuaţia (1.14) este de fapt o relaţie ce exprimă echilibrul balanţei de plăţi într-o economie mondială modelată cu o singură perioadă (în cazul particular în care $\theta = \theta^* = 1, \omega = 1$ şi preţurile setate de distribuitori sunt identice, condiţia arată că valoarea nominală a cheltuielilor din ţara gazdă trebuie să egaleze valoarea nominală a cheltuielilor din străinătate, adică, $P_t C_t = S_t P_t^* C_t^*$).

De remarcat că rata de schimb joacă în cadrul (1.14) două roluri. O depreciere va creşte venitul ţării gazdă prin creşterea câştigurilor realizate de firmele autohtone care îşi vând produsele direct către gospodăriile din străinătate (preţuri afişate în valuta străină). Pe de altă parte, există şi un efect negativ al deprecierii ratei de schimb ce provine din reducerea profiturilor firmelor de distribuţie din ţara gazdă care trebuie să vândă bunurile străine la un preţ intern mai mare. Din jocul celor două efecte rezultă impactul asupra ratei de schimb.

În general, de răspunsul ratei de schimb la şocurile monetare depinde şi nivelul de prezentare a preţurilor din interior şi străinătate. Oricum, volatilitatea ratei de schimb se determină prin examinarea proprietăţilor modelului în vecinătatea unui echilibru deterministic. Într-o economie tip determinist, având S=1, se vede uşor că $P_{ht}^{p*} = P_{ht}^{D*} = P_{ht}^{*}$, $P_{ft}^{p} = P_{ft}^{D} = P_{ft}$, $\frac{Q_{ht}}{P_{ht}^{*}} = \frac{Q_{ft}^{*}}{P_{ft}} = 1$. Apoi, dacă se consideră o aproximare liniară logaritmică a ecuaţiei (1.10) (şi corespondenta pentru economia străină) şi (1.14) se determină expresia:

$$s_t = \frac{1}{\rho(\theta + \theta^* - 1)}(m_t - m_t^*) \tag{1.15}$$

Dacă toate bunurile sunt vândute direct către gospodării (adică $\theta = \theta^* = 1$), ratele de schimb r trebui să fie mai stabile în această setare decât în cazul pieţelor complete. Răspunsul ratei de schimb faţă de schimbările în oferta relativă de bani este $\frac{1}{\rho}$. O ipoteză rezonabilă este $\rho > 1$, astfel încât elasticitatea ratei de schimb este subunitară (ca şi când ar fi în cazul pieţelor complete). Acesta este rezultatul obţinut de Engel (2001)în cadrul analizei balanţei comerciale.

Dar în acest caz, s-a introdus faptul că unele bunuri sunt evaluate în valuta producătorilor şi vândute prin intermediul distribuitorilor. De fapt, pare plauzibil ca $\theta + \theta^*$ să fie apropiată de valoarea unitară. De exemplu, atunci când o ţară mare vinde către o ţară mică, doar o mică parte din firme îşi vinde direct produsele, astfel încât θ va avea o valoare redusă. În schimb, multe din ţările mici exportatoare îşi vor vinde (în ţara mare) direct produsele, astfel încât θ^* va fi mare. Ar trebui ca fracţiunea de bunuri tranzacţionate să fie apropiată de mărimea relativă a ţării, astfel încât θ să se apropie de 1–n şi θ^* să fie aproape de n.

Dacă $\theta + \theta^*$ este o valoare aproximativ unitară, răspunsul ratei de schimb faţă de şocurile monetare se apropie de infinit. Intuiţia este imediată. În cazul formării preţurilor în valuta locală, practic nu există efectul de schimbare a preferinţelor pentru cheltuieli, asupra modificărilor ratei de schimb. Singurul efect pe care ratele de schimb îl au asupra economiei provine din efectul acestora asupra profiturilor. O depreciere în ţara gazdă, creşte profiturile celor θ producători gazdă care îşi vând direct produsele către producători străini. În schimb, o depreciere în ţara gazdă diminuează profiturile celor $1-\theta^*$ distribuitori din această ţară, care vând produse străine. Atunci când θ se apropie de $1-\theta^*$, cele două efecte se anulează reciproc.

Astfel, cu acest tip de marketing asimetric, se poate ajunge în situaţia în care rata nominală de schimb nu are un efect esenţial asupra economiei. Nu mai există efectul de schimbare a preferinţelor pentru cheltuieli deoarece toate preţurile sunt setate în valuta consumatorilor. De asemenea, nu există nici efecte de prosperitate relativă asupra profitului deoarece câştigurile dintr-un sector al economiei sunt anulate de pierderile din alt sector.

De remarcat că acest model de economie poate prezenta o volatilitate foarte mare a ratelor de schimb fără a fi necesară o volatilitate echivalentă la nivelul mărimilor reale. Din (1.10)şi (1.13), se poate stabili imediat relaţiile pentru consum şi forţa de muncă angajată:

$$c_t = \frac{m_t}{\rho} \tag{1.16}$$

$$l_t = \frac{n m_t + (1-n) m_t^*}{\rho} \tag{1.17}$$

Astfel, volatilitatea ratelor nominale şi reale poate fi deconectată de volatilitatea din economia reală.

2.5. Modelul dinamic

Rezultatele aduc un suport analitic pentru deconectarea ratelor de schimb de restul economiei. Dar absenţa unei dinamici intertemporale reprezintă un dezavantaj. Ratele de schimb au un impact redus asupra economiei statice deoarece nu afectează preţul relativ al bunurilor şi, prin combinarea preţuri în valuta locală-distribuitori interni, atât efectul de schimbare a preferinţelor cât şi efectul de bunăstare a şocurilor ratelor de schimb sunt limitate. În schimb, într-un model dinamic, un şoc la nivelul ratei de schimb afectează de asemenea ratele dobânzii şi prin combinarea cu paritatea ratelor dobânzilor (aceasta e valabilă în versiunea dinamică a economiei, considerând o aproximaţie liniară), şi deviaţiile temporare faţă de PPC (paritatea puterii de cumpărare), şocurile monetare conduc la consolidarea raportului ratelor dobânzii reale interne respectiv străine.

Dar rata reală a dobânzii este legată în mod esenţial de validitatea parităţii ratelor. Aşa cum este binecunoscut, condiţia parităţii ratelor este un predictor empiric foarte slab pentru ratele de schimb. Mai mult, în literatura de specialitate s-a atribuit un succes limitat deviaţiilor faţă de paritatea dobânzii şi ar trebui introdusă o primă de risc bazată pe abordarea de maximizare a utilităţii. De fapt, în literatură s-au încercat mai multe variante de explicare a deviaţiilor faţă de cazul cu valabilitatea parităţii ratelor dobânzii în funcţie de o primă de risc. Acestea includ generalizarea preferinţelor sau sistemul de axiome a utilităţii aşteptate.

Cercetările anterioare arată că, pentru reconcilierea evidenţei asupra deviaţilor faţă de PNRD, este plauzibilă şi recomandabilă revenirea la micile deviaţii faţă de aşteptările raţionale. Din experienţa practică a traderilor din pieţele valutare (Frankel, Froot,1987, 1989), Jeanne şi Rose (2000) au propus un model speculativ specific pieţelor valutare, modelul cu

traderi zgomotoşi. Prezenţa acestor traderi care urmăresc influenţarea pieţei introduce în suprarandamentul aşteptat la investiţia în valuta străină, o primă de lichiditate variabilă (sau primă de lichiditate în PNRD). În continuare, se extinde modelul de bază de formare a preţului valutei locale, cu echipare cu tranzacţii internaţionale, astfel încât să includă o primă de lichiditate a ratelor de schimb ce are la bază existenţa traderilor zgomotoşi. Dacă se utilizează structura propusă de Jeanne, Rose (2000), se poate arăta că, şi în modelul dinamic, legătura dintre ratele de schimb şi indicatorii fundamentali este foarte slabă. Prin combinarea formării preţului valutei locale cu marketingul asimetric şi prezenţa primelor de lichiditate din pieţele valutare în prezenţa traderilor zgomotoşi rezultă comportamentul fundamental de deconectare între ratele de schimb şi indicatorii fundamentali.

Comportamentul gospodăriilor

În acest caz, gospodăriile tranzacţionează în obligaţiuni interne şi internaţionale. În cazul pieţelor incomplete, este valabilă ipoteza că gospodăriile pot tranzacţiona doar obligaţiuni nominale necondiţionale.

Oricum, tranzacţiile de obligaţiuni ale gospodăriilor se definesc într-o manieră specială. Mai întâi, se consideră că gospodăriile pot tranzacţiona direct doar obligaţiuni nominale denominate în valuta locală Toate tranzacţiile de obligaţiuni internaţionale sunt efectuate de dealeri ce acţionează pe pieţele valutare. Dealerii de obligaţiuni internaţionale plătesc gospodăriilor un venit fix net de Π_t^f în fiecare perioadă, exprimat în valuta internă. De fapt, randamentul poate fi pozitiv sau negativ în funcţie de preferinţa ca plata să fie făcută în valuta străină. Deoarece aceşti dealeri acţionează în interesul gospodăriilor, aceasta reprezintă o delegare din partea gospodăriilor pentru toate tranzacţiile ce implică piaţa valutară.

Restricţia bugetară pentru gospodăria gazdă tipică se scrie:

$$P_tC_t + d_tB_{t+1} + M_t = W_tL_t + \Pi_t + \Pi_t^f + M_{t-1} + T_t + B_t \quad (1.18)$$

Toate variabilele au fost definite anterior. B_r reprezintă numărul de obligaţiuni denominate în valuta internă, deţinute de o gospodărie din ţara gazdă iar d_t este prin definiţie, preţul unei obligaţiuni. La echilibru, pe aceste obligaţiuni, nu se realizează tranzacţii nete, dar este convenabil să se definească d_t ca preţ de echilibru. Π_t reprezintă profitul corespunzător firmelor productive şi de distribuţie, definit ca în (1.9), iar Π_t^f este plata efectuată de dealerii din piaţa valutară la momentul t.

Condiţiile ce descriu comportamentul optimal al gospodăriilor din ţara gazdă sunt (1.2), (1.3) şi:

$$d_t = E_t\beta\frac{P_tC_t^\rho}{P_{t+1}C_{t+1}^\rho}, \quad (1.19)$$

care reprezintă ecuaţia Euler pentru alegerea optimală a obligaţiunilor în valută internă.

Rezidenţii din străinătate au preferinţe identice, dar tranzacţionează direct obligaţiunile în valuta străină. Dată fiind setarea tranzacţiilor din piaţa valutară descrisă anterior, este nerelevant dacă rezidenţii străini tranzacţionează direct obligaţiuni denominate în valuta străină sau apelează şi la traderi specializaţi pe pieţe valutare. În plus, se consideră că rezidenţii străini nu tranzacţionează obligaţiuni denominate în valuta internă. Astfel, ecuaţia restricţiei bugetare a rezidenţilor străini se scrie:

$$P_t^*C_t^* + d_t^*B_{ft+1}^* + M_t^* = W_t^*L_t^* + \Pi_t^* + M_{t-1}^* + T_t^* + B_{ft}^*,$$

unde d_t^* este preţul unitar al valutei străini furnizat în perioada t+1. Comportamentul optimal pentru rezidenţii străini implică condiţii analoge cu (1.2),(1.3) şi condiţia ce descrie alegerea optimală a deţinerii de obligaţiuni:

$$d_t^* = E_t\beta\frac{P_t^*C_t^{*\rho}}{P_{t+1}^*C_{t+1}^{*\rho}}. \quad (1.20)$$

Dealerii din piaţa valutară

În ţara gazdă, cumpără şi vând obligaţiuni denominate în valuta străină în condiţiile maximizării randamentelor aşteptate la fluxurile de numerar (evaluarea se face la rata de discountare a gospodăriilor din ţara gazdă). Randamentele aşteptate se calculează cu relaţia:

$$E_t^n\left(q_tS_{t+1}B_{ht+1}^* - d_t^*S_tB_{ht+1}^*\right),$$

unde E_t^n reprezintă profitul aşteptat considerat de dealerii din piaţa valutară, iar d_t suma furnizată în perioada t+1, exprimată în valută internă $\left(q_t = \beta\frac{P_tC_t^\rho}{P_{t+1}C_{t+1}^\rho}\right)$. Rezidenţii din ţara gazdă primesc la momentul t, de la dealerii din piaţa valutară, suma $S_tB_{ht}^*$ şi efectuează noi plăţi către dealeri, de valoarea $d_t^*S_tB_{ht+1}^*$. Astfel, suma netă primită de rezidenţii din ţara gazdă este $\Pi_t^f = S_tB_{ht}^* - d_t^*S_tB_{ht+1}^*$. Acesta este modul de calcul al

randamentului rezidenţilor din ţara gazdă atunci când sunt intervin fonduri ce implică piaţa valutară.

Se consideră că dealerii din piaţa valutară îşi intercondiţionează previziunile evoluţiei ratei de schimb, acţionând în maniera de traderi zgomotoşi. Se consideră ipotezele Jeanne-Rose (2000) (modelul macroeconomic propus nu este complet, fiind mai degrabă un model monetarist, dar în care se permit intrări şi ieşiri din piaţă ale traderilor zgomotoşi) referitoare la distribuţia subiectivă a traderilor zgomotoşi:

$$E_t^n s_{t+1} = E_t s_{t+1} + \nu_t , \tag{1.21}$$

$$Var_t^n \left(s_{t+1} \right) = Var_t \left(s_{t+1} \right) . \tag{1.22}$$

Aici, se consideră că ν_t satisface relaţia $E_{t-1}\left(\nu_t\right) = 0$. Notaţia $E_{t-1}^n \left(x_t \right)$ se referă la aşteptările condiţionat intercorelate ale traderilor zgomotoşi. Rata de schimb aşteptată pentru perioada t+1 de traderii zgomotoşi, în baza informaţiei din perioada t, diferă faţă de aşteptările condiţionale reale printr-un factor de eroare aleatoare. Important este faptul că traderii zgomotoşi previzionează corect varianţa condiţională a ratei de schimb. În sfârşit, se consideră că varianţa condiţională a ν_t este proporţională cu varianţa condiţională proprie a ratei de schimb. Astfel,

$$Var_{t-1}\left(\nu_t\right) = k Var_{t-1}\left(s_t\right),\ 0 < k < 1 \tag{1.23}$$

Justificarea condiţiei (1.23) este dată de faptul că intercondiţionările dintre traderii zgomotoşi trebuie să se coreleze cu volatilitatea proprie a ratei de schimb. În caz contrar, traderii zgomotoşi ar anticipa o volatilitate viitoare a ratei de schimb chiar în cadrul unui regim cu rată fixă. Ar putea să pară ciudată proporţionalitatea varianţei condiţionale ν_t cu varianţa condiţională s_t şi nu cu s_{t+1}. Dar, aşa cum s-a arătat, varianţa condiţională a ratei de schimb este constantă în timp.

În sfârşit, se consideră că dealerii din piaţa valutară îşi construiesc aşteptările privind factorul q de discount cu acurateţe. Această observaţie, poate fi raţionalizată în cadrul ipotezei că există un set complet de obligaţiuni emise în ţara gazdă, tranzacţionate doar în interior, astfel încât preţurile obligaţiunilor reflectă factorul de discount din starea respectivă.

Considerând acum că nu există costuri de intrare în piaţa valutară, dar fiecare dealer nou (din ţara gazdă) continuă să aibă aşteptări influenţate, randamentul aşteptat va tinde spre zero, adică:

$$d_t^* = E_t^n \frac{q_t S_{t+1}}{S_t} . \tag{1.24}$$

Comportamentul firmelor

Expresiile pentru veniturile firmelor din ţara gazdă şi a celor străine sunt cele arătate anterior, iar firmele propun aceleaşi reguli de formare a preţurilor. Oricum, un şoc monetar are efecte pe termen mai lung în ceea ce priveşte impactul asupra contului curent (Obstfeld, Rogoff,1995).

Soluţia modelului

În Anexă este descrisă soluţia completă a acestui model. În continuare, se consideră o abordare intuitivă. Din nou, se caracterizează proprietăţile ratelor de schimb considerând o aproximaţie liniară în jurul unei stări iniţiale staţionare simetrice, nestochastice. Se notează cu indici inferiori deviaţiile logaritimice faţă de starea iniţială, astfel încât $x_t = \ln\left(X_t\right) - \ln\left(\bar{X}\right)$. În starea de consum iniţial staţionar, activele nete străine, preţurile şi ratele de schimb sunt considerate ca fiind constante. Se consideră din nou că şocurile monetare sunt date de relaţiile:

$$m_t = m_{t-1} + u_t ,\ m_t^* = m_{t-1}^* + u_t^* ,$$

unde $E_{t-1} u_t = E_{t-1} u_{*t} = 0$.

Se poate stabili, în cadrul aproximaţiei liniare, că firmele îşi setează preţurile astfel încât să egalizeze conturile marginale anticipate:

$$p_{ht} = E_{t-1} w_t ,$$

$$p_{ht}^* = E_{t-1}\left(w_t - s_t\right) .$$

Un rezultat similar e valabil şi pentru firmele străine. Pe ansamblu, aceasta implică un indice al preţurilor în cele două ţări:

$$p_t = n E_{t-1} w_t + (1-1) E_{t-1}\left(w_t^* + s_t\right) \tag{1.25}$$

$$p_t^* = n E_{t-1}\left(w_t - s_t\right) + \left(1-n\right) E_{t-1} w_t^* \tag{1.26}$$

Sistemul de ecuaţii (1.25) şi (1.26) demonstrează valabilitatea PPC (paritătii puterii de cumpărare). Nu surprinde faptul că în modelul cu setarea în avans a preţurilor, dar fără bunuri comerciabile, în rata reală de schimb, nu apar determinanţii de persistenţă.

Paritatea ratelor dobânzii

Relaţiile pentru paritatea ratei dobânzii ce intervin în model pot fi determinate considerând o aproximare liniară a (1.20) şi (1.24) şi relaţia (1.21) a aşteptărilor dealerului din piaţa valutară. Atunci, rezultă:

$$\rho E_t\left(c_{t+1}-c_t\right)+E_t\left(p_{p+1}-p_t\right)=\rho E_t\left(c^*_{c+1}-c^*_t\right)+E_t\left(p^*_{t+1}-p^*_t\right)+E_t s_{t+1}-s_t+\nu_t \quad (1.27)$$

Expresia din stânga reprezintă rata nominală a dobânzii din ţara gazdă. Primele două expresii din dreapta reprezintă rata nominală a dobânzii din străinătate. Astfel, ecuaţia (1.27) arată că prezenţa aşteptărilor raţionale condiţionate introduce o deviaţie stochastică faţă de relaţia modelul parităţii ratei dobânzii. Sursa acestei deviaţii constă tocmai în intercorelarea aşteptărilor privind rata viitoare de schimb. Este important să se facă distincţie între deviaţia faţă de paritatea ratei dobânzii şi deviaţiile datorate termenului primei convenţionale de risc, care ar apare din aversiunea faţă de risc şi termenii inegalităţii Jensen din soluţia neliniară (spre deosebire de aproximarea liniară). Aceşti termeni ai primei de risc convenţionale tind să devină foarte mici şi au o varibilitate foarte redusă (Engel, 1996). În schimb, prima de lichiditate, provenită din prezenţa traderilor zgomotoşi, este în medie nulă, dar prezintă o volatilitate proporţională cu rata de schimb.

Ecuaţia (1.27) arată că, deşi paritatea ratei dobânzii poate eşua datorită şocurilor de la nivelul aşteptărilor unei părţi din traderii zgomotoşi, relaţia se menţine în cadrul valorii aşteptate. Diferenţele ratelor nominale ale dobânzii reflectă (condiţionat de informaţia din perioada t–1) modificările la nivelul ratelor de schimb.

Rezolvarea pentru valorile aşteptate

Dacă se utilizează (1.25), (1.26) şi aproximaţia liniară a (1.3) şi (1.13) (şi relaţiile corespondente din ţara străină), considerând aşteptările din perioada t–1, rezultă:

$$E_{t-1}\left(w_t-w^*_t-s_t\right)=\frac{\rho}{\left(1+\psi\omega\right)}E_{t-1}\left(c_t-c^*_t\right) \quad (1.28)$$

Dacă se consideră o aproximare a restricţiei (1.18) (după ce se impune realizarea echilibrului pe piaţa monetară internă, $M_t=M_{t-1}+T_t$ şi relaţia de echilibru pentru profiturile producătorilor şi dealerilor din piaţa valutară), se utilizează faptul că (este vorba de echilibru) într-un sens aşteptat, modificarea iniţială activelor străine nete este persistentă; dacă se utilizează ecuaţiile de mai sus pentru preţuri, rezultă:

$$E_{t-1}\left(c_t-c^*_t\right)=\left(1-\omega\right)E_{t-1}\left(w_t-w^*_t-s_t\right)+\left(1-\beta\right)\frac{dB^*_{ht}}{\left(1-n\right)PC} \quad (1.29)$$

Din interpretarea relaţiei se observă că funcţia consumului relativ intern este crescătoare odată cu modificarea poziţiilor iniţiale a activelor nete străine şi descrescătoare (atâta timp cât $\omega>1$) faţă de termenii aşteptaţi de comercializare. Ecuaţiile (1.28) şi (1.29) furnizează o relaţie între consumul diferenţial aşteptat şi activele iniţiale străine nete:

$$E_{t-1}\left(c_t-c^*_t\right)=\frac{1-\beta}{\sigma}\frac{dB^*_{ht}}{\left(1-n\right)PC}, \quad (1.30)$$

unde $\sigma\equiv\left(1-\frac{\left(1-\omega\right)\rho}{\left(1+\psi\omega\right)}\right)$.

O creştere a activelor străine nete în ţara gazdă conduce la o creştere a anticipată a consumului intern, relativ la consumul din străinătate. Activele străine nete reprezintă singura variabilă de stare persistentă din model.

Acum, se consideră, pe baza condiţiei (1.30), o aproximaţie liniară a condiţiilor din piaţa monetară internă şi străină. Se utilizează aşteptări raţionale şi rezultă soluţia pentru rata de schimb aşteptată:

$$E_{t-1}s_t=E_{t-1}\left(m_t-m^*_t\right)-\rho E_{t-1}\left(c_t-c^*_t\right). \quad (1.31)$$

În sensul aşteptărilor, rata de schimb este în acord cu modelul monetar standard.

Efectele şocurilor monetare asupra ratelor de schimb

Fie acum $\hat{x}\equiv x-E_{t-1}x$ deviaţia unei variabile faţă de valoarea sa aşteptată (aşteptarea corespunde perioadei t–1). Astfel, $E_t\hat{x}_{t+1}=E_t x_{t+1}=E_{t-1}x_{t+1}$ etc. Acum, din aproximarea liniară a restricţiei balanţei de plăţi, se poate stabili că:

$$\hat{c}_t-\hat{c}^*_t+\frac{\beta d\hat{B}^*_{ht+1}}{\left(1-n\right)PC}=\left[\theta-\left(1-\theta^*\right)\right]\hat{s}_t. \quad (1.32)$$

Ramura din dreapta a (1.32) reprezintă impactul relativ de prosperitate asupra ratei de schimb, din şocuri neanticipate. Aşa cum s-a arătat în subcapitolul anterior, dacă $\theta+\theta^*>1$, o depreciere neanticipată conduce la creşterea prosperităţii relative din ţara gazdă. Această creştere relativă a prosperităţii este dirijată între o creştere relativă a consumului intern şi o acumulare de active nete străine.

Dacă în ecuaţia (1.32) se utilizează (1.30) (scrisă acum pentru perioada t+1) rezultă o relaţie între consumul relativ curent, consumul relativ aşteptat pentru perioada t+1 şi mişcarea neanticipată a ratei de schimb:

$$\hat{c}_t - \hat{c}_t^* + \frac{\sigma}{r} E_t\left(\hat{c}_t - \hat{c}_{t+1}^*\right) = \left[\theta - \left(1-\theta^*\right)\right]\hat{s}_t . \qquad (1.33)$$

Se pune întrebarea care este relaţia între consumul relativ curent şi consumul relativ anticipat pentru viitor. Se consideră relaţia (1.27) a paritătii ratei dobânzii, şi se consideră aşteptări la nivelul t–1. Dacă se aşteaptă o valabilitate a PPC la momentul t+1 şi nivelul preţului curent în ambele ţări este predeterminat, se pot scădea relaţiile (1.27), evaluată la t–1 din (1.27) de bază şi rezultă:

$$\rho E_t\left(\hat{c}_{t+1} - \hat{c}_{t+1}^*\right) = \rho\left(\hat{c}_t - \hat{c}_t^*\right) - \hat{s}_t + \nu_t . \qquad (1.34)$$

Creşterea consumului aşteptat în ţara gazdă descreşte ca răspuns la o depreciere neanticipată a ratei de schimb dacă aceasta generează o depreciere reală neanticipată, reducând astfel rata reală a dobânzii în ţara gazdă. În schimb, un şoc zgomotos, reprezentat prin şocul aşteptărilor traderilor din piaţa valutară faţă de rata de schimb viitoare, va conduce la creşterea ratei reale a dobânzii în ţara gazdă. Acesta conduce la o creştere a consumului relativ aşteptat în ţara gazdă.

Din relaţiile (1.33) şi (1.34) se obţine relaţia între mişcarea neanticipată a ratei de schimb şi mişcarea neanticipată la nivelul consumului relativ:

$$\hat{s}_t = \frac{\left(1+\frac{\sigma}{r}\right)\left(\hat{c}_t - \hat{c}_t^*\right) + \frac{\sigma}{r\rho}\nu_t}{\left[\frac{\sigma}{r\rho} + \theta - \left(1-\theta^*\right)\right]} . \qquad (1.35)$$

În sfârşit, din relaţiile 1.31, 1.34 şi aproximarea liniară a echilibrului pe piaţa monetară, se poate stabili că:

$$\left(\hat{c}_t - \hat{c}_t^*\right) = \frac{\left(\hat{m}_t - \hat{m}_t^*\right)}{\rho},$$

astfel încât mişcarea neanticipată a ratei de schimb este:

$$\hat{s}_t = \frac{\left(1+\frac{\sigma}{r}\right)\left(\hat{m}_t - \hat{m}_t^*\right) + \frac{\sigma}{r\rho}\nu_t}{\left[\frac{\sigma}{r\rho} + \rho\left(\theta - \left(1-\theta^*\right)\right)\right]} . \qquad (1.36)$$

Spre deosebire de modelul static din subcapitolul precedent, atunci când $\theta + \theta^* = 1$, există o rată de schimb determinată. Aceasta deoarece, prin condiţia (1.34), a paritătii ratei dobânzii, relaţia dintre consumul viitor aşteptat şi consumul curent este influenţată de mişcările la nivelul ratei de schimb. Astfel, rata de schimb determină răspunsul optimal al contului curent faţă de un şoc monetar.

Se pune întrebarea dacă, într-adevăr, rata de schimb poate să afişeze în acest mediu excesul de volatilitate. Pe baza ipotezei (1.23) se poate evalua varianţa condiţională a ratei de schimb:

$$\mathrm{Var}_{t-1}\,\hat{s}_t = \frac{\left(1+\frac{\sigma}{r}\right)^2 \mathrm{Var}_{t-1}\left(\hat{m}_t - \hat{m}_t^*\right)}{\phi^2\left[1 - \left[\frac{k\sigma}{r\phi}\right]^2\right]}, \quad \phi = \left[\frac{\sigma}{r} + \rho\left(\theta - \left(1-\theta^*\right)\right)\right] \qquad (1.37)$$

Deoarece volatilitatea procesului de intercondiţionare a traderilor zgomotoşi este determinat de volatilitatea ratei de schimb, volatilitatea condiţională la nivelul ratei de schimb depinde doar de indicatorii fundamentali. Mai mult, din examinarea (1.37) se poate stabili următoarea propoziţie:

Propoziţie

În cazul în care $\theta + \theta^* \to 1$ şi pentru k = 1, volatilitatea ratei de schimb creşte nemărginit.

Demonstraţia are la bază examinarea relaţiei (1.37). Modul de formare a preţului valutei locale, combinat cu distribuţia asimetrică şi zgomotul de tranzacţionare din pieţele valutare, implică un nivel de volatilitate ratei de schimb care poate fi în supraexces faţă de şocurile suport.

Explicaţia intuitivă a propoziţiei provine din combinarea elementelor din subcapitolul precedent cu mediu static şi prezenţa adiţională a traderilor zgomotoşi în această economie dinamică. Ca şi mai înainte, formarea preţului valutei locale şi distribuitorii interni tind să compenseze efectele de substituţie şi respectiv de bunăstare a mişcărilor la nivelul ratei

de schimb, în orice moment în timp. Dar fără traderi zgomotoşi, un şoc neanticipat la nivelul ratei de schimb conduce la o divergenţă între ratele reale a dobânzilor din ţara gazdă şi străinătate. Astfel, o depreciere a ratei de schimb din ţara gazdă va reduce rata relativă a dobânzii şi va schimba preferinţa pentru consum în sensul dorinţei de consum în prezent. Din relaţiile (1.30) şi (1.33) mişcarea ratei de schimb este limitată de gradul în care contul curent trebuie să se ajusteze pentru menţinerea unui nivel viitor aşteptat al consumului (exprimat prin parametrul σ) chiar atunci când $\theta-\left(1-\theta^{*}\right)$ are o valoare foarte apropiată de unitate.

În general, ecuaţiile (1.33) şi (1.34), fără zgomot suplimentar de aşteptare, arată că în cadrul respectării paritătii dobânzii ratele de schimb nu sunt volatile. Orice depreciere a valutei din ţara gazdă, dacă creşte valoarea vânzărilor de valută străină, implică o creştere a bunăstării. Conform ecuaţiei (1.33), aceasta conduce la creşterea atât a consumului curent, cât şi a consumului viitor. Dar o depreciere în perioada curentă creşte rata reală de schimb prezentă relativ faţă de rata de schimb în viitor (rata reală viitoare funcţionează pe termen lung în acord cu PPC). Astfel, din relaţia (1.34) a paritătii dobânzilor, o depreciere curentă ar trebui să crească consumul curent relativ la consumul aşteptat viitor (menţinând constant consumul străin). Procesul de deconectare semnifică faptul că nu se modifică prea mult consumul curent atunci când se modifică ratele de schimb. Atunci când există scăderi mari la nivelul consumului viitor aşteptat, condiţia de paritate a dobânzilor permite simultan creşteri mari ale ratelor de schimb şi acest proces de deconectare. Dar aceasta este în contradicţie cu implicaţiile privind efectul de bunăstare rezultat din depreciere, care trebuie să conducă la o creştere a consumului viitor aşteptat. Se poate trage concluzia că paritatea ratei dobânzii limitează volatilitatea ratei de schimb.

Atunci când previziunile ratei de schimb sunt echipate cu erori, la nivelul traderilor zgomotoşi, şi volatilitatea condiţională a acestor erori este proporţională cu rata de schimb, atunci volatilitatea ratei de schimb nu este limitată de răspunsul la nivelul contului curent, deoarece prezenţa directă a şocurilor la nivelul traderilor zgomotoşi conduce de asemenea la o divergenţă între ratele interne şi respectiv externe ale dobânzii. Dacă se menţine constant şocul ν_t se observă din (1.36) că răspunsul ratei de schimb e limitat de parametrii intertemporali de cont curent. Dar aceasta nu limitează mărimea volatilităţii ratei nominale de schimb, deoarece volatilitatea lui ν_t este proporţională cu volatilitatea ratei de schimb.

Mai mult, implicaţia esenţială din model este că volatilitatea ratei de schimb o depăşeşte net pe cea a altor variabile de preţuri relative şi variabile agregate. Pentru aceasta, mai întâi, din condiţiile (1.2) de echilibru pe piaţa monetară şi condiţia analogă pentru economia străină, se poate stabili că rata nominală a dobânzii din fiecare ţară este constantă. De aici rezultă că, consumul din cele două ţări este în acord cu ecuaţia (1.16). În al doilea rând, dată fiind predeterminarea preţurilor în fiecare economie, se poate lesne arăta din condiţia (1.13) şi corespondenta pentru străinătate că nivelul de angajare şi outputul din fiecare ţară răspund în mod identic la şocurile din consumul mondial (exprimat prin $n\hat{c}_t+\left(1-n\right)\hat{c}_t^{*}$ ca în ecuaţia (1.17)). Aşadar, din nou, volatilitatea consumului şi outputului este proporţională cu volatilitatea indicatorilor fundamentali monetari.

Ecuaţia de mişcarea a contului curent din ţara gazdă este:

$$\frac{\beta d\hat{B}_{ht+1}^{*}}{\left(1-n\right)\overline{P^{*}C}}=\frac{\left[\theta-\left(1-\theta^{*}\right)\right]\left(\frac{1}{\rho}\left(\hat{m}_t-\hat{m}_t^{*}\right)\left(1+\frac{\rho}{r}+\frac{\sigma}{r\rho}\nu_t\right)\right)}{\left[\frac{\sigma}{r\rho}+\theta-\left(1-\theta^{*}\right)\right]}-\left(\hat{c}_t-\hat{c}_t^{*}\right). \qquad (1.38)$$

Dacă $\theta-\left(1-\theta^{*}\right)\to 1$, atunci răspunsul contului curent faţă de un şoc monetar conduce la o negare a răspunsului consumului relativ. Mai mult, orice impact al şocului traderilor zgomotoşi, ν_t tinde să fie eliminat.

În final, se poate arăta că dacă $\theta-\left(1-\theta^{*}\right)\to 1$ atunci răspunsul ratei reale dobânzii din ţara gazdă la distorsiunile monetare converge spre $-\frac{r}{\sigma}\left(\hat{m}_t-\hat{m}_t^{*}\right)\left(1-n\right)-\hat{m}_t$.

Se poate trage concluzia că evoluţia tuturor varibilelor reale din economie este în mod esenţial independentă de variabilitatea ratei de schimb. Combinarea modului de formare a preţului în valuta locală, marketingul asimetric şi aşteptările condiţionale din pieţele valutare cu traderi zgomotoşi generează posibilitatea existenţei volatilităţii ratei de schimb pe termen scurt, fapt care este de alt ordin de mărime faţă de şocurile cu impact asupra economiei. Astfel, ca în exemplul static, într-o economie complet dinamică, se observă acest proces de bază al deconectării ratei de schimb de restul economiei.

În Tabelul 1.2 sunt daţi câţiva estimatori ilustrativi ai efectului formării preţurilor, reţelelor de distribuţie asimetrice şi tranzacţionării zgomotoase asupra volatilităţii ratei de schimb. Modelul propus nu şi-a

propus aşa-numita potrivire a momentelor, ca în unele modele calibrate cu rezolvare numerică. De exemplu, în model, nu există persistenţă nici la nivelul rigidităţii preţurilor, nici la nivelul erorilor de aşteptare, astfel încât nu se poate spera potrivirea persistenţei ratelor de schimb.

Aici, s-a considerat că şocurile monetare nu sunt corelate între ţări şi că fiecare are o varianţă unitară. Valorile parametrilor utilizaţi în calcule sunt raportate la sfârşitul tabelului.

Pentru orice valoare a lui k, o scădere a valorii $\theta + \theta^*$ conduce la creşterea volatilităţii ratei de schimb. Pentru comparaţia datelor, în acest tabel au fost trecute volatilitatea formării preţului valutei din considerente de producător, unde volatilitatea ratei de schimb e redusă şi nu este afectată de mişcările la nivelul $\theta + \theta^*$. Pentru valori mai mari ale k, impactul scăderii $\theta + \theta^*$ asupra volatilităţii devine dramatic. Tabelul prezintă, de asemenea, corelaţiile ratei de schimb cu consumul şi rata reală a dobânzii din ţara gazdă. Aceste corelaţii rămân însă foarte reduse, chiar dacă volatilitatea ratei de schimb devine extrem de mare, în răspuns cu combinarea reţelelor de distribuţie asimetrice şi zgomotul de tranzacţionare. Astfel, acest model al volatilităţilor mari nu necesită o volatilitate absolută mare a altor variabile macroeconomice, şi nici o corelaţie puternică între rata de schimb şi aceste variabile. Corelaţia dintre output şi rata de schimb nu interesează, deoarece în cazul simetric al ţărilor egale ca mărime şi distribuţie identică a şocurilor monetare dintre ţări, aceasta este de fapt nulă (aceasta poate fi observat direct din relaţiile (1.27) şi (1.36)).

Tabelul nr. 3 – Analiza estimatorilor pentru formarea preţurilor

$\kappa = 0$	${}_{t-1}\sigma_s^2$	${}_{t-1}\sigma_s^2$ (PCP)	$\rho(s,c)$	$\rho(s,r)$	$\theta + \theta^*$
	1,74	0,72	0,044	0,18	2,0
	1,8	0,72	0,044	0,18	1,75
	1,9	0,72	0,044	0,18	1,50
	2,0	0,72	0,044	0,18	1,25
	2,1	0,72	0,044	0,18	1,0
$\kappa = 0,5$	${}_{t-1}\sigma_s^2$	${}_{t-1}\sigma_s^2$ (PCP)	$\rho(s,c)$	$\rho(s,r)$	$\theta + \theta^*$
	2,2	0,78	0,04	0,16	2,0
	2,3	0,78	0,04	0,16	1,75
	2,5	0,78	0,04	0,16	1,50
	2,6	0,78	0,04	0,15	1,25
	2,8	0,78	0,04	0,15	1,0
$\kappa = 0,9$	${}_{t-1}\sigma_s^2$	${}_{t-1}\sigma_s^2$ (PCP)	$\rho(s,c)$	$\rho(s,r)$	$\theta + \theta^*$
	5,3	1,0	0,025	0,10	2,0

	6,1	1,0	0,024	0,1	1,75
	7,2	1,0	0,023	0,09	1,50
	8,8	1,0	0,021	0,08	1,25
	11,0	1,0	0,02	0,08	1,0
Alegerea parametrilor					
$\omega = 8$	$\psi = 1$	r = 0,1	$\rho = 4$	n = 0,5	

2.6. Concluzii

În acest capitol s-a propus construirea şi exploatarea unui model pentru determinarea traiectoriei de evoluţie a ratei de schimb care poate fi aplicat cu succes în economii inflaţioniste sau în medii caracterizate de mari turbulenţe, manifestate prin volatilitate ridicată, speculaţie excesivă pe nişe de lichiditate redusă.

Construirea unei volatilităţi mari a ratelor în condiţiile menţinerii independenţei faţă de evoluţia agregatelor macroeconomice s-a făcut prin combinarea setării preţului valutei locale, eterogenitatea setării internaţionale, distribuţia bunurilor şi aşteptările privind intercorelaţiile din pieţele internaţionale.

S-a justificat un set de ipoteze privind natura volatilităţii extreme a ratelor şi deconectarea faţă de macroeconomie. S-a arătat necesitatea introducerii în model a unui mecanism generator de extravolatilate persistentă. Referitor la existenţa erorilor de aşteptare din pieţele financiare, se poate exploata în detaliu raţionamentul traderilor zgomotoşi privind prelucrarea noilor informaţii de nivel microeconomic. A fost clarificat mecanismul de realizare a devierii faţă de condiţia paritătii ratei dobânzii corespunzător generării unei volatilităţi extreme.

CAPITOLUL 3
MANAGEMENTUL CRIZELOR FINANCIARE-VALUTARE

3.1. Prezentarea modelului

3.1.1. Structura generală a modelului. Ipoteze simplificatoare

Trebuie precizat de la început faptul că structura modelului a fost în mod deliberat menţinută simplificată, tocmai pentru concentrarea atenţiei asupra rezervelor şi a rolului lor în determinarea echilibrului. Fie sistemul economic standard tip economie mică deschisă având o mobilitate perfectă a capitalului. Agenţii interni aleg o alocare optimală a portofoliilor în versiunea Tobin clasică, adică diversificarea se face pe piaţă monetară, obligaţiuni interne, obligaţiuni străine. Arbitrajul realizat de agenţi între obligaţiunile interne şi cele internaţionale se face în baza condiţiei de paritate a ratei dobânzilor:

$$i^d = i^f + \pi^e \qquad (3.1)$$

unde i^d şi i^f sunt ratele interne şi externe ale dobânzii; rata aşteptată de depreciere a valutei interne este $\pi^e = \left(\frac{e - \overline{e}}{\overline{e}} \right)$ unde e şi $\overline{e}$ sunt ratele de schimb la nivel curent şi respectiv iniţial fixat. Creşterea deprecierii π^e reprezintă o pierdere a încrederii în strategia de menţinere a cursului fix şi va fi asociată cu un posibil atac asupra valutei.

Respectarea ipotezelor de mobilitate perfectă a capitalului şi a ratei de schimb fixe trebuie să se materializeze în mod endogen în piaţa monetară. În general, creşterea ratei aşteptate a deprecierii conduce la declanşarea unui proces de realocare a portofoliului în sensul depărtării de piaţa monetară internă spre active străine cel puţin până în momentul creşterii ratei dobânzii interne în sensul echilibrării relaţiei (3.1). Această realocare este proporţională cu revizuirea aşteptărilor raţionale de depreciere:

$$\overline{e}\, G = \phi \pi^e$$

unde $\phi > 0$ este rata de depreciere iniţială şi aceasta poate fi considerată fără restrângerea caracterului de generalitate ca fiind zero. Astfel, $\overline{e}G$ reprezintă intensitatea atacului asupra valutei interne pe care banca centrala ar trebui să-l respingă pentru menţinerea cursului. Trebuie remarcat faptul că, spre deosebire de modelele tradiţionale, procesul complex de retragere spre valută, nu este modelat ca un eveniment de tip „tot sau nimic" caracterizat printr-un singur atac masiv, ci este văzut ca o presiune continuă graduală asupra monezii naţionale care devine tot mai clar obiectul unei deprecieri aşteptate într-un viitor foarte apropiat. Această corecţie ţine seama de multitudinea de investitori-speculatori din piaţă, toţi aceştia având propriile lor idei referitoare la momentul oportun al unui atac; mai mult, nici aceştia nu realizează o lichidare totală a poziţiilor, chiar în cazul menţinerii unei lichidităţi perfecte a pieţei. Este convenabilă exprimarea intensităţii atacului (în funcţie de valuta forte) sub forma:

$$G = \alpha \pi^e, \text{ unde } \alpha = \frac{\phi}{\overline{e}} \qquad (3.2)$$

Poate fi prezentată şi o variantă alternativă a modului de obţinere a schemei de atac (3.2) prin introducerea investitorilor cu aversiune faţă de risc.

Ecuaţiile (3.1) şi (3.2) conduc la ideea că apărarea ratei de schimb fixe implică o creştere a ratei dobânzii proporţională cu intensitatea şi robusteţea atacului speculativ. În general, aceste rate mari ale dobânzii impun, în mod inevitabil, costuri macroeconomice care pot influenţa decizia guvernamentală de menţinere sau părăsire a strategiei de menţinere a cursului fix. Se consideră acum curba IS în care outputul este invers proporţional cu rata dobânzii şi direct proporţional cu rata de schimb. Ultima corelaţie se datorează existenţei unei rigidităţi nominale ce implică faptul că outputul este determinat astfel încât rata nominală de schimb are efecte reale temporare.

Astfel,

$$y = b - \psi i^d + \eta e - u,\ b > 0,\ \psi > 0,\ \eta > 0, \qquad (3.3)$$

unde u este un şoc stochastic real (al outputului). Distribuţia lui u se consideră uniformă pe întreg intervalul [0,m]; în acest mod de definire, o valoare pozitivă a lui u reprezintă un şoc de ieşire negativ.

3.1.2. Procesul de împrumut extern

Banca centrală poate să contracteze împrumuturi de rezerve externe de la împrumutători/ consorţii internaţionale, ca de exemplu, alte bănci centrale, organizaţii multilaterale şi creditori privaţi. Împrumutătorii internaţionali sunt investitori cu risc neutru (aversiune faţă de risc de nivel mediu) şi au acces la obligaţiuni internaţionale fără risc, cu un randament i^f. Oricum, împrumuturile către guvernele naţionale nu sunt fără risc, deoarece există în mod cert posibilitatea de încetare a plăţilor, în care împrumutătorii pot să nu mai primească, nici suma investită, nici dobânzile de cupon şi atunci rata dobânzii este i. Considerând denominarea tuturor împrumuturilor în valută forte, împrumutătorii cu risc neutru acţionează astfel încât să se respecte ecuaţia de echilibru:

$$\left(1+i^f\right)=p\left(1+i\right),$$

unde **p** reprezintă probabilitatea (percepută) de recuperare a tuturor plăţilor conform contractului.

În practică, guvernele nu au acces nelimitat la împrumutul internaţional. Astfel, există un plafon (maxim sau superior) de debit, **C**, pentru fiecare ţară în parte (acesta este variabil în timp şi corespunde probabilităţii de efectuare a plăţilor la timp, exact ca în contract); **C** poate fi privită ca o restricţie de solvabilitate a ţării ce reflectă nivelul maxim al datoriei pe care ţara respectivă o poate plăti din resurse proprii. Atunci, relaţia de determinare a costului împrumutului va fi de forma:

$$\left(1+i\right)=\begin{cases}\dfrac{\left(1+i^f\right)}{p}, & \text{pentru } C\geq\left(G-R\right)\left(1+i\right),\ [p>0] \\ \infty, & \text{pentru } C<\left(G-R\right)\left(1+i\right),\ [p=0]\end{cases} \quad (3.4)$$

unde R este stocul de rezerve (valute străine forte), iar (C-G)(1+i) reprezintă obligaţiile de plată ale ţării. Plafonul de creditare depinde invers proporţional cu intensitatea atacului, astfel încât π^e se determină în mod endogen, fără afectarea rezultatelor modelului.

3.1.3. Analiza comportamentului guvernului

Se consideră că un guvern doreşte să evite deviaţiile negative ale outputului faţă de traiectoria ţintă propusă şi să menţină paritatea ratei de schimb. Dorinţa de menţinere a cursului fix (ancorat pe o valută forte) se datorează efectului psihologic de imprimare a stabilităţii prin reducerea

volatilităţii, fapt ce promovează o altă atitudine a investitorilor privind alocarea eficientă a activelor internaţionale. Variabila z include beneficiile credibilităţii internaţionale şi reputaţia internaţională.

Trebuie însă în permanenţă luate în considerare costurile asociate proceselor de împrumut în condiţiile în care guvernul alege finanţări externe adiţionale. Funcţia de pierderi pe care autorităţile trebuie să o minimizeze se scrie sub forma:

$$L=\left(y^n-y\right)^2+\delta\left(z-\beta\left\{\max\left[0,\left(G-R\right)i\right]\right\}\right)^2\cdot k \quad (3.5)$$

unde y^n este nivelul ţintă al outputului, β factor de discount, δ fiind o variabilă binară egală cu 1, dacă guvernul decide deprecierea şi 0, în caz contrar.

Modelul este suficient de general pentru adaptarea la analiza cazurilor în care nivelul împrumuturilor ce depăşesc condiţia de rezerve minime/ plafon maxim este diferit de zero; de asemenea, este posibil să se ia în considerare costurile globale de apărare împotriva ieşirilor bruşte tip fugă generalizată care reduc rezervele.

În relaţia (3.5) se observă că, costurile de împrumut pot fi reprezentate prin minimizarea pierderilor prin depreciere relativă faţă de fixing. Variabila k = a/max(a,-a) unde $a=z-\beta\left[\left(G-R\right)i\right]$ cu valorile +/–1 şi a fost introdusă pentru garantarea faptului că un împrumut mai mare va reduce pierderea deprecierii relative faţă de fixing. Înlocuind în relaţia (3.5) relaţiile (3.1) şi (3.3) rezultă:

$$L=\left[y^n-b+\psi\left(i^f+\pi^e\right)-\eta e+u\right]^2+\delta\left(z-\beta\left\{\max\left[0,\left(G-R\right)i\right]\right\}\right)^2\cdot k. \quad (3.6)$$

Dacă guvernul decide să declanşeze procesul de depreciere, atunci se aşteaptă minimizarea (3.6) alegând totodată o nouă rată de schimb de forma:

$$e^*=\frac{y^n-b+\psi i^f+u}{\eta}. \quad (3.7)$$

În acest caz, ipotezele s-au făcut în baza modelului Davies-Vinies (1995) şi anume, odată ce guvernul a decis deprecierea, nu va mai exista şi o altă depreciere ulterioară. Dacă autorităţile optează pentru menţinerea ratei de schimb fixe, funcţia de pierdere are expresia:

$$L^f=\left(v+\gamma\pi^e+u\right)^2,$$

unde $v=y^n-b+\psi i^f-\eta\bar{e}$ şi $\gamma=\psi$.

Pentru simplificarea expunerii se consideră că nivelul iniţial al ratei de schimb, $\overline{e}$, este astfel încât, în absenţa vreunui şoc al outputului, $y = y^n$. Aceasta implică $v = 0$. Atunci, relaţiile pentru calculul pierderilor în versiunea fixing şi respectiv depreciere (prin decizie guvernamentală) sunt:

$$L^f = \left(\gamma\pi^e + u\right)^2,$$

$$L^d = \left\{z - \beta\left[\max\left(0,(G - R)i\right)\right]\right\}^2 \cdot k .$$

În final, odată cu operarea normalizării, expresia ratei de depreciere în cazul abandonării strategiei de fixing este de forma:

$$-\frac{e^* - \overline{e}}{\overline{e}} = \frac{u}{\eta\overline{e}}.$$

Astfel, guvernul este pus în faţa unei dileme. Menţinerea ratei fixe este legată de costul z, dar previne reacţia faţă de şocuri ce pot conduce la devierea outputului faţă de nivelul ţintă dorit, cu efecte şi asupra costurilor de împrumut, în cazul în care rezervele sunt insuficiente. Decizia guvernamentală va depinde aşadar de alternativele ce par mai atractive pe moment. Având în vedere analizele lui Obstfeld (1994), Davies şi Vinies (1995) şi Bensaid şi Jeanne (1997), în continuare, analiza se va face considerând doar posibilitatea deprecierii. Deoarece modelul poate fi uşor modificat, astfel încât să includă şi posibilitatea aprecierii, această simplificare aduce un plus de claritate analizei.

3.1.4. Nivelul prag al rezervelor

În continuare, se descriu momentele principale ale modelului. La începutul perioadei, se formează aşteptările raţionale individuale (particulare), iar decizia guvernamentală, de la sfârşitul perioadei, de apărare sau nu a ratei de schimb, porneşte de la aceste aşteptări, dar şi din analiza şocului **u** al outputului.

În figura 2 se prezintă funcţia de pierdere (pentru cazul deciziei guvernamentale de depreciere), L_0^d, în funcţie de valoarea aşteptată a ratei de depreciere, evidenţiind efectul creşterii ratei dobânzii. Deoarece $G\left(=\alpha\pi^e\right) > R$, susţinerea ratei de schimb solicită un împrumut extern

care, în baza relaţiei (3.5), conferă un plus de atractivitate procesului de depreciere faţă de fixing, prin reducerea valorii L^d.

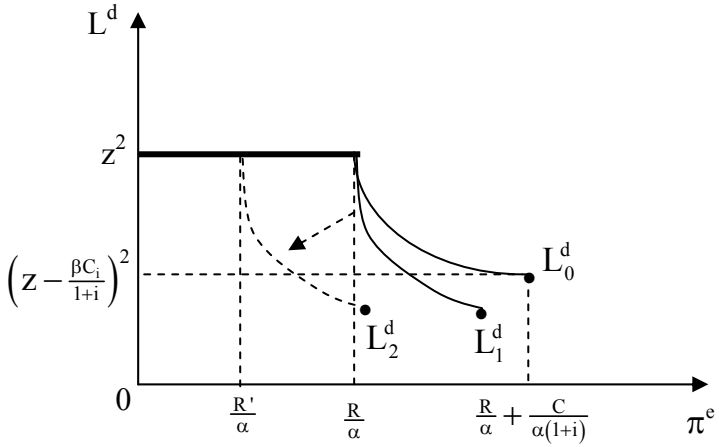


Figura nr. 2 – *Funcţia de pierdere. Influenţa variaţei ratei dobânzii şi a rezervelor*

De remarcat că prezenţa plafonului de creditare implică faptul că, teoretic, costul împrumutului poate, la un anumit punct, să tindă spre infinit. Plafonul limită de împrumut este definit prin:

$$C = \left(\alpha\pi^e - R\right)\left(1 + i\right) \tag{3.8}$$

şi pentru fiecare rată de depreciere, π^e, care depăşeşte limita superioară a acestei restricţii, întotdeauna deprecierea va fi o soluţie optimală, deoarece pierderea relativă faţă de fixing este infinit mai mică. Există relaţia:

$$L^d = \begin{cases} z^2, & \text{pentru } \pi^e \le \dfrac{R}{\alpha} \\ \left[z - \beta\left(\alpha\pi^e - R\right)i \right]^2, & \text{pentru } \dfrac{R}{\alpha} + \dfrac{C}{\alpha\left(1+i\right)} \ge \pi^e > \dfrac{R}{\alpha} \quad (k=1) \\ -\infty, & \text{pentru } \pi^e > \dfrac{R}{\alpha} + \dfrac{C}{\alpha\left(1+i\right)} \quad (k=-1) \end{cases}$$

În figura 2 se observă că, prin creşterea ratei dobânzii, rotaţia curbei scade pierderea prin depreciere spre L_1^d, iar fixingul devine mai puţin atractiv. O asemenea înrăutăţire a condiţiilor de împrumut poate fi un rezultat al retrogradării ratingului ţării şi implică costuri suplimentare asociate împrumutului extern. Din acest moment, doar o uşoară înrăutăţire a condiţiilor de creditare conduce la îngreunarea misiunii de apărare a cursului. În figura 2 se observă că o scădere a rezervelor de la R la R' conduce la o translaţie spre stânga a curbei, respectiv creşterea pierderilor în urma procesului de depreciere până la L_2^d şi de asemenea se reduce atractivitatea fixingului. Atunci ţara va trebui să declanşeze procesul de împrumut extern, cu costurile asociate corespunzătoare şi la un nivel redus al presiunii la vânzare, datorită reducerii posibilităţilor cu care se poate apăra cursul utilizând rezervele proprii.

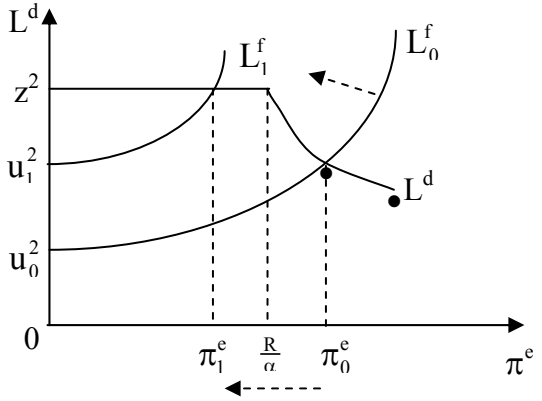


Figura 3 – *Influenţa deplasării curbei pierderilor (cazul fixingului)*

Pentru analiză, în figura 3 se prezintă funcţia de pierderi, evidenţiind nivelul prag al rezervelor. Un şoc mai puternic, respectiv

creşterea lui u, conduce la deplasarea curbei pierderilor asociate fixingului, L_0^f la L_1^f şi diminuarea posibilităţii guvernului de a apăra paritatea cursului. O atitudine optimală ar fi menţinerea regimului cu rată fixă atâta timp cât $L^d \ge L^f$. Intersecţia celor două curbe evidenţiază valoarea critică a deprecierii, π_T^e (3.8), dincolo de care guvernul decide opţiunea de depreciere. Mărimea critică a atacului speculativ necesar abandonării fixingului este aşadar $\alpha\pi_T^e$. Nivelul T al rezervelor se exprimă sub formă generală $T = R - \alpha\pi_T^e$.

Modelele tradiţionale de analiză a crizelor valutare [23], [34] impuneau T=0 fără să ofere nici o analiză explicativă referitoare la forţele care conduc la acest rezultat. În acest model, ca şi în realitate, nivelul prag al rezervelor este variabil în timp şi factorii de influenţă ai acestui nivel pot fi atunci identificaţi în mod concret.

Revenind la figura 3, se consideră că starea iniţială a economiei, reflectată de u_0, corespunde unei pierderi L_0^f faţă de fixing, iar $\pi_T^e = {}_0^e$. În acest caz, guvernul doreşte să contracteze împrumuturi din afară pentru apărarea cursului, iar T<0. O înrăutăţire a stării generale a economiei reprezentată prin $u_1 > u_0$ conduce la scăderea ratei de schimb critice aşteptate π_1^e şi nivelul prag al rezervelor este acum pozitiv. Aici, costul macroeconomic, produs de ratele mari ale dobânzii, necesar apărării cursului fix va fi atât de ridicat, încât strategia va fi abandonată înainte ca guvernul să-şi epuizeze efectiv stocul de rezerve. În mod formal, rata aşteptată de depreciere critică pentru cele două stări se scrie:

$$\pi_0^e = \frac{z - u_0 + \beta iR}{\gamma + \beta\alpha i} \quad \text{şi} \quad \pi_i^e = \frac{z - u_1}{\gamma}. \tag{3.9}$$

În cazul în care T<0, un exerciţiu statistic comparativ arată că o deteriorare a procesului de obţinere a împrumutului implică reducerea lui π_T^e, reduce mărimea nivelului critic al atacului speculativ şi creşte nivelul prag al rezervelor (o valoare a lui T mai puţin negativă).

$$\frac{\partial \pi_0^e}{\partial i} = \frac{\gamma\beta R - \beta\alpha\left(z - u_0\right)}{\left(\gamma + \beta\alpha i\right)^2} < 0, \quad \text{când} \quad u < z - \frac{\gamma\beta}{\alpha} \quad \text{pentru}$$

$$\frac{C}{\alpha\left(1+i\right)} > \pi^e > \frac{R}{\alpha}.$$

În plus, o scădere a stocului de rezerve implică deplasarea L spre stânga, îngreunând misiunea de apărare a parităţii valutei naţionale şi scăderea nivelului critic al atacului speculativ. Se poate verifica faptul că:

$$\frac{\partial T}{\partial R} = \begin{cases} 1 > 0, & \text{pentru } T > 0 \\ 1 - \dfrac{\alpha\beta i}{\gamma + \alpha\beta i}, & \text{pentru } T < 0. \end{cases}$$

Nivelul prag al rezervelor este, aşadar, o funcţie crescătoare de **u**, i şi **R**. O ţară va tinde să abandoneze strategia de ancorare a cursului cu mai multe rezerve sau, după caz, cu mai puţine rezerve împrumutate, în cazul în care starea economiei este nefavorabilă, costul împrumuturilor externe este ridicat sau stocul iniţial de rezerve este apropiat de nivelul prag.

Pentru ca să aibă succes, atacurile speculative din acest model nu trebuie neapărat să fie atât de mari încât să epuizeze rezervele, dar suficient de mari pentru a aduce nivelul rezervelor dincolo de nivelul prag care poate fi pozitiv sau negativ în funcţie de starea economiei şi de stocul curent de rezerve. Modelul este, aşadar, capabil să analizeze situaţii în care guvernul cedează menţinerea strategiei de ancorare înainte de epuizarea completă a rezervelor. Modelele tradiţionale nu au capacitatea să explice acest aspect deosebit de important în practică; chiar şi în modelele de a doua generaţie, rolul analizei rezervelor este ignorat. În practică, acest caz este perfect posibil datorită unei decizii guvernamentale optimale. Foarte important este că viabilitatea ratei de schimb depinde nu doar de percepţia privind opţiunea guvernamentală de evitare a deprecierii, dar şi de abilitatea efectivă în realizarea acestei evitări a deprecierii.

3.1.5. Strategii de acţiune în cazul includerii efectului Obstfeld-Rogoff, al resurselor speculative limitate

Obstfeld şi Rogoff (1995) [4] au arătat că, în practică, în perioadele unui posibil atac speculativ, agenţii sunt constrânşi să acţioneze în condiţiile restrângerii accesului pe piaţa monetară. Acest fapt este valabil şi pentru agenţii ce tranzacţionează pe vânzări scurte, deoarece un proces de apărare a valutei naţionale este însoţit de o creştere a ratei dobânzii până la un nivel

suficient să descurajeze speculaţiile în continuare pe valută. Pentru includerea acestui efect în model, se introduce o limită superioară, $\overline{\pi}^e$, impusă asupra ratei de depreciere. Se poate calcula astfel cantitatea maximă de valută internă pe care banca centrală trebuie să o absoarbă de pe piaţa monetară şi să o transfere pe piaţa valutară, astfel încât să apere în mod robust valuta naţională, se calculează multiplicând cu $\overline{e}$ valoarea limitei superioare a intensităţii unui atac speculativ $\overline{G} = \overline{\alpha\pi^e}$ Introducerea acestei limite superioare a intensităţii unui atac speculativ poate fi, de asemenea, justificată, considerând că agenţii trebuie să-şi menţină şi un anumit grad de lichiditate pe valută internă, astfel încât $M^d\left(i^d = \infty\right) > 0$, la limită, diagrama funcţiei cererii de bani devenind verticală peste un anumit nivel al ratei dobânzii.

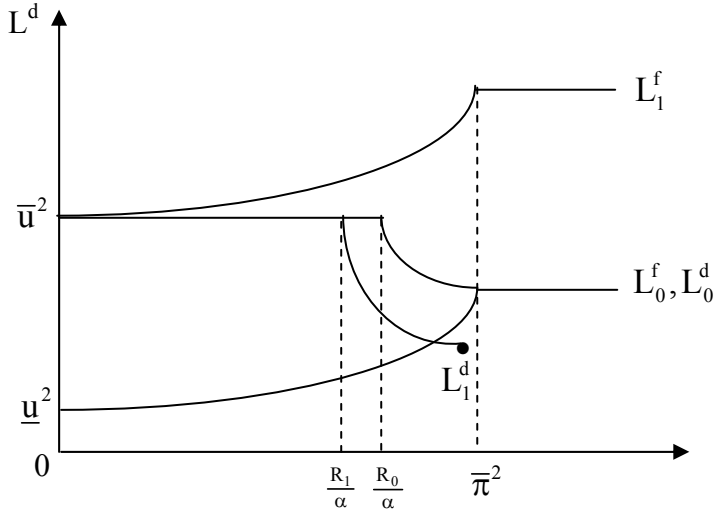


Figura nr. 4 – *Anvelopa domeniilor posibile*

În figura 4 se prezintă implicaţiile limitării superioare a deprecierii maxime. Astfel, este posibilă divizarea câmpului valorilor posibile ale şocului de venit, **u**, în trei regiuni distincte:

a) domeniul de stabilitate, definit prin $u \le \underline{u}$. În acest caz, agenţii nu au suficientă putere pentru a determina creşterea costului intervenţiei

guvernului dincolo de beneficiile oferite de strategia de fixing, chiar dacă se aşteaptă cea mai mare rată de depreciere posibilă.

b) domeniul de instabilitate, corespunzător $u > \overline{u}$; pierderea dată de strategia de fixing o depăşeşte pe cea a deprecierii. Strategia de apărare a cursului este abandonată chiar şi fără a fi necesar un atac la valuta naţională;

c) domeniul de atac speculativ condiţionat corespunzător $\underline{u} < u \leq \overline{u}$. În acest caz, mărimea atacului determină dacă guvernul va alege să intervină sau dacă va accepta deprecierea. Dacă agenţii se aşteaptă la agravarea contextului general, atunci ei aşteaptă deprecierea, în caz contrar, fără o depreciere aşteptată, strategia de menţinere a cursului se menţine.

Atâta timp cât rezervele depăşesc $\overline{G}$, nu este necesară renunţarea la strategia de menţinere a cursului datorită resurselor suficiente şi abilităţii de a organiza o apărare sigură. Se poate ajunge la colaps doar dacă costurile macroeconomice de apărare globale sunt suficient de mari. Un aspect foarte important, sugerat în diagrama din figura 1.3, este că scăderea rezervelor de la R_0 la R_1 conduce la scăderea pierderilor prin depreciere la valoarea L_1^d şi elimină domeniul (a) de stabilitate. În acest caz, strategia de menţinere a cursului cade la orice atac colectiv (un atac speculativ neregizat în care nu există unul sau câţiva investitori mari care să-şi propună o strategie clară şi decisă de atac speculativ) suficient de mare. Impunând o limită superioară a capitalului total de ieşire posibil, atunci când starea economiei este negativă şi stocul de rezerve valutare insuficient, pot să apară crizele autorealizabile.

3.2. Extinderea modelului de bază. Evidenţierea echilibrelor multiple

În continuare, se endogenează rata aşteptată a deprecierii astfel încât abordările strategice ale guvernului şi ale speculatorilor, considerate în ansamblul lor, sunt remodelate în mod explicit; această analiză are la bază un concept de echilibru global, mult mai apropiat de situaţia reală. O asemenea extindere a modelului reconsideră costul global al atacurilor speculative în funcţie de variabile endogene, oferind posibilitatea realizării imediate a unui echilibru multiplu.

3.2.1. Frontiera guvernamentală de indiferenţă

Se defineşte funcţia guvernamentală de indiferenţă ca fiind situaţia rezultată în urma combinării şocului venitului şi a ratei aşteptate de

depreciere, pentru care guvernul va prezenta o atitudine de indiferenţă între strategiile de apărare sau de depreciere. Pentru o valoare a π^e dată, fie atunci u^* şocul venitului, corespunzător intersecţiei dintre curbele L^d şi L^f. În domeniul în care rezervele sunt suficiente pentru absorbţia unui atac, frontiera de indiferenţă este exprimată sub forma:

$$\pi^e = \frac{z - u^*}{\gamma} \text{ pentru } \pi^e \leq \frac{R}{\alpha}. \qquad (3.10)$$

Dacă $R > \frac{\alpha z}{\gamma}$, atunci frontiera este definită întotdeauna prin relaţia (3.3), iar procesul de împrumut nu se declanşează.

Considerând acum costurile de împrumut, condiţia $L^d = L^f$ conduce la o relaţie între π^e şi u^* de forma:

$$\pi^e = \frac{z - u^* + \beta R i}{\gamma + \beta \alpha i} \text{ pentru } \frac{R}{\alpha} + \frac{C}{\alpha (1 + i)} \geq \pi^e > \frac{R}{\alpha}. \qquad (3.11)$$

În acest caz, guvernul ţării respective se împrumută pentru susţinerea ratei de schimb fixe, dar nu îşi doreşte să împrumute mai mult decât sunt dispuşi să ofere creditorii internaţionali. În situaţia în care $\pi^e > \frac{R}{\alpha} + \frac{C}{\alpha (1 + i)}$, guvernul va opta întotdeauna pentru depreciere, iar în acest caz punctul u^* nu mai există. În cazul atingerii acestui plafon de creditare, nu mai există intersecţie între L^d şi L^f şi frontiera guvernamentală de indiferenţă nu mai este definită pe acest domeniu.

Curba cu linie continuă din figura 4 reprezintă frontiera guvernamentală de indiferenţă. Relaţia invers proporţională dintre u şi π^e este explicată de faptul că, cu cât şocul de output este mai mare, cu atât este mai mare şi deviaţia faţă de valoarea ţintă propusă a outputului şi, deci, rezultă o rată de depreciere mai mică în condiţiile luării deciziei de ieşire. Domeniul situat sub frontiera guvernamentală de indiferenţă reprezintă situaţiile corespunzătoare combinaţiilor de u şi π^e în care pierderea datorată deprecierii o depăşeşte pe cea corespunzătoare strategiei de apărare a cursului. Aceasta este, de fapt, definiţia dată domeniului de fixing. Comparativ cu cazul în care se utilizează împrumuturile nerestricţionate, introducerea în analiză a costului împrumuturilor speculative stabileşte o

relaţie între u^* şi π^e şi limitează domeniul în care apărarea valutei naţionale şi menţinerea cursului fix sunt fezabile.

Pornind de la nivelul rezervelor, procesul de împrumutare începe atunci când:

$$u^* < u_a \equiv z - \frac{\gamma R}{\alpha}, \tag{3.12}$$

iar restricţia de împrumutare este dată de relaţia pentru şocul critic al venitului:

$$u_z \equiv z - \frac{\gamma R}{\alpha} - \frac{C}{1+i}\left(i\beta + \frac{\gamma}{\alpha}\right). \tag{3.13}$$

Prin definiţie, acesta este şocul corespunzător intersecţiei curbelor L^d şi L^f, realizat la valoarea $\pi^e = \frac{R}{\alpha} + \frac{C}{\alpha(1+i)}$.

Trebuie remarcat faptul că pe pieţele internaţionale de capital trebuie avută în vedere restricţia parametrică:

$$u_b > 0 \Leftrightarrow C < (1+i)\left(z - \frac{\gamma R}{\alpha}\right)\left(\frac{\alpha}{\alpha i\beta + \gamma}\right).$$

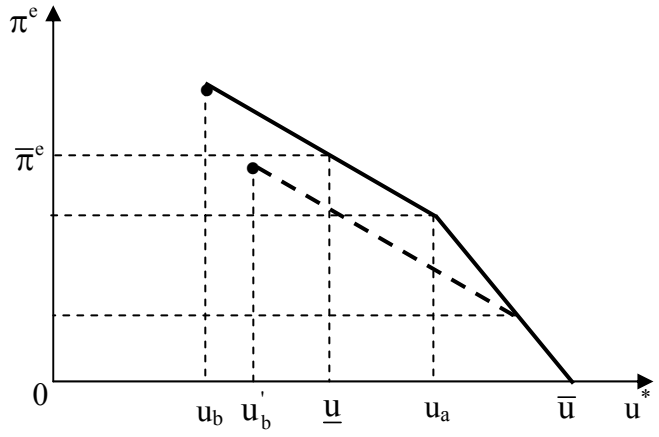


Figura nr. 5 – *Frontiera guvernamentală de indiferenţă. Efectul scăderii rezervelor*

În figura 5 se pot redefini domeniile definite în figura 3. Considerând rezervele R_0, cursul va fi stabil pentru orice şoc de venit pentru care $u \le \underline{u}$, instabil în cazul $u > \overline{u}$ şi condiţional stabil (condiţionat de atacul speculativ) în cazul în care $\underline{u} < u \le \overline{u}$. Aceste domenii se scriu formal sub forma:

$$\underline{u} = \begin{cases} \overline{u} = z \\ z - \dfrac{\gamma \overline{G}}{\alpha}, & \text{pentru } R \ge \overline{G} \\ z - \dfrac{\gamma S}{\alpha} - \beta i\left(\overline{G} - R\right), & \text{pentru } R + \dfrac{C}{1+i} \ge \overline{G} > R \end{cases}$$

Se remarcă faptul că $\underline{u}$ este nedefinit în cazul $\overline{G} > R + \frac{C}{1+i}$ (deoarece, în această situaţie, resursele speculative sunt superioare posibilităţilor guvernamentale, chiar dacă toate sursele externe posibile de fonduri au fost epuizate şi nu există regiune de stabilitate). Efectele scăderii rezervelor la valoarea R_1 este ilustrată prin linia întreruptă din figura 5. Creşterea şocului u_b la valoarea u_b' reflectă faptul că ţările cu rezerve mai reduse au restricţii mai severe. Atunci, domeniul de fixing se reduce şi este posibil ca domeniul de stabilitate să dispară datorită faptului că $\underline{u}$ nu mai este definit.

3.2.2. Frontiera deciziei agenţilor privaţi [fdap]

Se consideră faptul că agenţii privaţi înţeleg comportamentul şi modul de decizie şi acţiune al guvernului şi ştiu că se va lua decizia de depreciere atunci când şocul de output va lovi economia într-o manieră suficient de serioasă. În mod specific, aceşti agenţi consideră că există un nivel limită sau critic (desigur variabil în timp, în funcţie de condiţiile interne şi internaţionale şi de agresivitatea atacurilor speculative posibile) al şocului u^e, astfel încât guvernul să opteze pentru depreciere imediat ce această valoare este atinsă. Astfel:

$$\pi = \begin{cases} 0, & \text{daca } u \le u^e \\ \dfrac{u}{\eta\,\overline{e}}, & \text{daca } u > u^e. \end{cases}$$

Dacă investitorii privaţi realizează inevitabilitatea deciziei guvernamentale de depreciere, imediat ce plafonul datoriei este atins, atunci, în intervalul $u^e \geq u_b$, aceştia vor decide participarea la atacul speculativ. Rata aşteptată de depreciere se poate calcula sub forma:

$$\pi^e = 0 \cdot P_r\left(u \leq u^e\right) + E\left(\pi \mid u > u^e\right) \cdot P_r\left(u > u^e\right).$$

Utilizând faptul că u este uniform distribuit pe intervalul [0,m] se obţine:

$$\pi_e = \frac{m^2 - u^e}{2\eta\,\overline{r}m}; \; u^e \geq u_b. \qquad (3.14)$$

Relaţia (3.14) este relaţia de definiţie a frontierei deciziei agenţilor privaţi (fdap) şi este ilustrată în diagrama din figura 6.

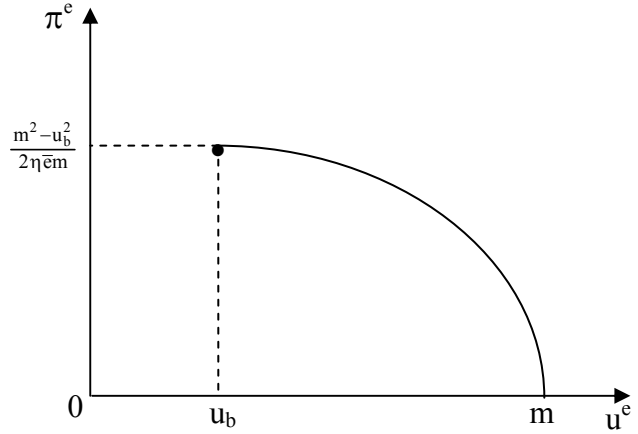


Figura nr. 6 – *Frontiera decizională a agenţilor privaţi*

3.2.3. Determinarea echilibrului

Echilibrul utilizat aici este de tip Nash-Obstfeld, frecvent utilizat în literatura de specialitate. Echilibrul apare atunci când aşteptările din sectorul privat referitoare la nivelul critic al şocului de output sunt corecte, în sensul că acesta corespunde exact valorii maxime a şocului u la care guvernul încă îşi mai menţine obiectivul de apărare a valutei naţionale. Mai precis, echilibrul este definit de nivelul π^e corespunzător $u^e = u^* = u$. Atât deciziile guvernamentale cât şi cele ale agenţilor privaţi contribuie la

formarea opiniei globale a pieţei. Prin intermediul diagramei, echilibrul este sugerat de intersecţia frontierei guvernamentale de indiferenţă cu frontiera deciziei agenţilor privaţi.

Referitor la cazul mai interesant în care economia se află sub ameninţarea unui atac speculativ şi $\overline{G} > R + \frac{C}{1+i}$, analiza se poate simplifica, considerând că m = z. Se consideră situaţia iniţială în care rezervele sunt la nivelul R_0, astfel încât există un echilibru unic A (figura 7). La punctul A de echilibru, şocul necesar pentru determinarea schimbării strategiei guvernamentale şi schimbarea regimului cursului este în afara gamei corespunzătoare valorilor ce permit posibilitatea apariţiei şocurilor, astfel încât deprecierea nu apare niciodată. Astfel, agenţii privaţi, nu se aşteaptă la nici o depreciere a valutei naţionale. Punctul A se defineşte ca fiind punctul de credibilitate maximă.

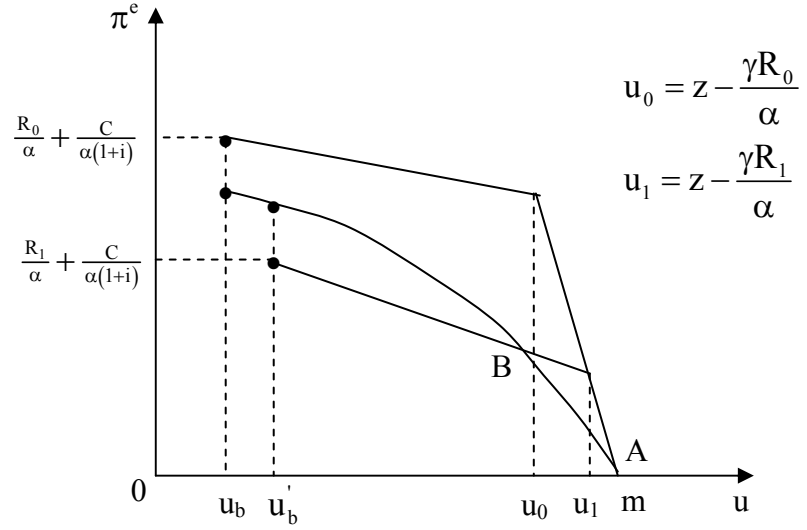


Figura nr. 7 – *Determinarea echilibrului unic. Punctul de credibilitate maximă*

Fie acum o ţară având un nivel mai scăzut al rezervelor, R_1, regiunea de fixing este mai mică şi sistemul prezintă o situaţie de tip echilibru multiplu. În punctul B de echilibru, valorile mari ale deprecierii creează o presiune considerabilă la vânzare, care iniţial este compensată de acţiunea viguroasă a intervenţiilor băncii centrale. Aceasta conduce la

creşterea ratei interne a dobânzii pe termen scurt, respectiv o situaţie grea pentru guvern, iar deprecierea poate apare imediat ce şocul outputului loveşte economia într-o măsură suficient de mare. Trecerea de la echilibrul de tip A, cu aşteptări raţionale nule în ceea ce priveşte deprecierea, la cel de tip B, care prezintă aşteptări serioase în privinţa deprecierii şi a posibilităţii unui atac speculativ, este un exemplu tipic de criză valutară autocondiţionat probabilă (autorealizabilă). Percepţia publicului faţă de posibilitatea declanşării deprecierii este posibil să fie validată de existenţa unui nivel guvernamental optimal pentru **u** mai redus, creşterea sentimentului că un şoc, de o anumită mărime, perceput acum ca fiind suficient de mic, să conducă la colapsul strategiei de menţinere a cursului fix. Un asemenea eveniment poate include şi percepţia referitoare la brutalitatea, robusteţea şi precizia viitoarelor atacuri speculative. Trecerea spre un echilibru şi mai defavorabil va fi în general asociată cu realocarea situaţiei poziţiilor din piaţă, în sensul retragerii de pe valuta naţională, rate mari ale dobânzii şi pierderi de rezerve valutare.

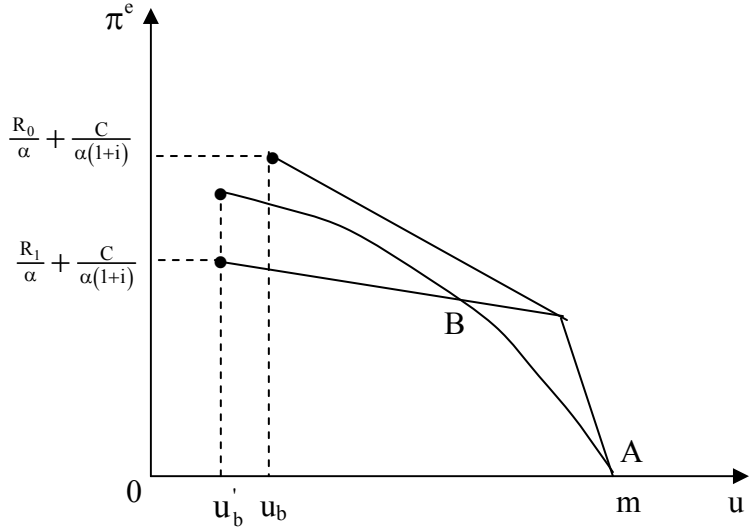


Figura nr. 8 – *Influenţa înrăutăţirii rating-ului asupra probabilităţii de colaps valutar*

În figura 8 se prezintă modul în care retrogradarea unei ţări, din punct de vedere al ratingului acordat, conduce la creşterea probabilităţii de

colaps, $(1-p)$. Creşterea ratei dobânzii la împrumuturile externe poate să conducă la situaţia de echilibru multiplu. Pornind de la i_0, singurul echilibru posibil este cel de tip A. O creştere a ratei dobânzii solicitate la împrumuturi spre valoarea i_1, creşte gradul de nedeterminare, iar noul echilibru este de tip B. Modificările bruşte în aşteptările raţionale conduc la modificarea tipului de echilibru, de exemplu, de la o situaţie în care nicio mişcare a valorii şocului u nu poate forţa guvernul să renunţe la strategia de ancorare a cursului, spre o situaţie în care chiar şi o mică modificare a lui u impune colapsul acestei strategii. O implicaţie majoră este dată de procesul de retrogradare al ratingurilor de ţară privind riscul creditării în momentul când valuta naţională prezintă o oarecare vulnerabilitate în faţa unui atac speculativ, conducând adeseori chiar la declanşarea directă a acestuia. Astfel, decizia agenţiilor Moody's şi Standard & Poor's, de a reduce ratingul de creditare al principalelor ţări asiatice, în perioada de turbulenţă din a doua jumătate a anului 1997, a accelerat declanşarea crizelor valutare.

În final se remarcă faptul că atacurile speculative conduse după o strategie de lovire „scurtă şi precisă", conţin un element de autocondiţionare şi sunt oarecum arbitrare în timp, nefiind însă decât parţial corelate la nivelului spectrului indicatorilor fundamentali. Aşa cum s-a arătat anterior, ţările cu rezerve valutare mai mari şi ratinguri de ţară mai bune sunt mai puţin susceptibile de a fi atacate speculativ (proces însoţit de modificarea tipului de echilibru).

3.2.4. Analiza efectelor rezultate în urma controlului capitalului

În continuare, se analizează efectul controlului capitalului impus adesea de ţări în efortul lor de a-şi apăra valuta. De exemplu, atât Malaezia, cât şi Tailanda au impus un control strict asupra pieţei valutare şi de capital în timpul crizei asiatice din 1997 [20]. Controlul capitalului are la bază relaţia de echilibru (3.1) a paritătii ratei dobânzii care se rescrie sub forma:

$$i^d = (1-t)\left(i^f + \pi^e\right), \qquad (3.15)$$

unde **t** este factorul de extindere a controlului capitalului cu două valori posibile: 0, fără restricţii şi 1 în cazul controlului complet. Fiecare valoare a ratei de depreciere π^e este acum asociată cu o rată internă a dobânzii mai redusă şi respectiv o pierdere mai redusă corespunzătoare strategiei de fixing. Relaţia pentru intensitatea atacului devine:

$$G = (1 - t)\alpha\pi^e \qquad (3.16)$$

Pentru o valoare π^e dată, intensitatea critică a atacului este acum mai redusă şi stocul rezervelor existente poate să susţină o depreciere mai mare, necesară înaintea împrumutului extern.

Importantă este implementarea controlului capitalului, care poate modifica tipul de echilibru multiplu (figura 9). Soluţia iniţială cu $\alpha_0 \equiv \alpha$ prezintă nedeterminare, fiind posibile ambele tipuri de echilibre, A şi B. Creşterea lui **t** reduce impactul aşteptărilor de depreciere asupra ratei interne a dobânzii şi sistemul se caracterizează sintetic prin relaţia (3.15). Pentru un nivel dat de depreciere aşteptată şi o valoare prag mare a şocului outputului, frontiera guvernamentală de indiferenţă se expandează şi rezultă un caz tipic de echilibru cu credibilitate maximă, de tip A. Controlul capitalului ajută la protecţia stocului de rezerve şi creşte domeniul de viabilitate al fixingului.

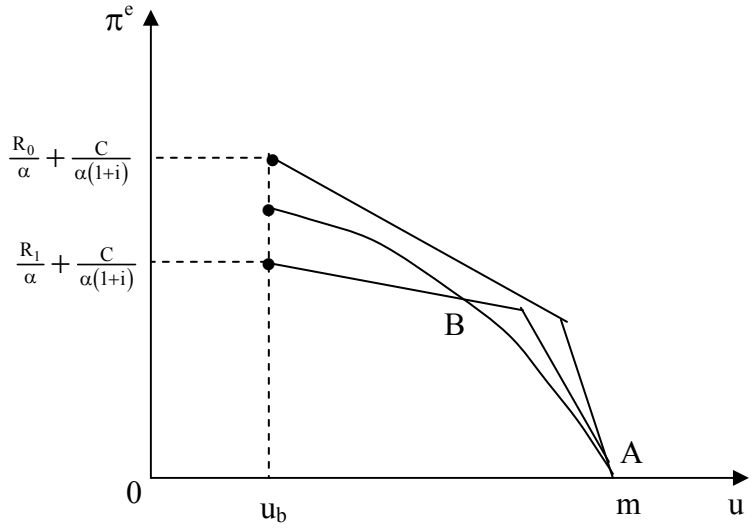


Figura nr. 9 - *Controlul capitalului şi echilibrul multiplu*

3.3. Concluzii

S-a prezentat un model simplu, în care viabilitatea strategiei de menţinere a cursului fix depinde atât de vigilenţa guvernului, cât şi de fezabilitatea tehnică. Considerând posibilitatea unui împrumut limitat la un anumit nivel de costuri şi costul macroeconomic al apărării valutei, modelul propus ajută la elucidarea factorilor ce influenţează valoarea instantanee a nivelului prag al rezervelor. În general, un stoc mai mare de rezerve, o stare mai sănătoasă a economiei şi un cost mai redus al finanţării externe, conduc la o soliditate pentru care un atac speculativ reuşit ar trebui să fie mult prea puternic şi bine coordonat. Mai mult, este posibil acum colapsul valutei datorită alocării inadecvate a rezervelor (chiar şi în contextul modelelor din a doua generaţie). Aceasta reprezintă o extindere importantă a modelelor existente, deoarece reuneşte în mod conciliant elementele esenţiale din două abordări diferite ale modelării crizelor valutare.

BIBLIOGRAFIE

1. Alba, P., Bhattacharya, A., Clessen, S., ***Volatility and Contagion in a Financially-Integrated World: Lessons from East Asia's Recent Experience***, Paper presented in PAFTAD 24 Conference, 1998
2. Alesina, A., De Broech, M., Prati, A., Tabellini, G., ***Default Risk on Government Debt in OECD Countries***, Economic Policy, 1993
3. Asani, S., Sandeep, P., ***Stock Market Crises in Developed and Emerging Markets***, Unpublished Paper, J.P. Morgan and The Federal Reserve Bank of New York, 1998
4. Baccheta, P., van Wincoop, E., ***Capital Flows to Emerging Markets: Liberalisation, Overshooting and Volatility***, NBER Working Paper, 1998
5. Bakaert, G., Harvey, C., ***Time-Varying World Market Integration***, Journal of Finance, vol. 50, 1995
6. Bayomi, T., Eichengreen, B., ***European Monetary Unification***, Journal of Economic Literature, 1993
7. Blakburn, K., ***Collapsing Exchange Rate Regimes and Exchange Rate Dynamics. Some Further examples***, Journal of International Money and Finance, vol. 7, 1988
8. Blanchard, O., Dornbusch, R., ***Reform in Eastern Europe***, MIT Press, 1991
9. Buiter, W., Corsetti, G., Pesenty, P., ***Financial Markets and International Monetary Co-operation***, Cambridge University Press, 1996
10. Calvo, M., ***Balance of Payments Crisis in Emerging Markets; Large Capital Inflows and Sovereign Governments***, Unpublished Paper, University of Maryland, 1998
11. Calvo, M., Mendoza, E.G., ***Rational Herd Behavior and the Globalization of Securities Markets***, Federal Reserve Bank of Minneapolis, 1997
12. Chang, R., Velasco, A., ***Financial Crises in Emerging Markets: a Canonical Model***, NBER Working Paper, 1998
13. Corsetti, G., Pesenti, P., Roubini, N., ***What caused the Asian Currency and Financial Crisis?***, Unpublished Paper, 1998
14. Connolly, M., Taylor, D., ***The Exact Timing of Collapse of an Exchange Rate Regime and Its Impact on the Relative Price of Traded Goods***, Journal of Money, Credit and Banking, vol. 16, 1989
15. Dooley, M., Fernandez-Arias, E., Kletzer, K., ***Is the Debt Crisis History? Recent Private Capital Inflows to Developing Countries***, The World Bank Economic Review, vol. 10, 1996
16. Dornbusch, R., ***Mexico: Stabilization, Reform, and no Growth***, Brookings Papers on Economic Activity, 1993
17. Drazen, A., ***Contagious Currency Crises***, mimeo, 1997
18. Drucker, P., ***The Global Economy and the Nation-State***, Foreign Affairs, 1997
19. Eichengreen, R., Rose, A., Wyplosz, C., ***Exchange Market Mayhem: The Antecedents and Aftermath of Speculative Attacks***, Economic Policy, 1995
20. Eichengreen, R., ***Contagious Currency Crises***, CEPR Discussion Paper, 1996
21. Esquivel, G., Larrain, F., ***Explaining Currency Crises***, Unpublished Paper, Harvard University, 1998
22. Eun, C.S., Janakiraman, S., ***A Model of International Asset Pricing with a Constraint on the Foreign Equity Ownership***, Journal of Finance, vol. 41, 1986
23. Flood, R., Garber, P., ***Collapsing Exchange-Rate Regimes; Some liner examples***, Journal of International Economics, vol. 17, 1984
24. Gaddy, C.G., Ickes, B.W., ***Russia's Virtual Economy***, Foreign Affairs, vol. 77, no. 5, 1998
25. Gerlach, S., Smets, F., ***Contagious Speculative Attacks***, CEPR Discussion Paper, 1994
26. Godfajn, I., Valdes, R.O., ***Capital Flow and the Twin Crisis: The Role of Liquidity***, IMF Working Paper, 1997
27. Grevilles, S., ***The Asia Crisis, Capital Flows and the International Finance Architecture***, University Law School Foundation Melbourne, 1998
28. Gultekin, M.N., Gultekin, N.B., Penati, A., ***Capital Controls and International Capital Market Segmentation: The Evidence from Japanese and American Stock Markets***, The Journal of Finance, 1989
29. Helmenstein, C., Krylova, E., ***The Russian GKO Market: Anatomy of Crisis***, East European Chronicle, 1998
30. Kaminsky, G.L., Reinhardt, C.M., ***The Twin Crises: The Causes of Banking and Balance of Payments Problems***, International Finance Discussion Paper, 1996

31. Kaminsky, G.L., Lizondo, S., Reinhardt, C.M., ***Lading Indicators of Currency Crises***, IMF Staff Papers, vol. 45, 1998
32. Kaminsky, S.B., Wood, P.R., ***Capital Inflows, Financial Intermediation and Aggregate Demand: Empirical Evidence from Mexico and other Pacific Basin Countries***, International Finance Discussion Papers, 1998
33. Kindleberger, C.P., ***Manias, Panics and Crashes; A History of Financial Crisis***, MacMillan, Worcester, 1978
34. Knight, M., ***Developing Countries and the Globalization of Financial Markets***, IMF Working Paper, 1998
35. Korhonen, I., ***Sustainability of Russian Federation's fiscal policy***, Review of Economies in Trasition, 1998
36. Krajnyar, K., Zettelmeyer, J., ***Competitiveness in Transition Economies: What Scope for Real Appreciation?***, IMF Staff Papers, vol. 45, 1998
37. Krugman, P., ***A Model of Balance-of-Payments Crisis***, Journal of Money, Credit and Banking, vol. 11, 1979
38. Krugman, P., ***Are Currency Crisis Self-fulfilling?***, NBER Macroec. Annual, 1996
39. Krugman, P., ***What happened to Asian?***, Unpublished Paper, MIT, 1998
40. Krugman, P., ***Currency Crisis***, Unpublished Paper, MIT, 1998
41. Krugman, P., Obstfeld, M., ***International Economics; Theory and Policy***, Addison-Wesley, 1997
42. Martinez, G.O., ***What Lessons Does the Mexican Crisis Hold for Recovery in Asia?***, Finance and Development, 1998
43. Masson, P., ***Contagion: Monsoonal Effects, Spillovers and Jumps Between Multiple Equilibria***, Unpublished Paper, 1998
44. McKinnon, R.I., Pill, H., ***International Overborrowing. A Decomposition of Credit and Currency Risks***, Unpublished Paper, 1998
45. Morgan Stanley, ***MSCI – Indexes***, Morgan Stanley Dean Winter Publications, 1998
46. Obstfeld, M., ***Rational and Self-fulfilling Balance-of-Payments Crises***, American Economic Review, 1986
47. Obstfeld, M., ***The Logic of Currency Crisis***, NBER Working Paper, 1994
48. Obstfeld, M., ***Models of Currency Crisis with Self-fulfilling Features***, European Economic Review, 1996
49. Obstfeld, M., ***Comment. Are Currency Crisis Self-fulfilling?***, Krugman P., in NBER Macroeconomics Annual, 1996

50. Obstfeld, M., ***The Global Capital Market: Benefactor or Menace?***, NBER Working Paper, 1998
51. Rose, A., Svensson, L., ***European Exchange Rate Credibility Before the Fall***, European Economic Review, 1994
52. Salant, S., Henderson, D., ***Market Anticipation of Government Policy and the Price of Gold***, Journal of Political Economy, 1978
53. Shiller, R., ***Market Volatility***, Cambridge, MIT Press, 1989
54. *** ***IMF***, World Economic Outlook, 1998